

М. М. Кидибаев, К. Шаршеев



МЕХАНИКА

ЖАЛПЫ

ФИЗИКА

КУРСУ



I

Бишкек «Илим» 2003

22.3(кып)
К38

Кыргыз Республикасынын билим жана маданият Министрлиги
Касым Тыныстанов атындагы Ысыккөл мамлекеттик университети

М. М. Кидибаев, К. Шаршеев

ЖАЛПЫ
ФИЗИКА
КУРСУ

Жогорку окуу жайларынын студенттери үчүн
окуу куралы

I

МЕХАНИКА

Бишкек «Илим» 2003

УДК 531
К-38

Кидибаев М.М., Шаршеев К.

ЖАЛПЫ ФИЗИКА КУРСУ. I том. Механика. Окуу куралы / БИМУ. – Бишкек: Илим, 2003. – 560 б.

ISBN 5-8355-1285-6

Китептин биринчи бөлүмүндө жалпы физика курсунун биринчи бөлүмү – механиканын негизги закондору жана кубулуштары каралып, ар бир теманын аягында текшерүү суроолору берилген. Китептин экинчи бөлүмүндө тиешелүү маселелер жана аларды чыгарууга методикалык кеңештер, жооптор камтылган.

Китеп университеттердин физика жана физика-математика факультеттеринин, физика-техникалык, инженердик-физикалык институттардын жана физика негизги дисциплина катарында окутулуучу жогорку окуу жайларынын студенттерине арналат; жогорку окуу жайларынын физика окутуучулары, аспиранттар, инженерлер үчүн да пайдалуу.

Жооптуу редактор
тех. илим. д-ру, КР УИА корр.-мүчөсү,
проф. С.А. Абдраимов

Кыргыз Республикасынын билим
жана маданият министрлиги бекиткен

БИБЛИОТЕКА
Ошского государственного
университета

ИНВ №

72139
854254

ISBN 5-8355-1285-6

© БИМУнун башкы редакциясы, 2003

Жалпыга белгилүү, атайын жана жогорку окуу жайларынын студенттерине арнап, билим берүүнүн бардык тармактары, бөлүмдөрү боюнча мезгил талабын канааттандырган кыргыз тилиндеги окуу китептерин, окуу куралдарын жазып, басмадан чыгаруу, андай окуулуктар менен студенттерди камсыз кылуу мамлекеттин билим берүүчүлүк саясатынын негизги багытына айланды. Акыркы мезгилдерде бул багытта алгылыктуу иштер жүргүзүлүп, математика, химия, техника, медицина сыяктуу тармактар боюнча бир катар окуулуктар кыргыз тилинде жазылып, студенттер тарабынан кеңири колдонулууда.

Билим берүүдө башка илимдер менен эле катар физика илимин окуп-үйрөнүү да өзгөчө мааниге ээ экендигин жана бүгүнкү күнгө чейин физика жана анын бөлүмдөрү боюнча жогорку окуу жайларынын студенттерине арналып жазылган кыргыз тилинде окуулуктардын жок экендигин эске алуу менен, физика предметинин орчундуу бөлүмдөрүнүн бири болгон “Механика” курсун окуулук катары окурмандарга сунуштап отурабыз. Аталган окуу китебин жазууда берилген теориялык материалдарды студенттердин өздөштүрүүсүнө камкордук көрүү максатында маселелерди чыгаруунун жолдору жөнүндөгү көргөзмөлүгүлөрдү кошо берүүнү туура таптык.

Жалпы физика курсу – мектептерде окутулуучу элементардык физика курсунан кийинки анын логикалык уландысы жана жогорку окуу жайларынын ар кыл кесиптеги студенттери үчүн ар кандай деңгээлде

милдеттүү түрдө окутулуучу негизги предмет. Ошондуктан келечекте илимий-педагогикалык кадрларды, орто жана атайын билим берүү мектептеринин мугалимдерин, окутуучуларын, инженерлерди даярдоодо өзгөчө мааниге ээ. Бул курста классикалык физиканын жана бүгүнкү күндөгү физика илиминин жетишкендиктери кеңири баяндалуу менен, физикалык аркыл моделдердин, концепциялардын жана теориялардын колдонулуу чектери көргөзүлгөн.

Жогорку окуу жайларынын студенттерине сунушталып жаткан бул окуу китеби Кыргыз Республикасынын Билим жана маданият министрлиги тарабынан физика багыты боюнча жогорку билим берүүнүн 1999-жылы кабыл алынган мамлекеттик стандартына ылайык түзүлгөн типтүү программанын негизинде биринчи ирет кыргызча жазылып отурат. Андыктан анын дурус жактары менен эле катар мүчүлүштүктөрү да болушу ыктымал. Окуу китебинде байкалган мындай калпыстыктар жөнүндөгү түзөтүүлөрдү авторлор ыраазычылык менен кабыл алышаарын билгизишет жана бул китеп студенттердин билиминин тереңдешине кандайдыр бир деңгээлде өбөлгө түзөт деп үмүттөнүшөт.

КИРИШҮҮ

Физика – жансыз жаратылыштын закондорун окуп үйрөтүүчү табигый илимдердин бири. Байыркы убакта физика (гректин physics – жаратылыш) жаратылыш кубулуштарын окуп үйрөнүү дегенди билдирген. Кийинчерээк жаратылышты үйрөнүү физика, химия, астрономия, геология, биология, ботаника сыяктуу бир катар илимдерге бөлүнүп кеткен.

Дүйнө дайыма өз ара карым-катышта болгон, үзгүлтүксүз кыймылдаган материалдык нерселердин жыйындысы болуп саналат. Жаратылышта байкалган бардык кубулуштар жана процесстер белгилүү закондорго баш ийишет. Илимдин ар кыл тармактарынын негизги милдети – ар түрдүү кубулуштардын жана процесстердин ортосундагы закон ченемдүү байланыштарды ачуу жана аларды үйрөнүү. Ал эми нерселердин өз ара аракеттенишүүсүнүн, ар түрдүү кыймылынын гравитациялык, электромагниттик атомдук жана ядролук кубулуштардын закондорун талдоо физикага тиешелүү.

Физика илими изилдөөчү кубулуштардын алкагын же болбосо бул илимдин шарттуу чегин так аныктоо өтө кыйын, себеби жаңы ачылыштар, аларды техникада колдонуунун жаңы багыттары жыл сайын кеңейүүдө. Акыркы жылдарда физиканын плазманын физикасы, элементардык бөлүкчөлөрдүн физикасы, катуу заттардын физикасы, биофизика ж.б.у.с. жаңы багыттары калыптанып өнүгүүдө. Булар жөнүндө жалпы физика курсунда кыскача маалымат берилгени менен, жалпы физиканын негизги милдети болуп азыркы физиканын жаңы бөлүмдөрүн окуп үйрөнүүгө даярдоо эсептелинет. Физиканын бул бөлүмдөрүн тереңдеп үйрөнүү университеттин окуу планы боюнча жалпы физика курсунан кийин окулуучу атайын курстарда жана лабораториялык иштерде жүзөгө ашырылат. Жалпы физикага тиешелүү негизги закондорду жана кубулуштарды өздөштүрмөйүнчө, атайын курстарды үйрөнүү мүмкүн эмес.

Жалпы физика курсу бир нече бөлүмдөргө бөлүнөт: 1) механика, 2) молекулалык физика, 3) электр кубулуштары жана магнетизм, 4) оптика, 5) атомдук жана ядролук физика.

Материянын кыймылы механикалык, электромагниттик, жылуулук ж.б. сыяктуу ар түрдүү формаларга ээ. Материянын кыймылынын эң жөнөкөй формасы болуп механикалык кыймыл – ар кыл нерселердин бири-бирине салыштырмалуу которулушу жана алардын формасынын өзгөрүшү эсептелет. Механикалык кыймылдын закондору физиканын биринчи бөлүмү – механикада үйрөнүлөт. Механиканын закондорун өздөштүрбөй туруп физиканын калган бөлүмдөрүн окуп үйрөнүү мүмкүн эмес, себеби которулуп өзгөрүү физиканын бардык кубулуштарына мүнөздүү.

Адатта, механиканы үч бөлүмгө бөлүшөт: кинематика, статика жана динамика. Кинематикада нерселердин кыймылы ошол кыймылды пайда кылган же өзгөрткөн себептери эске алынбастан каралат. Статикада нерселердин системасынын тең салмактуулугунун закондору изилденет. Динамикада нерселер кыймылынын закондору кыймылдын пайда болуш же өзгөрүш себептерин эске алуу менен аныкталат. Эгерде бизге нерселердин кыймылдарынын закондору белгилүү болсо, анда алардан тең салмактуулуктун закондорун алууга болот. Ошондуктан жалпы физикада статика менен динамиканын закондору бирге каралат.

Механиканы окуп үйрөнүүдөн мурун биз окурмандарды физиканын предметине, анын изилдөө ыкмаларына тиешелүү бир нече жалпы түшүнүктөр менен кыскача болсо да тааныштырып жана кээ бир негизги түшүнүктөрдүн аныктамасын бере кетүүнү туура таптык.

Физикалык кубулуш. Физикалык кубулуш (же процесс) деп убакыттын өтүшү менен белгилүү нерселердин үстүнөн болуучу, өз ара закон ченемдүү байланышкан өзгөрүүлөрдүн жыйындысын айтабыз. Физикалык кубулуштарда болуучу бардык өзгөрүүлөр өлчөө аркылуу сандык түрдө бааланат.

Физикалык тажрыйба. Нерселердин үстүнөн болуучу ар түрдүү өзгөрүүлөрдүн ортосундагы закон ченемдүү байланыштар жаратылыштагы кубулуштарды алардын табигый түрүндө же каралган байланышты өтө так жана ачык аныктоого

мүмкүнчүлүк берүүчү кубулуштардын өтүү шарттарын камсыз кылган атайын лабораториялык тажрыйбаларда байкоо жүргүзүү аркылуу окуп үйрөнүлөт. Лабораториялык жана техникалык тажрыйбалар, жаратылыштагы кубулуштарга байкоо жүргүзүү – физика илиминин бардык жоболорунун негизи жана тиги же бул кубулуштардын, процесстердин закон ченемдүүлүктөрү жөнүндөгү биздин ой жүгүртүүбүздүн тууралыгынын негизги чени. Илимий талдоонун жана тажрыйба жыйынтыктарынын дал келүүсү же келбөөсү айлана-чөйрөнү таанып-билүүнүн чындыгынын жана тууралыгынын чени болуп эсептелинет.

Физикалык өлчөөлөр жана чоңдуктар. Физика так илим болгондуктан, физикада болуп жаткан өзгөрүүлөрдүн сандык өлчөмдөрүн аныктоо башкы ролду ойнойт. Физикалык изилдөөлөрдө узундук, күч, ылдамдык, ток күчү, каршылык ж.б.у.с. физикалык ар түрдүү чоңдуктар аныкталат.

Физикалык чоңдуктар. Нерселердин жана алардын кыймыл-аракеттеринин касиеттерин, процесстердин мүнөздөмөлөрүн аныктайт. Алардын өзгөрүүсүн өлчөө жолу аркылуу сандык түрдө, башкача айтканда, берилген чоңдукту ошол эле түрдөгү бирдик катарында алынган чоңдук же үлгү менен салыштыруу аркылуу көргөзөт.

Байкоодо жана тажрыйба жүргүзүү мезгилинде физикалык чоңдуктарды так жана туура аныктоо физикадагы илимий изилдөөлөрдүн негизги бөлүгүн түзөт.

Физикалык закондор. Бардык кубулуштар жана процесстер бири-бири менен себеп-натыйжалаш байланышта болушат. Окумуштуулар байкоо жүргүзүүнүн жана тажрыйбанын негизинде закон ченемдүү байланыштарды ачышат жана ар кандай чоңдуктардын өзгөрүүлөрүнүн ортосундагы себеп-натыйжалаш өз ара байланыштарды аныкташат.

Байкоо жүргүзүүнүн жана тажрыйба жыйынтыктарын талдоонун негизинде ар кыл процесстердин өтүүсү баш ийген жалпы мүнөздөгү негизги закон ченемдүүлүктөр аныкталат. Бул жалпы закон ченемдүүлүктөр физикалык закондор деп аталып, ар бир конкреттүү кубулушту талдоодо негизги баштапкы абал болуп саналат.

Абстракциялоо жана жөнөкөйлөтүү. Татаал процесстерди талдоодо, негизги себептүүлүк байланыштарды жана закон ченемдүүлүктөрдү аныктоодо, иликтөөдө бир катар кошумча байланыштар жана көз карандылыктар менен мүнөздөлгөн кээ бир кыйынчылыктарга дуушар болобуз. Ошондуктан бул кыйынчылыктардан чыгуу үчүн биз негизги закон ченемдүүлүктөрдү жана байланыштарды экинчи даражадагы закон ченемдүүлүктөрдөн жана байланыштардан бөлүп алуубуз керек. Каралган процессте эмне негизги, эмне негизги эмес экендигин салыштыруу тажрыйбасы аркылуу гана аныктоого болот. Кубулушту талдоодо негизгисин, башкысын эске алып, маанилүү эмесин, экинчи даражадагысын көңүлгө албоо менен, кубулуштун шарттуу схемасын илимий абстракцияны колдонуу аркылуу түзө алабыз. **Абстракция** – нерсенин кандайдыр бир каралган касиетин же процесстин кандайдыр бир каралган мүнөздөмөсүн көргөзүүчү түшүнүк. Мисалы, материалдык чекит, түз сызык, илээшкектүүлүгү жок суюктук абстракциялык түшүнүктөр болуп эсептелинет.

Накта процессти жартылай сүрөттөөчү же кубулуштун кандайдыр бир каралган жагын эле эске алуучу абстракцияларды жана схемаларды колдонууда алардын пайдаланылышы чектүү экендигин унутпообуз керек.

Схеманы тандап алууда, чоң же кичине түшүнүктөрдү баалоодо өтө кылдат болуубуз зарыл, себеби бир эле чоңдук салыштырмалуу бир процессте чоң, бир процессте кичине чоңдук катарында бааланышы мүмкүн.

Эксперименттик жана теориялык изилдөөлөр. Физика – тажрыйбалык илим, анын негизги маалыматтары жана жыйынтыктары жүргүзүлгөн тажрыйбалардын (эксперимент) негизине таянуу менен алынат. Бирок математикалык аппараттарды жана ыкмаларды колдонуу аркылуу жүргүзүлүүчү теориялык талдоосуз белгисиз кубулуштарды, закон ченемдүүлүктөрдү толугу менен изилдөө мүмкүн эмес.

Изилденүүчү кубулуштарды же процесстерди кароодо физиктер кубулуштун негизги факторун жана закон ченемдүүлүгүн эске алуучу жана сүрөттөөчү схемалык моделдерди пайдаланышат. Окумуштуулар изилденүүчү кубулуштарга окшош кубулуштарды изилдөөдө белгилүү болгон маалыматтарды эске алуу

менен, жалпы теориялык элестегүүлөрдү көңүлгө түйүп, изилденүүчү кубулуштарды мүнөздөөчү негизги закон ченемдүүлүктөр менен бирдикте кошумча чоңдуктарды да аныктоо үчүн математикалык талдоо ыкмаларын колдонууга боло турган **моделдерди** тандап алышат.

Теориялык эсептөөлөрдүн негизинде алынган сандык катнаштар түрүндөгү жыйынтыктар байкоолордогу жана лабораториялык эксперименттердеги өлчөөлөр аркылуу текшерилет. Салыштыруунун жыйынтыгы изилденген моделдин тактыгын жана жарамдуулугун чындыкка же төгүнгө чыгарат. Мындай салыштыруу мурдагыга караганда жогорку тактыктагы, жарамдуулугу жогору жаңы моделди курууга өбөлгө түзөт. Ал модель кайтадан математикалык талдоого алынып, кайтадан тажрыйбада текшерилет.

Теориялык жана эксперименттик изилдөөлөрдүн мындай удаалаштыгы үзгүлтүксүз процесс түрүндө болуп, аныктоого алынган кубулуштардын закон ченемдүүлүктөрүн толук билип таанууга алып келет.

Узундук жана убакыт. Физикалык ар кыл кубулуштарда физикалык ар кандай чоңдуктар менен кездешебиз. Бирок дээрлик бардык кубулуштарда физикалык башка чоңдуктар менен эле катар эки чоңдукту – узундукту жана убакытты кездештиребиз. Ошондуктан узундук менен убакытты физикалык өзгөчө чоңдуктар деп эсептөөгө болот.

Узундук нерселердин **созулушунун**, убакыт процесстер менен кубулуштардын **узактыгынын** чени болуп эсептелет. Бул чоңдуктарды аныктоо философиялык мааниде мейкиндик жана убакыт түшүнүктөрү менен тыгыз байланышкан.

Ар бир нерсе кандайдыр бир өлчөмгө ээ болот. Нерселердин өлчөмү геометриядан бизге белгилүү болгон узундук, аянт, көлөм чоңдуктары менен аныкталат.

Нерселердин мейкиндиктик касиетин аныктоочу негизги чоңдук болуп бирдик катарында алынган кесиндинин узундугу эсептелинет. Физикада узундуктун бирдиги катары эталондогу эки чекиттин ортосундагы аралыкка барабар метр алынат; аянт менен көлөм квадраттык жана кубдук метр менен өлчөнөт.

Нерселердин кыймылы бири-бирине салыштырмалуу түрдө болот, башкача айтканда, кыймыл нерселердин өз ара же бир

нерсенин бөлүктөрүнүн өз ара жайланышынын өзгөрүүсү (деформация) болуп эсептелет.

Ар бир кыймылда эң жок дегенде эки нерсе катышат, ошондуктан кыймылды аныктоо үчүн нерселердин бирин эсептөө нерсеси катары тандап алуубуз керек. Эсептөө нерсеси катары каалаган нерсени алууга болот. Маселен, убакытты өлчөө үчүн саат алынат. Сааттын милдетин бир эле процессти мезгилдүү түрдө кайталап туруучу каалагандай курал аткара алат. Эсептөө нерсеси менен сааттын биримдиги эсептөө системасы деп аталат. Кыймылды математикалык түрдө жазуу үчүн эсептөө системасы болуп кызмат кылган нерсени координат системасы менен байланыштырабыз.

Физикалык чондуктардын өлчөмү. Ар кандай физикалык чондуктар тажрыйбанын жардамы менен аныкталган закон ченемдүүлүктөрдүн негизинде алынат. Физикалык чондуктардын сандык мааниси өлчөө жолу менен, аны бирдик катарында алынган эталон менен салыштыруу аркылуу аныкталат. Жалпысынан эталонду жана өлчөө бирдигин тандап алуу эркин түрдө болот. Физикалык чондуктар көп болгондуктан, негизги деп кабыл алынган саналуу эле чондуктардын өлчөө бирдиктерин эркин түрдө тандап алабыз. Калган чондуктардын бирдиктери негизгилерден көз каранды жана негизги бирдиктер жөнөкөй, калгандары татаал болушат. Чындыгында эле белгилүү физикалык закондорду колдонуу аркылуу каалаган физикалык чондуктардын бирдиктеринин негизги бирдиктерден болгон көз карандылыгын тапсак болот. Эгерде ар бир учур үчүн физикалык закон ченемдүүлүктөрдү билдирүүчү формулалардагы пропорционалдуулуктун коэффициенттери кандайча тандалып алынганы көргөзүлсө, бул көз карандылык анык болот. Татаал чондуктардын бирдигин аныктоодо пропорционалдуулуктун бул коэффициенттерин мүмкүн болушунча жөнөкөй түрдө тандап алууга умтулушат.

Механикада негизги бирдик катары узундук менен убакыттын бирдиги **метр** жана **секунда** (1 м, 1 с) кабыл алынган. Мындан башка негизги бирдик катары дагы бир бирдик – массанын бирдиги **килограмм** (1 кг) киргизилген. Азыркы учурда физикада негизинен СИ системасынын бирдиктери колдонулат.

Механиканын тарыхынан. Механика курсун окуп үйрөнүүгө киришип жатып, механиканын өнүгүү тарыхына кыскача токтоло кетүү зарыл.

Бүгүнкү күнгө чейин жеткен Египеттин пирамидалары сыяктуу байыркы курулуштардын калдыктары илгерки элдер тең салмактуулуктун закондору жөнүндө кандайдыр бир дэңгээлдеги түшүнүктөргө ээ болушкан деп божомол кылууга түрткү берет, себеби бул закондорду билбей туруп, мындай масштабдуу курулуштарды курууга мүмкүн эмес эле. Грек философу Аристотель (б.з.ч. 384–322-ж.ж.) өзүнүн “Физика” деген эмгегине ошол кезде механика боюнча белгилүү болгондордун бардыгын топтогон, бирок күчтү жана кыймылды байланыштырган негизги закон ал тарабынан туура эмес айтылганы кийин аныкталган. Бардык машиналардын түзүлүшүнүн негизи болгон башкы закон рычагдардын тең салмактуулугу жана сүзгөн нерселердин тең салмактуулугу жөнүндөгү закон Архимед тарабынан (б.з.ч. 287–212-ж.ж.) өтө так көргөзүлгөн. Ушундан тартып, механиканын илим катары өнүгүшү башталган. Орто кылымдагы окумуштуулар нерселердин тең салмактуулугу жана алардын касиеттери жөнүндө жаңы маалыматтарды алышкан, бирок алар деле нерсенин кыймылы жөнүндөгү Аристотелдин туура эмес көз карашынан алыстап кете алышкан эмес. XVII кылымда гана Г.Галилей (1564–1642-ж.ж.) нерселердин кыймылынын негизги законун туура ачып көргөзгөн. Ондон жылдардан кийин замандаш окумуштуулардын жетишкендиктерин үйрөнүү менен, улуу окумуштуу И.Ньютон (1643–1727-ж.ж.) бул законду жана механикалык кыймылдын негизги закон ченемдүүлүктөрүн ачып, аларды так, кыска түрдө жазып чыккан. Бул закон ченемдүүлүктөр бүгүнкү күндө да практикалык жана техникалык маселелерди чечүүдө илимий изилдөөлөрдө колдонулуп келүүдө.

Л.Эйлер, Д.Бернулли, Ж.Даламбер, Ж.Лагранж сыяктуу окумуштуулар механиканын негизги закон ченемдүүлүктөрүн жалпы түргө келтиришип, татаал механикалык кыймылды талдоонун ыкмаларын өркүндөтүшкөн.

Механиканын өнүгүшүнүн жаңы этабы А.Эйнштейндин (1879–1955-ж.ж.) жана ага чейинкилердин фундаменталдык эмгектери менен башталган. Алардын эмгектеринде жарыктын

ылдамдыгынан кичине каалагандай ылдамдык менен кыймылдаган нерселердин кыймылын чагылдырган механиканын закондору кеңири жалпылаштырылып келтирилген. Азыр Ньютондун механикасы Эйнштейндин механикасынын бир бөлүгү катарында каралат.

Атомдордун жана молекулалардын курамына кирген бөлүкчөлөрдүн кыймылы жана мейкиндиктин өтө кичинекей аймагында ($\approx 10^{-10}\text{м}$) болуучу кыймылдар көптөгөн молекулалардан турган макроскопикалык нерселердин кыймылынан принципиалдуу айырмаланышат. Атомдун жана молекулалардын ичиндеги кыймылды кванттык (толкундук) механика окутат. Эйнштейндин механикасы сыяктуу эле, кванттык механика да каралып жаткан кубулушту канагаттандырган белгилүү бир шарттарда Ньютондун классикалык механикасын да өзүнүнүн курамына камтырын белгилей кетүүбүз зарыл.

I бөлүм

КЛАССИКАЛЫК МЕХАНИКА

1-БАП

МАТЕРИАЛДЫК ЧЕКИТТИН КИНЕМАТИКАСЫ

§ 1. Механикалык кыймыл

Изилденүүчү нерселердин мүнөздөмөлөрүнө жараша механика материалдык чекиттин, катуу заттын жана туташ чөйрөнүн механикасы болуп үчкө бөлүнөт.

Материалдык чекит деп башка нерселерге чейинки аралыкка салыштырмалуу өлчөмдөрүн эске албоого боло турган нерселерди айтабыз. Материалдык чекит түшүнүгү – абстракциялык түшүнүк, ал нерсенин массасына барабар массага ээ болгон геометриялык чекит катарында каралышы мүмкүн. Эгерде нерсенин бардык курамдык бөлүктөрү бирдей кыймылдап, анын басып өткөн аралыгы өлчөмүнө салыштырмалуу абдан чоң болсо, анда ал материалдык чекит болуп саналат. Бир эле нерсе бир учурда материалдык чекит, башка учурда өлчөмгө ээ нерсе катарында да каралышы мүмкүн. Мисалы, күндүн айланасындагы жердин кыймылын окуп үйрөнүп жатып, биз аларды материалдык чекит катарында карасак болот. Ал эми жердин айланасындагы жасалма жандоочунун кыймылын окуп үйрөнүп жатсак, жер өлчөмгө ээ нерсе катарында каралат.

Ар бир нерсе ага аракет эткен күчтүн натыйжасында аздыр-көптүр деформацияланат, башкача айтканда, өлчөмүн же формасын, же болбосо өлчөмүн да, формасын да өзгөртөт. Механикада **абсолюттук катуу нерсе** деп каралып жаткан маселенин

шартында деформацияланышы эске алынбай турган нерсе эсептелет.

Тугаш чөйрөнүн механикасы газдардын, суюктуктардын, деформациялануучу нерселердин кыймылын жана тең салмактуулугун үйрөтөт. Бул учурда заттын үзгүлтүктүү молекулалык түзүлүшү эске алынбастан, ал үзгүлтүксүз, туташ чөйрө катарында каралат.

Классикалык (кванттык эмес) механика – ньютондук (релятивисттик эмес) жана релятивисттик механика болуп экиге бөлүнөт. Ньютондун механикасынын негизин Ньютондун закондору түзүп, ал жарыктын ылдамдыгына караганда бир топ кичине ылдамдыкка ээ макронерселер үчүн колдонулат. Макроскопикалык нерсе деп массасы атомдун массасынан абдан чоң болуп, көп сандаган атомдордон турган нерсени айтабыз.

Эйнштейндин атайын салыштырмалуулук теориясынын (АСТ) шарттарын канагаттандырган механика релятивисттик деп аталат. Релятивисттик механика жарыктын ылдамдыгына жакын ылдамдык менен кыймылдоочу нерселердин кыймылын үйрөтөт. Белгилей кетүүчү нерсе, АСТ боюнча нерсенин ылдамдыгы боштуктагы жарыктын ылдамдыгынан чоң же ага барабар болбошу керек.

Ньютондун ою боюнча, мейкиндик жана убакыт абсолюттуу, алар бири-бирине көз каранды болушпаган сыяктуу эле, алар мейкиндиктеги башка нерселерге дагы көз каранды эмес. Ньютон абсолюттук мейкиндикти дайыма бирдей жана кыймылсыз абалда болот деп эсептеген.

Салыштырмалуулук теориясы мейкиндик жана убакыт жөнүндөгү түшүнүктү түп тамырынан бери өзгөрттү. АСТ боюнча мейкиндик менен убакыт бири-бири менен ажырагыс байланышта болуп, төрт өлчөмдүү мейкиндик-убакытты түзөт.

Бирок мейкиндик жана убакыт жөнүндөгү көз карашынын туура эместигине карабастан, Ньютондун механикасы атомдун массасына салыштырмалуу чоң массага ээ жана жарыктын ылдамдыгына караганда алда канча кичине ылдамдыкка ээ нерселердин кыймылын окуп үйрөнүүгө толук жарамдуу.

Механикалык кыймылды математикалык түрдө жазууда көпчүлүк учурда x , y , z декарттык тик бурчтуу координат системасын колдонушат. Кээде бир ыңгайлуулугуна жараша уюлдук, цилиндрлик, сфералык жана башка координат системалары

колдонулат. Биз көбүнчө декарттык координат системасын колдонобуз.

Байкоо жүргүзүүнүн негизинде убакыттын ар бир моменти үчүн кыймылдаган чекиттин мейкиндиктеги абалын тандап алган координат системасында аныктап алабыз.

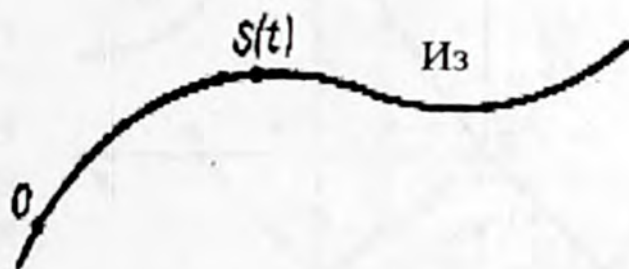
Мейкиндикте кыймылдаган нерсе басып өткөн чекиттердин жыйындысы кыймылдын изи – траекториясы деп аталган сызыкты пайда кылат. Берилген системадагы издин түрүнө жараша бардык кыймылды түз жана ийри сызыктуу кыймыл деп экиге бөлүп алсак болот. Издин түрү эсептөө системасын тандоодон көз каранды. Тактап айтканда, бир эле чекиттин кыймылы бир системада түз, экинчисинде ийри сызыктуу болушу мүмкүн. Мисалы, кыймылдап бара жаткан автомобилден түшкөн оор топтун кыймылы автомобиль менен байланышкан эсептөө системасына карата түз, жер менен байланышкан эсептөө системасына карата ийри сызыктуу (парабола) болот.

Жеке эле из эмес кыймылдын өзүнүн мүнөзү да эсептөө системасын тандоодон көз каранды. Кинематиканын негизги маселеси болуп тандап алган эсептөө системасында чекиттин кыймылын талдоо түрүндө, башкача айтканда, формулалардын жардамы менен жазуу эсептелет.

Кыймылды мейкиндикте талдоо түрүндө жазуунун үч ыкмасы бар.

Биринчи ыкма табигый ыкма деп аталып, анын маңызы төмөндөгүчө. Берилген изде жаалык координат деп аталган эсептөөнүн башталышы берилип, ал убакыттын берилген моментинде кыймылдаган чекиттин издеги абалын аныктайт (1.1-сүр.).

Жаалык координат эсептөө башталышынан издеги берилген чекитке чейинки кесиндинин узундугу менен өлчөнөт. Жаалык координат эсептөө башталышынын бир тарабын көздөй оң, ага каршы багыт боюнча терс деп алынат.

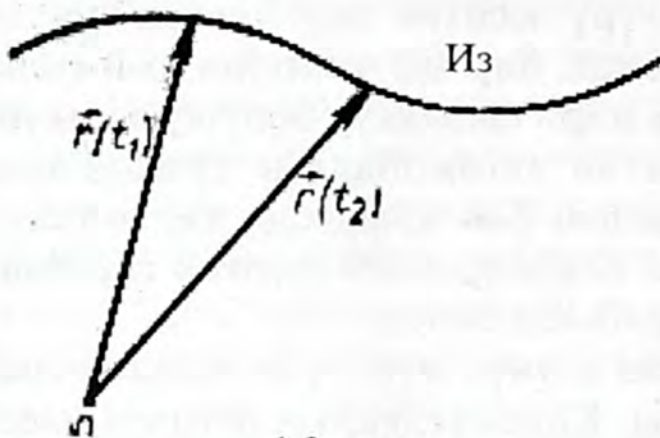


1.1-сүрөт

Бул ыкмада кыймылдаган чекиттин издеги абалын жазуу толугу менен убакыттан көз каранды бир эле координат S аркылуу аныкталат:

$$S = S(t).$$

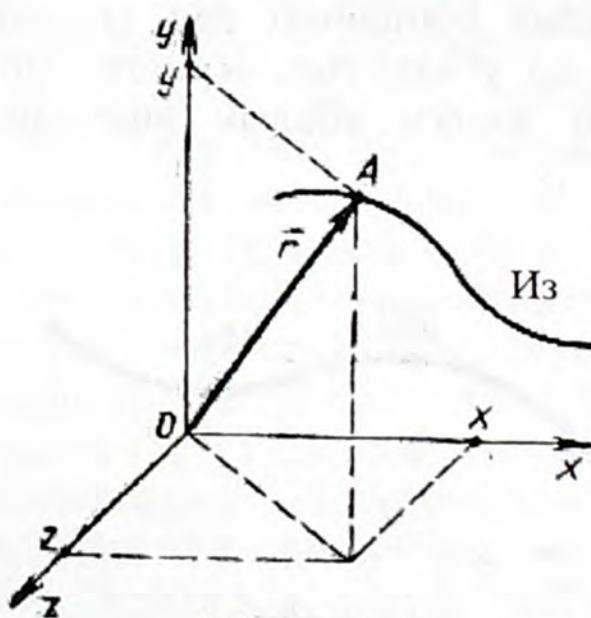
Ошондуктан из боюнча чекиттин кыймылын берүү үчүн из боюнча кыймылдаган чекиттин талдоо түрүндөгү жазылышы болгон $S = S(t)$ функциясын берүү керек. Бул функцияны чекит кыймылынын из боюнча берилген закону деп аташат.



1.2-сүрөт

өзүнүн модулу жана багытын өзгөртүп, убакыттын функциясы болуп калат.

$$\vec{r} = \vec{r}(t).$$



1.3-сүрөт

Экинчи ыкма. Вектордук деп аталган чекиттин кыймылын талдоо түрүндө жазуунун экинчи ыкмасы мейкиндиктеги чекиттин абалы кандайдыр бир O борборунан берилген чекитке чейин жүргүзүлгөн радиус-вектор аркылуу көргөзүлө тургандыгына негизделген (1.2-сүр.). Чекит кыймылдаган сайын анын радиус-вектору

$\vec{r} = \vec{r}(t)$ функциясы чекит кыймылынын вектордук закону деп аталат жана аны кыймыл изинин теңдемесинин өлчөмөлүк (t -убакыт-өлчөмө) түрдө берилиши катарында кароого болот.

Үчүнчү ыкма. “Координаттык” деп аталган үчүнчү ыкманын маңызы төмөндөгүчө. Мейкиндиктеги A чекитинин абалы тик бурчтуу координат системасында үч координат x, y, z менен аныкталат. (1.3-сүр.). Чекит

Чекит кыймылдаган кезде бул координаттар убакыттан көз каранды болушат $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. Эгерде бул функциялар белгилүү болушса, алар чекиттин мейкиндиктеги абалын убакыттын каалаган моментинде аныктай алышат. Кыймылдын координаттык теңдемесин кыймылдын изин жазуу теңдемеси катарында кароого болот. Сөзсүз, бул үч ыкма өз ара байланышта болушат. Эң эле жөнөкөй байланыш вектордук жана координаттык ыкмалардын ортосунда байкалат. Ал байланыш талдоо геометриясынан белгилүү, ар бир \vec{r} вектору декарттык координат системасында x , y , z огу боюнча багытталган үч вектордун суммасынан турат дегенден келип чыгат (1.3-сүр.).

$$\vec{r} = r_x \vec{i} + r_y \vec{j} + r_z \vec{k},$$

мында r_x, r_y, r_z — \vec{r} векторунун тиешелүү окторго болгон проекциялары; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — x, y, z октору боюнча багытталган бирдик векторлор. \vec{r} векторунун проекциялары r_x, r_y, r_z векторунун учунун (1.3-сүрөтүндөгү A чекити) координаттарына барабар болгондуктан, $r_x = x, r_y = y, r_z = z$, ошондуктан:

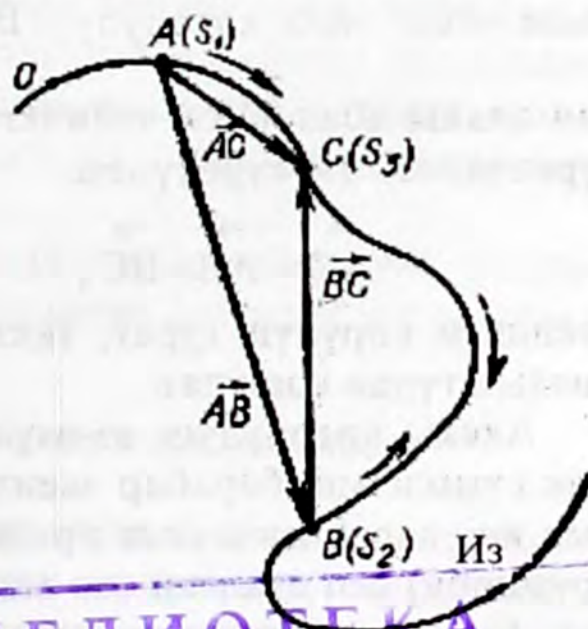
$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

болот, мындан вектордук жазуу ыкмасынан координаттыкка, координаттыктан вектордукка өтүүгө болору келип чыгат.

Вектордук ыкма көбүнчө теориялык изилдөөлөрдө колдонулса, конкреттүү маселелерди чечүүдө табигый жана координаттык ыкмалар колдонулат.

Кыймылдын конкреттүү түрлөрүн изилдөөдөн мурун келечекте бизге керек болуучу эки түшүнүктү — кыймылдаган чекиттин жолун жана которулушун тактап алалы.

Жол. Ийри сызык боюнча кыймылдаган чекиттин изин карайлы (1.4 сүр.). Убакыттын



1.4-сүрөт

t аралыгында чекит из боюнча дайыма бир багытта кыймылдап, А абалынан В абалына жылсын дейли. Эгер чекит S тин оң багыты боюнча кыймылдасын десек, жол $\ell_1 = S_2 - S_1$ экендигин көрүү анча кыйын эмес.

Эгер чекит бул убакыттын ичинде А дан В га чейин жылып, андан соң багытын өзгөртүп С абалына келсе, анын жолу эки бөлүктөн А дан В га чейинки жана В дан А га чейинки жолдун суммасынан турат, муну мындайча жазып алсак болот:

$$\ell_2 = S_2 - S_1 + |S_3 - S_2|.$$

Ошентип, чекиттин басып өткөн жолу анын издин бөлүктөрүндө бир калыпта басып өткөн жолдорунун суммасынан турат. Издин бөлүктөрүндөгү бир калыптагы кыймылдын жолу жаалык координаттардын айырмасынын абсолюттук чоңдугу катарында аныкталат. Мааниси боюнча жол – скалярдуу жана оң чоңдук. Мисалы, автомобилдин эсептегичи кыймылдын мүнөзүнө, изинин өзгөчөлүгүнө көз каранды болбостон, анын басып өткөн жолун көргөзөт.

Чекиттин которулушу. Эгер чекит из боюнча кыймылдап, А абалынан В абалына өтсө (1.4-сүр.), анда чекиттин которулушу болуп узундугу $|AB|$ га барабар А дан В га багытталган \vec{AB} вектору эсептелинет. Эгер чекит из боюнча В абалынан С абалына өтсө, анда которулуу \vec{BC} га барабар болот. Чекиттин А дан аяккы абал С га чейинки которулушу \vec{AC} вектору менен сүрөттөлөт. 1.4-сүрөтүнөн,

$$\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC},$$

экендиги көрүнүп турат, тактап айтканда, которулуш геометриялык түрдө кошулат.

Аяккы которулуш өз-өзүнчө которулуштардын геометриялык суммасына барабар экендиги механиканын которулуштардын көз карандысыздык принциби (суперпозиция же катталыш принциби) деп аталган өтө маанилүү принциби болуп эсептелинет. Бул принциптин тууралыгы тажрыйба жүзүндө далилденген.

Которулуш чекит кайсы багытта, канча аралыкка которулганын көргөзөт. Бирок которулуш боюнча кыймыл кандай из менен болуп өткөнүн айтуу кыйын. Эгер А жана В абалдары бири бирине өтө жакын болсо, АВ жаасынын хордасы болгон

\vec{AB} которулушу жаа менен дал келет деп айтсак болот. Анда чекиттин чыныгы жаа боюнча болгон кыймылын жакындаштырып, хорда боюнча болуучу кыймыл менен алмаштырсак болот, башкача айтканда, АВ кесиндисиндеги ийри сызыктуу кыймылды түз сызыктуу кыймыл катарында карасак болот. Бул учурда

\vec{AB} векторунун узундугу АВ жаасынын узундугуна барабар болгондуктан, \vec{AB} которулушу каралып жаткан кичинекей аралыктагы чекиттин кыймылынын багыты жана Δt убактысында өтүлгөн жол $\Delta \ell$ жөнүндөгү маалыматтарды өзүнө камтыйт.

$$\left| \vec{AB} \right| = \overset{\cup}{AB} = |S(t+\Delta t) - S(t)| = |\Delta S|.$$

§ 2. Түз сызыктуу кыймыл

Эгерде материалдык чекит каалагандай тандалып алынган барабар убакыттардын аралыгында бирдей жолдорду басып өтсө, анда мындай кыймыл бир калыптагы кыймыл деп аталат. Ал эми каалагандай барабар убакыттын аралыгында басып өтүлгөн жол бирдей болбосо, кыймыл бир калыптагы эмес кыймыл деп аталат.

Бул аныктамаларда убакыттардын аралыктарын тандоо каалагандай болоору маанилүү экендигин белгилей кетүү зарыл.

2.1. Бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл

Бир калыптагы кыймылдын ылдамдыгы. Бир калыптагы түз сызыктуу кыймылды сандык жактан мүнөздөөчү чоңдук катарында убакыт бирдиги ичинде материалдык чекиттин басып өткөн жолуна пропорциялуу чоңдук алынат. Бул физикалык

чоңдук бир калыптагы кыймылдын ылдамдыгы же, тактап айтсак, ылдамдыктын модулу деп аталат:

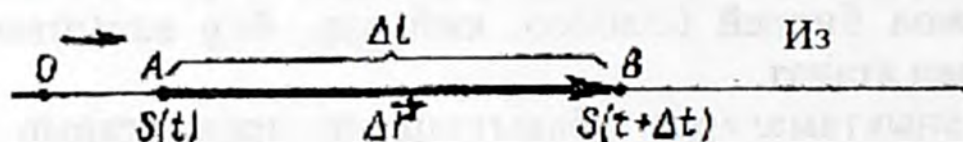
$$|\mathcal{V}| = \frac{\Delta \ell}{\Delta t}. \quad (1.1)$$

Демек, ылдамдык бир калыпта кыймылдаган чекиттин убакыт бирдиги ичинде басып өткөн аралыгы (жолу) аркылуу өлчөнөт. Жогорудан (1.1), эгер $\Delta \ell = 1$, $\Delta t = 1$ болсо $|\mathcal{V}| = 1$ болоору көрүнүп турат. Мындан ылдамдыкты өлчөөнүн бирдиги келип чыгат.

Ылдамдыкты өлчөө бирдиги катарында бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл кезинде материалдык чекиттин убакыт бирдиги ичинде басып өткөн бирге барабар жолу алынат. Ылдамдыкты өлчөө бирдигинин аталышы катарында жол бирдигинин аталышынын убакыт бирдигинин аталышына болгон катышы алынат: км/саат, м/с, см/с ж.б.

Ылдамдыктын жогоруда берилген аныктамасы чекит из боюнча кайсы багытта кыймылдаары жөнүндө ой жүгүртүүгө мүмкүнчүлүк бербейт, бирок ал ылдамдыктын абсолюттук же арифметикалык мааниси жөнүндө түшүнүк берет. Бул жол $\Delta \ell$ жана убакыттын аралыгы Δt негизинен оң сан экендигинен келип чыгат.

Бир калыптагы кыймылдын заматтагы ылдамдыгы (1.1) формуласына ылайык ылдамдыкты өлчөө үчүн жолду $\Delta \ell$ ди убакыттын аралыгы Δt га бөлүү керек (1.5-сүр.).



1.5-сүрөт

Убакыттын Δt аралыгында чекит $S(t)$ координатасы менен аныкталган А абалынан $S(t+\Delta t)$ координатасы менен аныкталган В абалына которулсун дейли (1.5-сүр.). Анда ылдамдык төмөндөгүчө аныкталат:

$$|\mathcal{V}| = \frac{\Delta \ell}{\Delta t}.$$

Эгерде басып өткөн жол $\Delta \ell$ ди убакыттын ирээттүү түрдө кичирейиши менен бир нече жолу өлчөсөк, убакыттын аралыгынын эң кичинекей маанисиндеги чекиттин кыймылын бир калыпта деп алсак болоорун көрөбүз, анда:

$$|\vartheta| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \ell}{\Delta t}. \quad (1.2)$$

Чекиттин басып өткөн жолу $\Delta \ell$ дин убакыттын аралыгына Δt га, ал $\Delta t \rightarrow 0$ кезиндеги болгон катышы убакыттын моментиндеги же издин берилген чекитиндеги ылдамдыгы болуп эсептелет жана ал **заматтагы ылдамдык** деп аталат.

(1.2.) катышына кайрылалы. Чекиттин басып өткөн жолу $\Delta \ell = |S(t + \Delta t) - S(t)|$ (1.5-сүр.). $\Delta \ell$ дин маанисин (1.2) ге койсок:

$$|\vartheta| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|S(t + \Delta t) - S(t)|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta S|}{\Delta t} = \left| \frac{dS}{dt} \right|. \quad (1.3)$$

Ошентип **заматтагы ылдамдык модулу боюнча “жаалык” координаттан убакыт боюнча алынган биринчи туундусунун абсолюттук чоңдугуна барабар.**

Заматтагы ылдамдыктын аныктамасы (1.3) чекиттин из боюнча болгон кыймылынын багыты жөнүндө маалымат бербейт. Ошондуктан ылдамдыкка, эгерде чекит S координатынын өсүү жагына кыймылдаганда оң, кичирейүү жагына кыймылдаганда терс алгебралык белги энчилөө жөнүндө шартташып алган болсок, анда биз ылдамдыкка алгебралык чоңдуктун маанисин берген болобуз. Ылдамдыктын белгиси өзүнөн-өзү эле туундунун белгиси менен аныкталат.

$$\vartheta = \frac{dS}{dt}. \quad (1.4)$$

Кыймылдын закону жана жол. (1.4) катышынан,

$$dS = \vartheta dt,$$

мында ϑ убакыттан көз каранды эмес (бир калыптагы кыймыл). Барабардыктын оң жана сол жагын интегралдасак:

$$S = \vartheta \int dt + C = \vartheta t + C, \quad (1.5)$$

мында C – интегралдоонун турактуусу. Аны аныктоо үчүн чекиттин убакыттын $t = 0$ баштапкы моментиндеги абалы жөнүн-

дө кошумча маалымат керек. Эгер убакыттын $t = 0$ моментинде чекиттин абалы S_0 координатасы менен аныкталса, анда (1.5) барабардыгынан биз чекиттин түз сызык боюнча бир калыптагы кыймылынын законун алабыз:

$$S = S_0 + \vartheta t . \quad (1.6)$$

Эгер кыймылдын закону белгилүү болсо, t убакыт аралыгы ичиндеги чекиттин басып өткөн жолу ℓ , анын баштапкы S_0 жана аяккы $S(t)$ абалдарынын жаалык координаттарынын айырмасынын абсолюттук чоңдугу катарында аныкталат

$$\ell = |S(t) - S(0)| , \quad (1.7)$$

(1.6) кыймыл законунан,

$$|S(t) - S(0)| = |\vartheta|t ,$$

($t > 0$). Бул маанини (1.7)ге койсок:

$$\ell = |\vartheta| \cdot t . \quad (1.8)$$

Демек, бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл кезинде жол ылдамдыктын модулуна убакытка көбөйткөнгө барабар.

2.2. Бир калыпта эмес кыймыл

Орточо ылдамдык. Байкоолор көргөзгөндөй, бир калыпта эмес кыймылдар менен дайыма кезигебиз. Алар, биринчи иретте, бири-биринен **орточо ылдамдыктары** боюнча айырмаланышат.

Бир калыпта эмес кыймылдын орточо ылдамдыгы деп кандайдыр бир убакыт аралыгында өтүлгөн жолдун убакыт аралыгынын узактыгына болгон катышын айтабыз:

$$|\vartheta_{\text{орт}}| = \frac{\Delta \ell}{\Delta t} . \quad (1.9)$$

Мааниси боюнча орточо ылдамдык жолу $\Delta \ell$ жана кыймылдоо убактысы Δt каралып жаткан бир калыптагы эмес кыймылдыкындай болгон бир калыптагы кыймылдын ылдамдыгынын чоңдугу болот.

Заматтагы ылдамдык. Кыймылды так жазуу үчүн орточо ылдамдыктарды издин чексиз кичине бөлүгүнүн чексиз чоң сандарында карообуз керек.

Жолдун ΔS бөлүгүндөгү орточо ылдамдык:

$$|\vartheta_{\text{орт}}| = \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \frac{|\Delta S|}{\Delta t}.$$

Орточо ылдамдыктын $\Delta t \rightarrow 0$ кезиндеги чектик мааниси заматтагы ылдамдыктын модулу деп аталып, ал $|\vartheta|$ аркылуу белгиленет:

$$|\vartheta| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta S}{\Delta t} \right| = \left| \frac{dS}{dt} \right|. \quad (1.10)$$

Ошентип, бир калыптагы эмес кыймылдын заматтагы ылдамдыгынын модулу жаалык координат $S(t)$ дан убакыт боюнча алынган биринчи туундусунун абсолюттук маанисине барабар.

Эгер 1.10 катышынан модулдун белгисин алып салсак, анда заматтагы ылдамдыктын алгебралык чондугу төмөндөгүчө аныкталат.

$$\vartheta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}. \quad (1.11)$$

Бир калыптагы эмес кыймылдын заматтагы ылдамдыгы издин эң кичине бөлүгүндөгү издин берилген чекитинин жанындагы бир калыптагы кыймылдын ылдамдыгы болуп эсептелет.

Демек, бир калыпта эмес түз сызыктуу кыймылды так жазуу үчүн, издин ар бир чекитиндеги (же убакыттын ар бир моментиндеги) заматтагы ылдамдыгын билүүбүз зарыл. Башкача айтканда, $\vartheta = f(S)$ же $\vartheta = F(t)$ функцияларынын бирөөнү беришибиз керек.

2.3. Бир калыпта өзгөрмөлүү түз сызыктуу кыймыл

Ылдамдыгы убакыт боюнча түз сызыктуу закон боюнча өзгөргөн бир калыпта эмес кыймыл бир калыпта өзгөрмөлүү кыймыл деп аталат. Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылды ылдамдыгы убакыттын барабар бөлүктөрүндө барабар

чондуктарга өзгөргөн бир калыпта эмес кыймыл катарында аныктап алсак болот.

Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймыл кезиндеги ылдамдануу.

Бир калыпта өзгөрмөлүү түз сызыктуу кыймылды сан түрүндө мүнөздөө үчүн, убакыт бирдиги ичиндеги ылдамдыктын өзгөрүшүнө пропорционалдуу, бир калыпта өзгөрмөлүү түз сызыктуу кыймылдын ылдамдануусу деп аталган чондукту алсак болот:

$$|a| = \frac{|\Delta\vartheta|}{\Delta t}.$$

Мындан ылдамдануунун өлчөө бирдигин аныктап алсак болот. Ылдамдануунун бирдиги катарында убакыт бирдиги ичинде ылдамдыгы ылдамдыктын бирдигине өзгөргөн бир калыптагы өзгөрмөлүү кыймылдын ылдамдануусу алынат.

Заматтагы ылдамдануу. Ылдамдануунун аныктамасына таянып, бир калыпта өзгөрмөлүү кыймыл кезинде $|a|$ ылдамдануусу Δt убакыт аралыгын тандоодон көз каранды болбоорун көрөбүз. Бул бир калыпта өзгөрмөлүү кыймыл кезинде ылдамдыктын $|\vartheta|$ нын өзгөрүшү убакыттын аралыгына Δt га түз пропорционалдуу дегендикти билдирет. Мындан Δt убакыт аралыгын чексиз кичирейткенде ылдамдануу өзгөрбөйт деген жыйынтыкка келүү анча деле кыйын эмес:

$$|a| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left| \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} \right| = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}.$$

Мында $|\Delta\vartheta| = |\vartheta(t + \Delta t) - \vartheta(t)|$ болгондуктан,

$$|a| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta\vartheta|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\vartheta(t + \Delta t) - \vartheta(t)|}{\Delta t} = \left| \frac{d\vartheta}{dt} \right|. \quad (1.12)$$

Мындан ылдамдануунун модулу ылдамдыктан убакыт боюнча табылган биринчи туундусунун модулу катары аныкталат

деген жыйынтыкка келебиз. $\frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$ катышынын $\Delta t \rightarrow 0$ кезиндеги

умтулган чектик чондугу мааниси боюнча берилген t убакыт моментиндеги, же издин $S(t)$ чекитиндеги ылдамданууну билги-

зет. Ылдамдануунун модулу аныктоодон ылдамданууну алгебралык чоңдук катарында аныктоого өтөбүз:

$$a = \frac{d\vartheta}{dt} \quad (1.13)$$

Мында $\vartheta = \frac{dS}{dt}$ болгондуктан, ылдамдануу жаалык координаттан убакыт боюнча алынган экинчи туундуга барабар

$$a = \frac{d^2S}{dt^2}.$$

Ылдамдыктын өзгөрүшүнүн закону. Эгер берилген түз сызыктуу бир калыпта өзгөрмөлүү кыймыл үчүн ылдамдануу белгилүү болсо, анда кыймылдын ылдамдыгы, кыймыл закону, жол сыяктуу бардык мүнөздөмөлөрүн аныктап алсак болот.

(1.13) формуласынан

$$d\vartheta = a dt.$$

Убакыт боюнча эки жагын тең интегралдасак жана $a = \text{const}$ экендигин эске алсак,

$$\vartheta = \int a dt + C_1 = at + C_1. \quad (1.14)$$

Интегралдоонун турактуусу C_1 баштапкы шарттан аныкталат, $t = 0$ кезинде $\vartheta = \vartheta_0$ десек, $C_1 = \vartheta_0$, анда

$$\vartheta = \vartheta_0 + at. \quad (1.15)$$

Күтүлгөндөй эле ылдамдык убакытка сызыктуу закон боюнча көз каранды болот.

Чекиттин из боюнча кыймылынын закону. Бир калыпта кыймыл кезиндеги жол.

$$\vartheta = \frac{dS}{dt}$$

формуласынан: $dS = \vartheta dt$. Барабардыктын эки жагын, $\vartheta = \vartheta_0 + at$ экендигин эске алуу менен интегралдасак:

$$S = \int \vartheta dt + C_2 = \int (\vartheta_0 + at) dt + C_2 = \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2} + C_2.$$

Интегралдоонун турактуусу C_2 , убакыттын $t = 0$ моментинде издеги чекиттин абалы S_0 координаты менен аныкталгандыгынан табылат:

$$C_2 = S_0.$$

Ошентип, чекиттин из боюнча бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылынын закону төмөндөгүдөй түргө ээ болот:

$$S = S_0 + \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2}. \quad (1.16)$$

Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймыл кезиндеги ылдамдыктын чекиттин издеги абалы менен болгон байланышы. Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылдын кыймыл закону жана ылдамдыгынын өзгөрүү закону төмөндөгүдөй түргө ээ:

$$S = S_0 + \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2},$$

$$\vartheta = \vartheta_0 + at,$$

мында, ϑ_0 – чекиттин убакыттын $t = 0$ моментиндеги (же S_0 абалындагы) ылдамдыгы; ϑ – чекиттин убакыттын t моментиндеги (же S абалындагы) ылдамдыгы. Бул теңдемелерден убакытты чыгарып ийсек, кыймылдаган чекиттин ылдамдыгы менен абалын байланыштырган төмөндөгүдөй барабардыкты алабыз

$$\vartheta^2 - \vartheta_0^2 = 2a(S - S_0). \quad (1.17)$$

Демек, чекиттин баштапкы жана аяккы абалдарындагы ылдамдыктарынын квадратынын айырмасы баштапкы жана аяккы абалдардын координаттарынын айырмасы менен аныкталат.

1.17 формуласын колдонууда a жана S чоңдуктарынын белгилерин эске алуу керек.

Эгер координаттарды эсептөөнү чекиттин баштапкы абалынан баштасак, анда учурдагы координата t убакыты ичинде өтүлгөн жолду көргөзөт, ал эми кыймыл закону төмөндөгүдөй түргө ээ болот:

$$S = \ell = \frac{at^2}{2}. \quad (1.18)$$

Бул учурда жол убакыттын квадратына түз пропорциялаш.

Текшерүү суроолору

1. Материалдык чекиттин кыймылын жазуунун ыкмаларын атагыла.
2. Бир калыптагы жана бир калыпта эмес деп кандай кыймылдар аталат?
3. Түз сызыктуу бир калыптагы кыймылдын ылдамдыгы деп эмнени айтабыз? Эмне үчүн бир калыптагы кыймылдын ылдамдыгын эсептөөнүн жыйынтыгы убакыттын аралыгынын узактыгына көз каранды эмес? Заматтагы ылдамдык деген эмне, анын физикалык мааниси кандай?
4. Чекиттин которулушунун жолдон айырмасы эмнеде? Кайсыл шарттарда которулуш векторунун узундугу чекиттин басып өткөн жолуна барабар болот?
5. Бир калыпта эмес кыймылдын орточо ылдамдыгы деп эмнени айтабыз? Орточо ылдамдыктын физикалык мааниси кандай же ал кантип эсептелет? Орточо ылдамдык нөлгө барабар болушу мүмкүнбү?
6. Бир калыпта эмес кыймылдын заматтагы ылдамдыгы деп эмнени айтабыз? Бир калыпта эмес кыймылдын аныктама-сына таянып, убакыттын ар кандай моментиндеги заматтагы ылдамдыктар бирдей болбой тургандыгын көргөзгүлө.
7. Заматтагы ылдамдыктын модулу чекиттен координат башталмасына чейинки аралык менен кандай байланышкан? Ылдамдыктын белгиси эмнени билдирет?
8. Бир калыпта эмес кыймыл кезинде жол кантип эсептелинет?
9. Кандай кыймыл бир калыпта өзгөрмөлүү деп аталат? Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылдын ылдамдануусу деп эмнени айтабыз жана анын өлчөө бирдиктери кандай?
10. Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылдын ылдамдануусу боюнча чекиттин кыймылынын законун, ылдамдыгын жана анын басып өткөн жолун кантип табууга болот? Бул үчүн кандай кошумча чоңдуктар керек?
11. Кыймылдын закону боюнча ылдамдык, ылдамдануу жана жол кантип аныкталат? Кандай шартта бир эле убакытта кыймыл закону жолдун закону боло алат?
12. Ылдамдануунун белгиси эмнени билдирет?

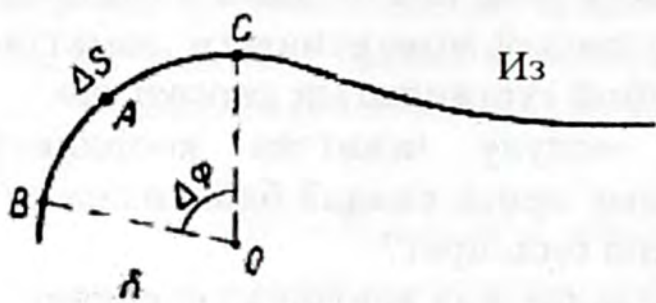
13. Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылдын ылдамдануусунун модулуна убакытка көз карандылыгынын графиги кандай түргө ээ болот?
14. Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылдын ылдамдыгынын чекиттин абалынын координаттары менен болгон байланышы кандай?

§ 3. Ийри сызыктуу кыймыл.

Ийри сызыктуу кыймыл кезиндеги ылдамдык жана ылдамдануу

3.1. Издин түрлөрү. Издин ийрилиги

Ар кандай издерди байкоодо алардын ар кандай даражадагы ийриликке ээ болорун көрөбүз. Ийриликти сан аркылуу так жазуу үчүн математикада ийриликтин радиусу R жана ийринин ийрилиги ρ сыяктуу өз ара байланышкан эки түшүнүктү колдонушат:



1.6-сүрөт

$$\rho = \frac{1}{R}$$

Ийриликтин радиусун табабыз. Ийри сызыктуу издеги А чекитинин жанынан бири-бирине жакын жайланышкан В жана С чекитин алабыз (1.6-сүр.). Бул чекиттерге перпендикулярларды тургузуп, аларды бири-бири менен кесилишкенге чейин созобуз (О чекити).

Андан соң В жана С чекитин А чекитине жакындатабыз.

Качан алар А га өтө жакындаганда, $\overset{\cup}{BC} = \overset{\cup}{\Delta S}$ жаасын R радиусу ийриликтин радиусуна барабар болгон айлананын белгилүү жакындатылган жаасы катарында эсептеп алсак болот. Айлананын радиусу R , BO жана CO перпендикулярларынын ортосундагы $\overset{\cup}{\Delta S}$ жаасынын жана $\Delta \phi$ бурчунун катышы аркылуу аныкталат (1.6-сүр.) же болбосо,

$$R \approx \frac{\overset{\cup}{\Delta S}}{\Delta\varphi} \quad \text{же} \quad R \approx \frac{\Delta S}{\Delta\varphi}.$$

Себеби кичине жаа $\overset{\cup}{\Delta S}$ ти ΔS хордасы менен алмаштырууга болот. $\Delta\varphi$ бурчун нөлгө умтултуп, ийрилик радиусун так аныктап алсак болот:

$$R = \lim_{\Delta\varphi \rightarrow 0} \frac{\overset{\cup}{\Delta S}}{\Delta\varphi} = \frac{dS}{d\varphi}. \quad (1.19)$$

3.2. Ийри сызыктуу кыймыл кезиндеги ылдамдык

Жогоруда биз түз сызыктуу кыймыл үчүн ылдамдык жана ылдамдануу түшүнүктөрүн карап кеттик. Бул түшүнүктөрдү ийри сызыктуу кыймыл үчүн да жалпылайбыз. Из боюнча кыймылдаган чекит Δt убактысында $S(t)$ абалынан $S(t + \Delta t)$ абалына которулсун дейли. Анын ийри сызык боюнча басып өткөн жолу $\Delta\ell$ жалпысынан $\overset{\cup}{\Delta S} = S(t + \Delta t) - S(t)$ жаасынын узундугу менен дал келбеси мүмкүн, себеби чекит бир нече жолу кыймыл багытын өзгөртүшү мүмкүн.

Бирок Δt убакыт аралыгын жетишээрлик кичине кылып тандап алып, издин тиешелүү бөлүгүндөгү чекиттин кыймылын бир багытта деп эсептесек болот. Анда бул учурда жол

$\Delta\ell = (\overset{\cup}{\Delta S}) = |\Delta S|$, орточо ылдамдык $|\mathfrak{v}_{op}|$ төмөндөгүгө барабар:

$$|\mathfrak{v}_{op}| = \frac{\Delta\ell}{\Delta t} = \frac{|S(t + \Delta t) - S(t)|}{\Delta t}.$$

Орточо ылдамдыктын $\Delta t \rightarrow 0$ кезиндеги чектик мааниси убакыттын t моментиндеги (же издин берилген чекиттиндеги) заматтагы маанисинин модулу берет:

$$|\mathfrak{v}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|S(t + \Delta t) - S(t)|}{\Delta t} = \frac{|dS|}{|dt|}. \quad (1.20)$$

Ошентип, ийри сызыктуу кыймыл кезинде деле заматтагы ылдамдыктын модулу жаалык координаттан убакыт боюнча

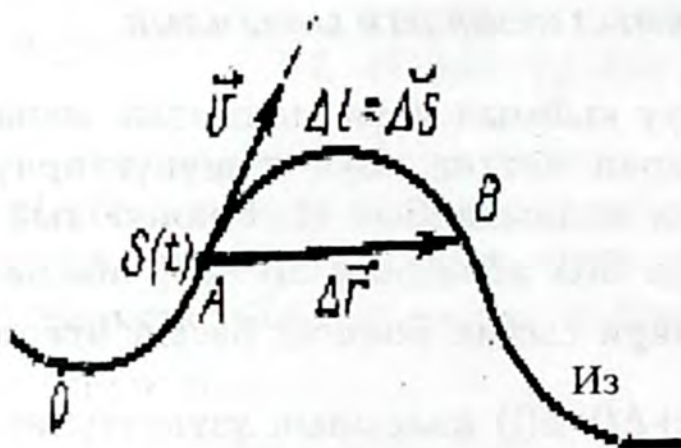
алынган биринчи туундунун абсолюттук чоңдугуна барабар болот.

Ылдамдыктын алгебралык мааниси (1.20) формуласындай жазыла турганы өзүнөн өзү түшүнүктүү:

$$\vartheta = \frac{dS}{dt}.$$

Ылдамдыктын оң белгиси чекиттин кыймылы из боюнча жаалык координаттын өскөн жагына, терс белгиси кичирейген жагына багытталганын көрсөтөт. Ошентип, ылдамдыктын белгиси чекиттин кыймылынын багытын мейкиндикте эмес, из боюнча мүнөздөйт.

Ылдамдык мейкиндиктеги кыймылдын багыты жөнүндө түшүнүк бериши үчүн ылдамдыкты вектор катарында кароочу түшүнүккө өтүшүбүз керек. Бул үчүн Δl түшүнүгү жол эмес, вектордук чоңдук $\vec{AB} = \Delta \vec{r}$ которулушу каралат (1.7-сүр.).



1.7-сүрөт

Которулуш вектору $\vec{\Delta r}$, жалпысынан айтканда, издин кыймылдаган чекит чийген ΔS жаасына барабар бөлүгү менен дал келбейт.

Бирок которулуш жетишээрлик кичине болсо, анда жетишээрлик тактыкта издин кичине бөлүгүн анын хордасы менен алмаштырып, издин бул бөлүгү $\vec{\Delta r}$ которулуш вектору менен дал келет деп эсептеп алсак болот. Анда жол которулуштун модулуна барабар:

$$\Delta l = \left| \vec{\Delta r} \right| = \left| S(t + \Delta t) - S(t) \right|.$$

Ошентип, издин тандалып алынган бөлүгүндөгү кыймылды белгилүү жакындаштыруунун негизинде түз сызыктуу деп алсак болот. Бул бөлүктө орточо ылдамдыктын вектору

$$\vec{\vartheta}_{op} = \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$$

$\vec{\Delta r}$ вектору менен бирдей багытка ээ. $\frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$ катышы, жалпысынан айтканда, турактуу эмес чоңдук, ал тандап алынган Δt убактысынын узактыгынан көз каранды болот.

Убакыттын Δt чексиз кичирейиши менен $\frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t}$ катышы умтулган чек ийри сызыктуу кыймылдын заматтагы ылдамдыгы же жөн эле ылдамдык деп аталат.

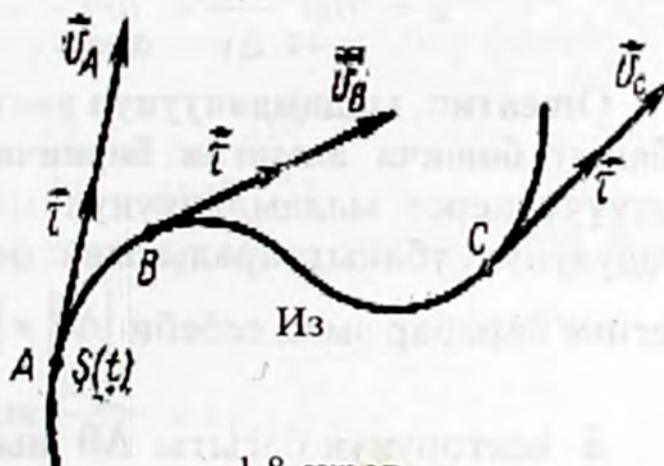
$$\vec{\vartheta} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta r}}{\Delta t} \quad (1.21)$$

Ылдамдыктын $\vec{\vartheta}$ векторунун багыты $\Delta t \rightarrow 0$ кезиндеги $\Delta \vec{r}$ дин багыты менен дал келет. Демек, $\vec{\vartheta}$ вектору изге жаныма боюнча жайланышып, чекиттин которулуу жагын көздөй багытталат. Ылдамдыктын векторунун модулу төмөнкүчө аныкталат:

$$|\vec{\vartheta}| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|S(t+\Delta t) - S(t)|}{\Delta t} = \left| \frac{dS}{dt} \right| \quad (1.22)$$

Эгер издеги алынган А чекитинен изге координаттын өсүү багыты боюнча багытталган жаныма $\vec{\tau}$ бирдик векторун тургузсак (1.8-сүр.), анда $\vec{\vartheta}$ векторун төмөндөгүчө жазууга болот:

$$\vec{\vartheta} = \vartheta \cdot \vec{\tau} = \frac{dS}{dt} \vec{\tau}$$



1.8-сүрөт

Ошентип, ылдамдык издин ар бир чекитине жүргүзүлгөн жаныма боюнча багытталат. Эгер сүрөттөн ылдамдыктын век-

торун убакыттын ар кандай моменти үчүн көргөзсөк, анда ылдамдыктын багыты жана модулу боюнча өзгөрүшүнүн ачык сүрөтүн алабыз.

3.3. Ийри сызыктуу кыймыл кезиндеги ылдамдануу

Жогоруда белгилегендей, жалпы учурда ийри сызыктуу кыймыл кезиндеги ылдамдык модулу жана багыты боюнча өзгөрөт. Эгерде убакыттын t моментинде ылдамдык $\vec{\vartheta}_1 = \vec{\vartheta}(t)$, $t + \Delta t$ моментинде $\vec{\vartheta}_2 = \vec{\vartheta}(t + \Delta t)$ болсо, анда ылдамдыктын Δt убакыт аралыгындагы өзгөрүшү $\Delta \vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1$ менен туюнтулат. $\frac{\Delta \vec{\vartheta}}{\Delta t}$ катышы Δt убакыт аралыгындагы орточо ылдамданууну туюнтуучу вектор. Жалпысынан алганда, убакыттын Δt аралыгынын кичирейиши менен бул вектордун чоңдугу жана багыты өзгөрөт.

Ылдамдыктын өзгөрүшүнүн вектору $\Delta \vec{\vartheta}$ нын убакыттын аралыгы Δt га болгон катышынын ушул өзгөрүү болуп өткөн убакыт Δt нын чексиз кичирейишинде умтулган чеги заматтагы ылдамдануу деп аталат:

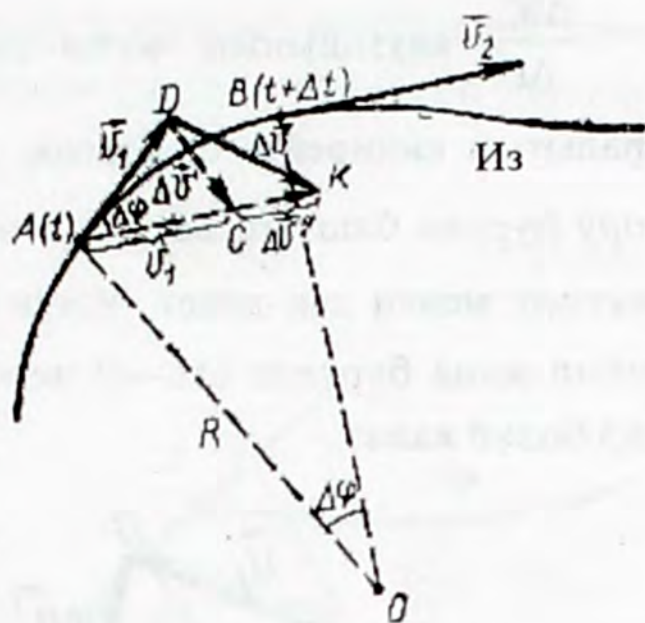
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\vartheta}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\vartheta}(t + \Delta t) - \vec{\vartheta}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{\vartheta}}{dt}. \quad (1.23)$$

Ошентип, ылдамдануунун вектору ылдамдыктын векторунан убакыт боюнча алынган биринчи туундуга барабар. Белгилей кетүүчү нерсе ылдамдануунун модулу ылдамдыктын өзгөрүш модулуна болгон катышынын умтулган чегине барабар эмес, себеби $|\Delta \vec{\vartheta}| \neq |\Delta \vartheta|$.

\vec{a} векторунун багыты $\vec{\Delta \vartheta}$ нын векторунун багытынын чектик мааниси менен аныкталат жана жалпы учурда издин берилген чекитинде ал ылдамдыктын $\vec{\vartheta}$ багыты менен дал келбейт.

Бул маселеге кеңири токтолобуз. Кыймылдаган чекиттин убакыттын t моментине туура келүүчү ийри сызыктуу издеги A чекитиндеги ылдамдануусун аныктайбыз (1.9-сүр.).

Издеги B чекити кыймылдаган чекиттин убакыттын $t + \Delta t$ моментине туура келсин дейли. A жана B чекитиндеги ылдамдыктар \vec{v}_1 жана \vec{v}_2 , ушул чекиттерде



1.9-сүрөт

изге жаныма боюнча багытталышат. \vec{v}_2 векторун A чекитине которобуз. Убакыттын Δt аралыгында ылдамдыктын өзгөрүшү $\vec{\Delta v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ вектору менен туюнтулат.

A чекитинен которулган \vec{v}_2 векторунан $\vec{AC} = \vec{v}_1$ векторун өлчөп алабыз. C чекитин \vec{v}_1 векторунун учу менен туташтырабыз (D чекити) $\vec{DC} = \Delta \vec{v}'$ жана $\vec{CK} = \Delta \vec{v}''$ векторлорун карайбыз. 1.9-сүрөтүнөн $\Delta \vec{v} = \Delta \vec{v}' + \Delta \vec{v}''$ экендиги көрүнүп турат. Анда A чекитиндеги ылдамдануу төмөнкүгө барабар болот:

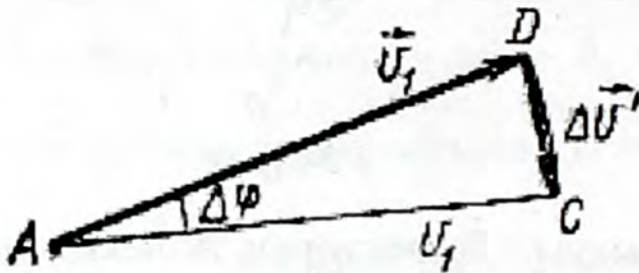
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}'}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}''}{\Delta t}.$$

Барабардыктын оң жагындагы эки мүчө тең чекке ээ болорун кийинчерээк көргөзөбүз:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}'}{\Delta t} = \vec{a}_n, \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}''}{\Delta t} = \vec{a}_\tau,$$

\vec{a}_n чоңдугу – нормалдык ылдамдануу, ал эми \vec{a}_τ – тангенциалдык ылдамдануу деп аталат.

$\frac{\Delta \bar{\vartheta}'}{\Delta t}$ катышынын чегин карайлы. Эгерде убакыттын Δt аралыгын кичирейте баштасак, А чекитинин жанында $\bar{\vartheta}_2$ вектору бурула баштап, багытын өзгөртүп отуруп, акырында $\bar{\vartheta}_1$ вектору менен дал келет. Ушул эле учурда, $\Delta \bar{\vartheta}'$ вектору кичирейип жана бурулуп ($\Delta t \rightarrow 0$) чегинде $\bar{\vartheta}_1$ векторуна перпендикуляр болуп калат.



1.10-сүрөт

Ушул эле себептен \bar{a}_n вектору $\bar{\vartheta}_1$ ылдамдыгына перпендикулярдуу болуп, ийриликтин борборун көздөй багытталып калат (издин ийрейген жагын көздөй). Ошондуктан бул векторду нормалдык же

болбосо перпендикулярдуу деп аташат. Нормалдуу ылдамдануунун модулу табабыз. $\Delta \varphi$ нин кичине маанисинде $\Delta \bar{\vartheta}'$ векторунун модулу DC жаасынын узундугу менен алмаштырсак болот (1.10-сүр.). Демек, нормалдык ылдамдануунун модулу төмөнкүгө барабар:

$$a_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|DC|}{\Delta t}$$

Бирок $DC = \vartheta_1 \Delta \varphi$ жана А чекитиндеги ийрилик радиусун аныктоодон

$$\Delta \varphi = \frac{|AB|}{R} = \frac{\vartheta_1 \cdot \Delta t}{R}$$

келип чыгат, себеби АВ жаасынын узундугу убакыттын кичинекей Δt аралыгында чекит басып өткөн жолго барабар болот (1.9-сүр.). Демек, издин кандайдыр бир чекитиндеги нормалдуу

ылдамдануунун \vec{a}_n дин модулу ылдамдыктын квадратынын ушул чекиттеги издин ийрилигинин радиусуна болгон катышына барабар:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (1.24)$$

Эгерде издин нормалындагы А чекитинде жайланышкан жана ийриликтин борборун көздөй багытталган \vec{n} векторун пайдалансак (1.11-сүр.), анда нормалдуу ылдамдануунун векторун төмөндөгүчө жазсак болот:

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{n}. \quad (1.25)$$

Эми тангенциалдык ылдамдануунун векторун карайлы:

$$\vec{a}_\tau = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t},$$

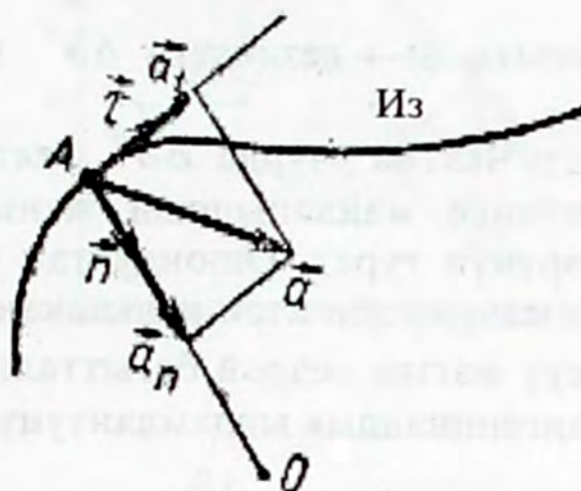
$\Delta \vec{v}$ векторунун модулу \vec{v}_2 жана \vec{v}_1 векторлорунун модулдарынын айырмаларынын абсолюттук чоңдугуна барабар экендигин белгилесек (1.9-сүр. кара)

$$|\Delta \vec{v}| = |\Delta v| = |v_2 - v_1|,$$

анда \vec{a}_τ ылдамдануусунун векторунун модулу төмөнкүчө туюнтулат:

$$|\vec{a}_\tau| = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{v}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|v(t + \Delta t) - v(t)|}{\Delta t} = \left| \frac{dv}{dt} \right|.$$

Тангенциалдуу ылдамдануунун тиешелүү алгебралык мааниси мындайча аныкталат:



1.11-сүрөт

$$a_{\tau} = \frac{d\vartheta}{dt}, \quad \text{же} \quad a_{\tau} = \frac{d^2 S}{dt^2}. \quad (1.26)$$

Башкача айтканда, тангенциалдык ылдамдануунун алгебралык мааниси ылдамдыктын алгебралык маанисинен убакыт боюнча алынган биринчи туундуга же жаалык координаттан убакыт боюнча алынган экинчи туундуга барабар. a_{τ} векторунун

багыты $\Delta t \rightarrow$ кезиндеги $\Delta \vartheta''$ векторунун багыты менен аныкталат. Чектик учурда $\Delta \vartheta''$ векторунун багыты изге, издеги А чекитинде жайланышкан жаныма боюнча багытталаары ачык көрүнүп турат. Ошондуктан бул векторду тангенциалдык (жанымалык) деп атап калышкан. Изге жаныма, S координатынын өсүү жагын көздөй багытталган $\vec{\tau}$ бирдик векторун киргизип, тангенциалдык ылдамданууну төмөнкүчө жазсак болот:

$$\vec{a}_{\tau} = \frac{d\vartheta}{dt} \vec{\tau}. \quad (1.27)$$

\vec{a}_{τ} жана \vec{a}_n векторлорунун физикалык мааниси кандай? \vec{a}_{τ} вектору изге жаныма боюнча багытталат, демек, ал ылдамдыктын модулунун кандай тездикте өзгөрүшүн көргөзөт. \vec{a}_n вектору ылдамдыкка нормаль боюнча багытталган. Ошондуктан ал ылдамдыктын багыт боюнча өзгөрүүсүнүн тездигин көргөзөт. Ошентип, толук ылдамданууну төмөнкүчө жазып алсак болот:

$$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{n} + \frac{dv}{dt} \vec{\tau} = \vec{a}_n + \vec{a}_{\tau}. \quad (1.28)$$

Толук ылдамдануунун векторунун модулу төмөндөгүдөй катнаш аркылуу аныкталат:

$$a = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2} = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2}. \quad (1.29)$$

3.4. Ийри сызыктуу кыймылдын мисалдары

1. Горизонтко жарыш ыргытылган нерсенин кыймылы. Бул учурду кароодо абанын каршылыгы эске алынбайт.

Нерсе горизонтко жарыш \vec{v}_0 ылдамдыгы менен ыргытылсын дейли. Издин бардык чекиттеринде толук ылдамдануу \vec{g} га барабар жана тик ылдый багытталган (1.12-сүр.).

Ийри сызыктуу кыймыл кезинде бул ылдамдануу нормалдык жана тангенциалдык ылдамдануулардын вектордук суммасына барабар болот:

$$\vec{g} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

Нормалдык ылдамдануунун модулу билип алып, издин берилген чекитиндеги ийрилик радиусун эсептеп чыксак болот:

$$R = \frac{g^2}{a_n}$$

Мында $g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} = \sqrt{g_0^2 + 2gh}$, $a_n = g \cos \varphi$ (мында φ — \vec{g} жана \vec{a}_n векторлорунун ортосундагы бурч).

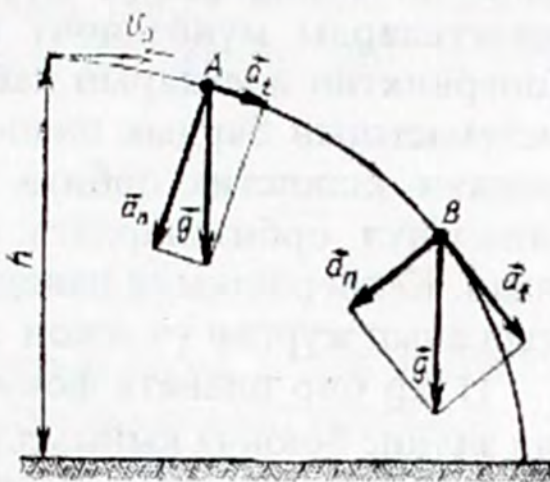
Из баштапкы чекитинде эң кичине ийрилик радиусуна ээ болот:

$$R = \frac{g^2}{g}$$

Чекиттин из боюнча кыймылдашы менен ийриликтин радиусу өсөт. Чекиттин из боюнча кыймылы ылдамдануучу кыймыл болот. Бирок a_τ ылдамдануусу турактуу эмес:

$$a_\tau = g \sin \varphi.$$

Нерсенин кыймылдоо процессинде φ бурчу өсөт.



1.12-сүрөт

Чекиттин кыймылынын жаалык координат S аркылуу туюнтулган закону бул учурда татаал. Ошондуктан бул кыймылды координат формасында берүү жөнөкөйүрөөк болот.

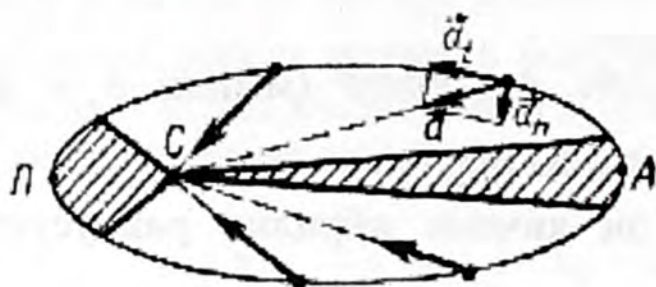
2. Планеталардын кыймылы. Динамика пайда болгонго чейин же көп жылдар мурун асман чүмкөгүндө кыймылдаган планеталарды мүнөздөөчү кинематикалык чоңдуктарды жана Коперниктин идеяларын пайдалануу менен Иоганн Кеплер Күн системасынын бардык планеталары бир фокусунда Күн жайланышкан эллипстик орбита боюнча кыймылдаарын аныктаган жана ушул орбиталардагы планеталардын кыймыл закондорун ачкан. Кеплер илимий изилдөөлөрүнүн жыйынтыгын азыр анын атын алып жүргөн үч закон түрүндө айткан:

1) Ар бир планета фокустарынын биринде Күн жайланышкан эллипс боюнча кыймылдайт.

2) Күндөн планетага чейин жүргүзүлгөн радиус-вектор бирдей убакыттарда барабар аянттарды чийишет.

3) Эки планетанын айлануу убакыттарынын (мезгилдеринин) квадраттары планеталар кыймылдаган эллипстин чоң жарым окторунун кубдары сыяктуу катышта болушат.

Бул закондор планеталардын кыймылын таза кинематикалык түрдө сүрөттөйт, тактап айтканда, кыймылга өбөлгө түзгөн шарттарды эсепке албайт.



1.13-сүрөт

Аянттар законунан планеталардын из боюнча кыймылынын бир калыпта эместиги келип чыгат. Планетанын перигелийдеги (Күнгө эң жакын чекит) ылдамдыгы эң чоң, ал эми афелийдегиси (эң алыскы чекит) – эң кичине.

Бул 1.13-сүрөтүндө перигелийдин П жана афелийдин А жандарында радиус-вектордун чийген аянттарынын формасынан көрүнүп турат. Кеплердин законунун маанилүү натыйжасы болуп планетанын жалпы ылдамдануусу \vec{a} убакытынын бардык моменттеринде күнгө багытталаары жана анын модулунун планетадан күнгө чейинки аралыктын квадратына тескери пропорциялуу экендиги эсептелинет (планеталардын кыймылы борбордук болот). Күнгө багытталган ылдамдануу (борборго умтулуу-

чу ылдамдануу) эки түзүүчүгө – орбита боюнча ылдамдыктын модулу өзгөрткөн тангенциалдык \vec{a}_τ жана ылдамдыктын багытын өзгөрткөн нормалдык \vec{a}_n ылдамданууларына ээ.

Планеталардын жандоочуларынын (анын ичинде жасалма жандоочулар дагы) кыймылдары да Кеплердин закондоруна баш ийишет.

Текшерүү суроолору

1. Ийри сызыктуу кыймылды табигый ыкма менен жазуунун негизин эмне түзөт? Бул үчүн канча координат керек?
2. Издин ийриликти радиусу деп эмнени аташат? Эмне үчүн издин кичинекей бөлүгүн жакындатып кандайдыр бир айлананын жаасы деп эсептөөгө болот жана бул эмне деген айлана?
3. Кайсы учурда чекиттин из боюнча басып өткөн жолу чекиттин акыркы жана баштапкы абалдарынын айырмаларынын абсолюттук маанисине барабар? Эмне үчүн убакыттын кичинекей аралыгындагы өтүлгөн жолду дайыма чекиттин кыймылынын мүнөзүн эске албастан эле координаттардын айырмасы катарында эсептөөгө болот?
4. Ийри сызыктуу кыймылдын орточо ылдамдыгы деп эмнени айтабыз?
5. Заматтагы ылдамдыктын модулу деп эмнени айтабыз? Ал эмнени мүнөздөйт? Ийри сызыктуу кыймыл бир калыпта боло алабы?
6. Заматтагы ылдамдыктын алгебралык мааниси деп эмнени айтабыз? Ал заматтагы ылдамдыктын модулуна эмнеси менен айырмаланат? Аны кантип эсептешет? Заматтагы ылдамдыктын терс мааниси эмнени билгизет? Заматтагы ылдамдыктын белгиси бурчтук координатаны эсептөө ыкмасына көз каранды болобу?
7. Эмне үчүн жалпы учурда ылдамдык жолдон убакыт боюнча алынган биринчи туундуга барабар дебестен, жаалык координаттан убакыт боюнча алынган биринчи туундуга бара-

бар деп айтыш керек? Кандай кыймылдарда жана баштапкы шарттарда бул эки аныктама дал келишет?

8. Чекиттин которулушу деп эмнени айтабыз? Кайсы учурда которулуш вектору ийри сызыктуу издин бөлүгү менен дал келет? Эмне үчүн кичинекей которулуштарда которулуш векторунун узундугу издин тиешелүү бөлүгү менен дал келээрин түшүндүргүлө.
9. Орточо ылдамдыктын вектору деп эмнени айтабыз? Бул вектордун багыты кандай? Убакыт аралыгынын кичирейиши менен ал кантип өзгөрөт?
10. Заматтагы ылдамдыктын вектору деп эмнени айтабыз? Бул вектордун башталышы кайсы жерде жайланышкан жана ал мейкиндикте кандай багытталаат?
11. Заматтагы ылдамдыктын модулу жаалык координаттан убакыт боюнча алынган биринчи туундусунун модулуна, ылдамдыктын алгебралык мааниси жөн эле жаалык координаттын биринчи туундусуна барабар экендигин далилдегиле.
12. Ылдамдыктын векторунун Δt убакыт аралыгындагы өсүндүсү $\Delta \vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}(t + \Delta t) - \vec{\vartheta}(t)$ га, ал эми ылдамдыктын модулуна ушул эле убакыт аралыгындагы өсүндүсү $\Delta \vartheta = \vartheta(t + \Delta t) - \vartheta(t)$ га барабар. Эмне үчүн $|\Delta \vec{\vartheta}| \neq |\Delta \vartheta|$?
13. Кыймылдаган чекиттин ылдамдануусу деп эмнени айтабыз? Бул чоңдук эмнени мүнөздөйт? Δt убакыт аралыгындагы орточо ылдамдануу деп эмнени айтабыз? Орточо ылдамдануунун вектору кандайча багытталаат жана Δt убакыт аралыгынын кичирейиши менен ал өзгөрүүсүз калабы?
14. Чекиттин заматтагы ылдамдануусу деп эмнени айтабыз жана анын физикалык мааниси кандай? Бул вектор кандай багытталаат? Эмне үчүн ийри сызыктуу кыймылда анын багыты ылдамдыктын багыты менен дал келбейт?
15. Ылдамдануунун вектору ылдамдыктын векторунан убакыт

боюнча алынган биринчи туундуга барабар $\vec{a} = \frac{d\vec{\vartheta}}{dt}$.

Эмне үчүн $|\vec{a}| = \left| \frac{d\vartheta}{dt} \right|$ деп жазууга болбойт?

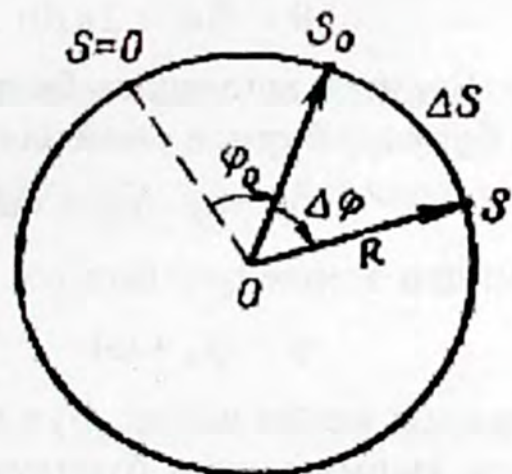
16. Тангенциалдык ылдамдануу деп эмнени айтабыз? Ийри сызыктуу кыймыл кезинде ал эмнени мүнөздөйт? Тангенциалдык ылдамдануунун вектору кандай багытталган жана анын модулу эмнеге барабар?
17. Нормалдуу ылдамдануу деп эмнени айтабыз жана ал эмнени мүнөздөйт? Заматтагы нормалдуу ылдамдануунун вектору ылдамдыкка перпендикулярдуу болуп, берилген чекитте издин ийриликти борборуна багытталаарын далилдегиле.
18. Толук ылдамдануунун модулу тангенциалдык жана нормалдык ылдамдануулардын модулдары менен кандайча байланышаарын көргөзгүлө. Ийри сызыктуу кыймыл кезинде толук ылдамдануу жаныма боюнча багыттала алабы? Нормаль боюнчачы?

§ 4. Айлана боюнча кыймыл

4.1. Айлана боюнча кыймылдаган чекиттин бурчтук мүнөздөмөлөрү

Айлана боюнча кыймылдаган чекиттин кыймылын кээде сызыктуу чоңдуктар S, \dot{S}, \ddot{S} менен эмес, бурчтук чоңдуктар: айлануу бурчу φ , бурчтук ылдамдык ω жана бурчтук ылдамдануу ε аркылуу сүрөттөө талапка ылайык келет.

Бурчтук ылдамдык. Айлана боюнча бир калыпта кыймылдаган чекиттин, т.а. ылдамдыктын модулу өзгөрбөгөн учурдагы бурчтук ылдамдыгы деп айлананын борбору менен кыймылдаган чекитти бириктирген радиус-вектордун убакыт бирдиги ичиндеги бурулуу бурчуна пропорциялаш физикалык чоңдукту айтабыз (1.14-сүр.).



1.14-сүрөт

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} . \quad (1.30)$$

Мындан бурчтук ылдамдыктын бирдигин аныктап алабыз. Айлана боюнча бир калыпта кыймылдаган чекиттин бурчтук ылдамдыгынын бирдиги катарында убакыт бирдиги ичинде радиус-вектор бирдик бурчка (1 рад) бурула алгандай кыймылдын бурчтук ылдамдыгы алынат.

Сызыктуу ылдамдык ϑ жана бурчтук ылдамдык ω өз ара байланышка ээ. Жолдун узундугу жааны керген бурч менен радиустун көбөйтүндүсүнө барабар болгондуктан,

$$\Delta S = R \cdot \Delta\varphi ,$$

чекиттин кыймылынын ылдамдыгы төмөнкүчө туюнтулат:

$$\vartheta = \frac{\Delta S}{\Delta t} = R \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = R\omega . \quad (1.31)$$

Сызыктуу ылдамдык айлананын радиусу менен бурчтук ылдамдыктын көбөйтүндүсүнө барабар.

Бурчтук ылдамдыкты ω , кыймылдаган чекиттин l с ичиндеги айлануу санын n менен туюнтуп алсак болот. Толук бир айланууга 2π рад бурчу туура келгендиктен, n айлануусуна туура келүүчү бурчтук ылдамдык төмөндөгүгө барабар:

$$\omega = 2\pi n \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right) .$$

Сызыктуу ылдамдык айлануу саны менен төмөнкүчө туюнтулат:

$$\vartheta = R\omega = 2\pi Rn .$$

Бурчтук ылдамдык белгилүү болсо, Δt убакыт аралыгындагы бурулуу бурчун оңой эле таап алса болот (1.30 кара):

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 = \omega\Delta t = \omega(t - t_0) ,$$

мындан эгерде $t_0=0$ болсо:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

болоору келип чыгат. Бул чекиттин айлана боюнча бир калыптагы кыймылынын бурчтук чоңдуктар менен туюнтулган кыймыл закону болуп эсептелинет.

Чекиттин айлана боюнча бир калыптагы кыймылынын бурчтук ылдамдыгы жөнүндөгү түшүнүктү бир калыптагы эмес кыймыл үчүн да кеңитсек болот. Эгер чекит бир калыпта эмес кыймылдап, Δt убакыт аралыгында \vec{R} радиус вектору $\Delta\varphi = \varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)$ бурчуна бурулса, анда $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ катышы бурчтун $\Delta\varphi$ бөлүгүндөгү орточо ылдамдыкты туюнтат. Бурулуу бурчтун Δt убакыт аралыгына болгон катышынын Δt -нын чексиз кичирейишиндеги умтулган чеги чекиттин айлана боюнча бир калыптагы эмес кыймылынын заматтагы бурчтук ылдамдыгы (же жөн эле бурчтук ылдамдык) деп аталат:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\varphi(t + \Delta t) - \varphi(t)}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.32)$$

Бурчтук ылдамдык бурчтун координаттан убакыт боюнча алынган биринчи туундуга барабар.

(1.32) катышы ω боюнча кыймылдын законун бурчтук координат аркылуу аныктап алууга мүмкүнчүлүк түзөт:

$$d\varphi = \omega dt,$$

интегралдасак,

$$\varphi = \int \omega dt + C,$$

же

$$\varphi = \varphi_0 + \int \omega dt \quad (1.33)$$

болот. Мында φ_0 – убакыттын $t = 0$ моментиндеги бурчтук координат (радиус-вектордун абалы).

Чекиттин айлана боюнча бир калыпта эмес кыймылы учурунда анын сызыктуу жана бурчтук ылдамдыктарынын ортосунда бир калыптагы кыймыл кезиндегидей эле байланыш орун алат:

$$\vartheta = \frac{dS}{dt} = \frac{d(R\varphi)}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} = R\omega,$$

бирок бул формуладагы ϑ жана ω сызыктуу жана бурчтук ылдамдыктардын заматтагы мааниси болуп саналат.

Бурчтук ылдамдануу. Чекиттин айлана боюнча кыймылынын бир калыпта эместиги (ылдамдыктын модулуунун өзгөрүшү) тангенциалдык ылдамдануу a_τ менен мүнөздөлөөрү белгилүү. Бирок бир калыптагы эмес кыймылды бурчтук ылдамдануу ε деп аталган бурчтук чоңдук менен мүнөздөсөк болот.

Алгач бул түшүнүктү бир калыпта өзгөрмөлүү кыймыл үчүн качан $a_\tau = \text{const}$ (анык болушу үчүн $a_\tau > 0$, т.а. кыймылды бир калыпта ылдамдануучу деп алалы) болгондогусун карайлы. Бир калыпта ылдамдануучу кыймыл кезинде сызыктуу ылдамдык ϑ менен кошо бурчтук ылдамдык ω өзгөрөт. Мейли Δt убактысы ичинде бурчтук ылдамдык $\Delta\omega = \omega(t + \Delta t) - \omega(t)$ чоңдугуна өзгөрсүн дейли. Кыймылдын бир калыпта эместигин сандык түрдө мүнөздөө үчүн убакыт бирдиги ичиндеги бурчтук ылдамдыктын өзгөрүшүн көргөзүүчү $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ катышына пропорциялуу физикалык чоңдук кабыл алынса болот.

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

Бул чоңдук бурчтук ылдамдануу деп аталат. Мындан бурчтук ылдамдануунун бирдигин аныктайбыз. Бурчтук ылдамдануунун бирдиги болуп убакыт бирдиги ичинде радиус-векторунун бурулуш бурчунун ылдамдыгы бирге өзгөргөн айлана боюнча бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылга ээ чекиттин ылдамдануусу эсептелинет.

Бурчтук ылдамдануу рад/с^2 , рад/саат^2 ж.б.у.с. өлчөнөт.

Эгерде чекиттин кыймылы бир калыпта эмес болсо, анда $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ катышы (чекиттин Δt убакыт аралыгындагы орточо бурчтук ылдамдануусун билгизет) Δt нын кичирейишинде өзгөрөт.

Убакыттын Δt аралыгынын чексиз кичирейишиндеги $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ катышынын умтулган чеги айлана боюнча кыймылдаган чекиттин заматтагы бурчтук ылдамдануусу (же жөн эле ылдамдануу) деп аталат.

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\omega(t + \Delta t) - \omega(t)}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt}, \quad (1.34)$$

мындан $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ экендигин эске алсак:

$$\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (1.35)$$

Демек, бурчтук ылдамдануу бурчтук ылдамдыктан убакыт боюнча алынган биринчи туундуга же бурчтук координаттан убакыт боюнча алынган экинчи туундуга барабар.

Тангенциалдык ылдамдануу (сызыктуу ылдамдануу деп да аталат) менен бурчтук ылдамдануунун ортосунда өз ара байланыш орун алат. $a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt}$ туюнтмасына $\vartheta = R\omega$ маанисин коюп,

төмөндөгүнү алабыз:

$$a_\tau = R\varepsilon. \quad (1.36)$$

Кыймылды сызыктуу жана бурчтук чоңдуктар аркылуу жазуучу формулалардын ортолорундагы окшоштуктар.

1.1 таблицасы

Сызыктуу мүнөздөмөлөр	Бурчтук мүнөздөмөлөр	Бурчтук жана сызыктуу мүнөздөмөлөрдүн ортосундагы байланыш
Жаалык координат S	Бурчтук координат φ	$S = R \cdot \varphi$
Ылдамдык $\vartheta = \frac{dS}{dt}$	Бурчтук ылдамдык $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$	$\vartheta = R\omega$
Тангенциалдык ылдамдануу $ \vec{a} = \left \frac{d\vartheta}{dt} \right $	Бурчтук ылдамдануу $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$	$a_\tau = R\varepsilon$
Нормалдык ылдамдануу $a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$		$a_n = R\omega^2$

Ошентип, чекиттин айлана боюнча кыймылын сызыктуу мүнөздөмөлөр менен да, бурчтук мүнөздөмөлөр менен да жазып алсак болот экен. Жогоруда көргөзүлгөндөй, сызыктуу жана бурчтук мүнөздөмөлөрдүн ортосунда 1.1 таблицасындагыдай анык тиешелүүлүк орун алат.

1.2 таблицасы

Сызыктуу чоңдуктардын ортосундагы байланыштардын формулалары (түз жана ийри сызыктуу кыймылдар үчүн)	Бурчтук чоңдуктардын ортосундагы байланыштардын формулалары (айлана боюнча кыймыл үчүн)
Бир калыптагы кыймыл	
Ылдамдык $\vartheta = \text{const}$	Бурчтук ылдамдык $\omega = \text{const}$
Кыймыл закону $S = S_0 + \vartheta t$	Кыймыл закону $\varphi = \varphi_0 + \omega t$
Бир калыпта ылдамдатылган кыймыл	
Ылдамдануу $a = \text{const}$	Бурчтук ылдамдануу $\varepsilon = \text{const}$
Ылдамдыктардын закону $\vartheta = \vartheta_0 + a_t t$	Ылдамдыктардын закону $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$
Кыймылдын закону $S = S_0 + \vartheta_0 t + \frac{a_t t^2}{2}$	Кыймылдын закону $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$
Түз сызыктуу кыймыл үчүн ылдамдыктын жаалык координат менен болгон байланышы $\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2 = 2a(S_2 - S_1)$	Бурчтук ылдамдыктын бурчтук координата менен болгон байланышы $\omega_2^2 - \omega_1^2 = 2\varepsilon(\varphi_2 - \varphi_1)$
Ийри сызыктуу кыймыл үчүн ылдамдыктын бурчтук координата менен болгон байланышы $\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2 = 2a_t(S_2 - S_1)$	

Чекит кыймылын мүнөздөөчү чоңдуктардын ортосунда тиешелүүлүк орун алгандыктан, чекит кыймылын сызыктуу жана бурчтук чоңдуктар аркылуу жазуучу формулалардын орто-

сундагы тиешелүүлүк орун алышы керек. 1.2 таблицасында ар түрдүү формулалардын ортосундагы тиешелүүлүктөрдүн мисалдары көргөзүлдү.

1.2 таблицасынан түз жана ийри сызыктуу кыймылдар үчүн чыгарылган формулаларды айлана боюнча болуучу кыймыл үчүн бурчтук чоңдуктар аркылуу кайрадан жазып алууга болоору айкын көрүнүп турат. (Төмөндө мындай жазып алуу катуу нерселердин айлануу кыймылы үчүн да орун алаары көргөзүлөт).

4.2. Бурчтук ылдамдык жана ылдамдануу – вектордук чоңдуктар

Бурчтук ылдамдык вектордук чоңдук. Бурчтук ылдамдыкты вектор деп эсептөө үчүн, анын модулун жана багытын аныктоочу эки эрежени киргизишибиз керек. $\vec{\omega}$ векторунун модулу катарында бурчтук ылдамдык ω нын маанисин алуу табигый көрүнүш. Ал эми $\vec{\omega}$ векторунун багыты жөнүндө болсо аны айлануу огу менен байланыштыруубуз керек. Айлана боюнча кыймылдаган чекиттин айлануу огу деп айлананын борбору аркылуу өткөн ушул айлана жаткан тегиздикке перпендикулярдуу түз сызыкты айтабыз. $\vec{\omega}$ векторун айлануу огун бойлото жайлаштырууга жана бурама эрежесине ылайык багыттоого шартташып алалы. Эгерде оң жакка буралуучу бураманын башын чекиттин айлана боюнча кыймылынын багыты боюнча бурасак, анда бураманын алга умтулуучу кыймылы $\vec{\omega}$ векторунун багытын көргөзөт. $\vec{\omega}$ векторунун башталышын айлананын борбору менен дал келтирүү ылайыктуу болот.

Эгерде айлануу огун бойлото \vec{n} бирдик векторун жайлаштырсак, аталган бурама эрежесине ылайык $\vec{\omega}$ векторун төмөндөгүчө жазып алсак болот:

$$\vec{\omega} = \omega \vec{n} .$$

Бурчтук ылдамдыктын вектору жөнүндөгү түшүнүктү киргизүү ушундай жол менен киргизилген векторлорго векторлорду кошуу эрежесин колдонууга боло тургандыгынын тажрыйбада далилденгендиги менен байланышкан. Кесилишкен окторду

бойлото багытталган эки бурчтук ылдамдыктын векторлорунун вектордук суммасы жыйынтыктоочу айлануу огунун багытын жана анын бурчтук ылдамдыгынын маанисин аныктайт.

Бурчтук ылдамдануу вектордук чоңдук. Алгач, айлануу огу багытын өзгөртпөгөн чекиттин айлана боюнча кыймылын карайбыз. Бул учурда бурчтук ылдамдыктын вектору $\vec{\omega}$ бир эле кыймылсыз түз сызыкты бойлото жайланышат. $\vec{\omega}(t + \Delta t)$ жана $\vec{\omega}(t)$ векторлору бир түз сызыкта жаткандыктан, Δt убакыт аралыгындагы бурчтук ылдамдыктын өзгөрүүсүнүн модулу

$$\Delta \vec{\omega} = \vec{\omega}(t + \Delta t) - \vec{\omega}(t)$$

бурчтук ылдамдыктардын айырмасынын абсолюттук маанисине барабар болот.

$$|\Delta \vec{\omega}| = |\omega(t + \Delta t) - \omega(t)| = |\Delta \omega|.$$

Бул учурда $\Delta \vec{\omega}$ вектору айлануу огу боюнча багытталаары ачык. Демек, $\frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$ вектору жана заматтагы бурчтук ылдамдануунун вектору $\vec{\epsilon}$ да айлануу огу боюнча багытталат:

$$\vec{\epsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}. \quad (1.37)$$

Кыймылсыз ок кезинде $|\Delta \vec{\omega}| = |\Delta \omega|$ экендигин эске алып, бурчтук ылдамдануунун модулу үчүн

$$\epsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \vec{\omega}|}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{|\Delta \omega|}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (1.38)$$

деп жазсак болот.

Бурчтук ылдамдыкты $\vec{\omega}$ ны жана бурчтук ылдамданууну $\vec{\epsilon}$ ду төмөндөгүчө жазсак болот:

$$\vec{\omega} = \omega \vec{n} = \frac{d\varphi}{dt} \vec{n},$$

$$\vec{\epsilon} = \epsilon \vec{n} = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \vec{n},$$

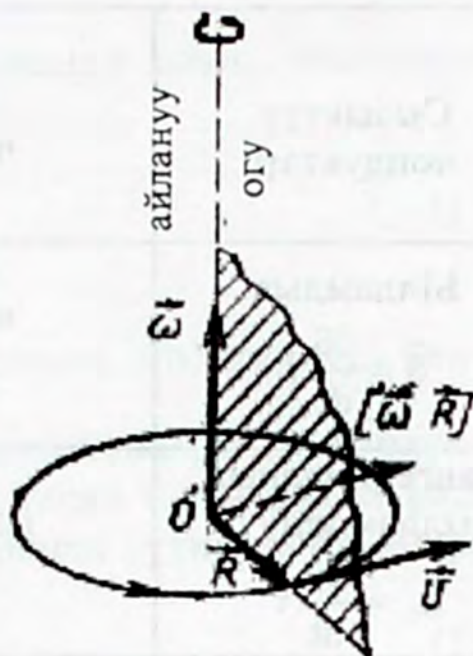
мында \vec{n} – мурда киргизилген, айлануу огун бойлото жайгаштырылган бирдик вектор.

Сызыктуу жана бурчтук ылдамдыктардын жана ылдамдануулардын ортосундагы байланыш.

Сызыктуу ылдамдык \vec{v} менен бурчтук ылдамдык $\vec{\omega}$ нын ортосунда төмөнкүдөй байланыш бар экендигин текшерүү оной (1.15-сүр.):

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \vec{R}], \quad (1.39)$$

мында \vec{R} – айлананын борборун кыймылдаган чекит менен бириктирүүчү радиус вектор.



1.15-сүрөт.

Сызыктуу ылдамдануу \vec{a} менен бурчтук ылдамдануу $\vec{\epsilon}$ дун ортосундагы байланышты табабыз.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

туюнтмасына (1.39) дан ылдамдыктын маанисин коюп жана вектордук көбөйтүндүнү дифференциалоонун эрежесин колдонсок:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} [\vec{\omega} \cdot \vec{R}] = \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt} \cdot \vec{R} \right] + \left[\vec{\omega} \cdot \frac{d\vec{R}}{dt} \right].$$

Мындан $\frac{d\vec{\omega}}{dt}$ – бурчтук ылдамдануу $\vec{\epsilon}$, $\frac{d\vec{R}}{dt}$ – сызыктуу ылдамдануу \vec{v} экендигин эске алып, төмөндөгү туюнтмага ээ болууз:

$$\vec{a} = [\vec{\epsilon} \vec{R}] + [\vec{\omega} \vec{v}]. \quad (1.40)$$

Бул катнаш бизге белгилүү ажыратууну туюнтат

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

мында

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\epsilon} \vec{R}], \quad \vec{a}_n = [\vec{\omega} \vec{v}]. \quad (1.41)$$

Сызыктуу чоңдуктар	Бурчтук чоңдуктар	Сызыктуу жана бурчтук чоңдуктардын ортосундагы байланыш
Ылдамдык $\vec{v} = \frac{dS}{dt} \vec{\tau}$	Бурчтук ылдамдык $\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt} \vec{n}$	$\vec{v} = [\vec{\omega} \vec{R}]$
Тангенциалдык ылдамдануу $\vec{a}_\tau = \frac{dv}{dt} \vec{\tau}$	Бурчтук ылдамдануу $\vec{\epsilon} = \frac{d\omega}{dt} \vec{n}$	$\vec{a}_\tau = [\vec{\epsilon} \vec{R}]$
Нормалдык ылдамдануу $\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}$		$\vec{a}_n = [\vec{\omega} \vec{v}]$ $\vec{a}_n = \omega^2 R \vec{n}$

1.3-таблицасы чекиттин кыймылынын сызыктуу жана бурчтук вектордук мүнөздөмөлөрүнүн тиешелүүлүгүн көргөзөт.

4.3. Кыймылды вектордук жана координаттык ыкма менен жазудагы ылдамдык, ылдамдануу жана из

Кыймылды жазуунун вектордук ыкмасы. Алгач, кыймылды вектордук ыкма менен жазууда ылдамдык кандайча туюнтулаарын тактап алалы. Кыймылдаган чекиттин абалын убакыттын эки t жана $t+\Delta t$ моменттери үчүн карайлы. Δt убагында чекит из боюнча А абалынан В абалына которулат. Бул которулуш А дан В га багытталган $\Delta \vec{r}$ вектору менен мүнөздөлөт. Убакыт $\Delta t \rightarrow 0$ кезде $\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ умтулган чек, издин А чекитинде изге жаныма боюнча багытталган ылдамдыкты берет.

Которулуш вектору $\Delta \vec{r}$ чекиттин абалын убакыттын t жана $t+\Delta t$ моменттеринде аныктаган радиус векторлордун айырмасына барабар (1.16 сүр.):

$$\Delta \bar{r} = \bar{r}(t + \Delta t) - \bar{r}(t), \quad (1.42)$$

$\Delta \bar{r}$ дин бул маанисин (1.32) туюнтмасына коюп, төмөндөгүнү алабыз:

$$\bar{g} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\bar{r}(t + \Delta t) - \bar{r}(t)}{\Delta t}. \quad (1.43)$$

Радиус-вектордон $\bar{r}(t)$ убакыт боюнча алынган бул чек $\frac{d\bar{r}}{dt}$ символу менен белгиленет. Ошентип, кыймылды вектордук ыкма менен жазууда кыймылдаган чекиттин ылдамдыгы радиус-вектордон убакыт боюнча алынган биринчи туундуга барабар:

$$\bar{g} = \frac{d\bar{r}}{dt}. \quad (1.44)$$

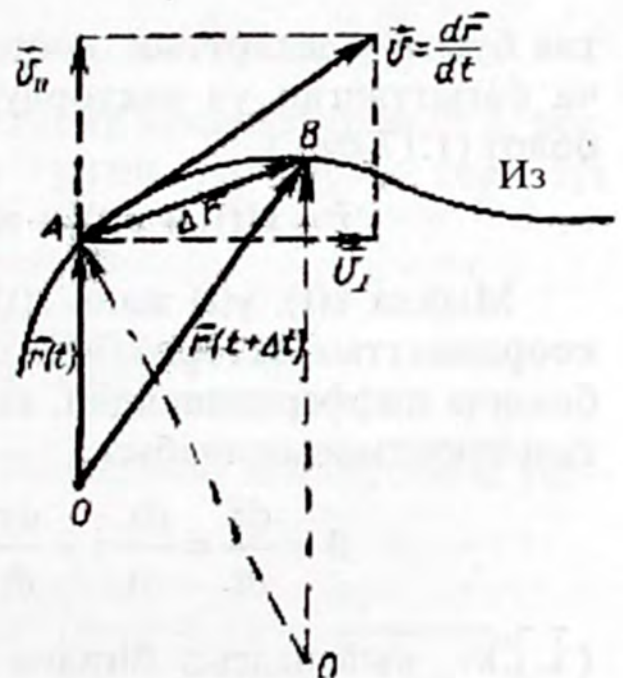
1.16-сүрөтүнөн $\Delta \bar{r}$ вектору белгилеп алынган А жана В чекиттери үчүн О борборун тандап алуудан көз каранды болбой тургандыгы көрүнүп турат. Эгер борборду O' чекитине которсок $\Delta \bar{r}$ өзгөрбөйт; ошондой эле, (1.43) туюнтмасындагы катыш умтулган чек да өзгөрбөйт. Мындан кыймылды жазуу үчүн О борборун каалагандай тандап алсак болот деген тыянак келип чыгат.

Ылдамдануунун туюнтмасын кароого өтөбүз. Аныктама боюнча ылдамдануу

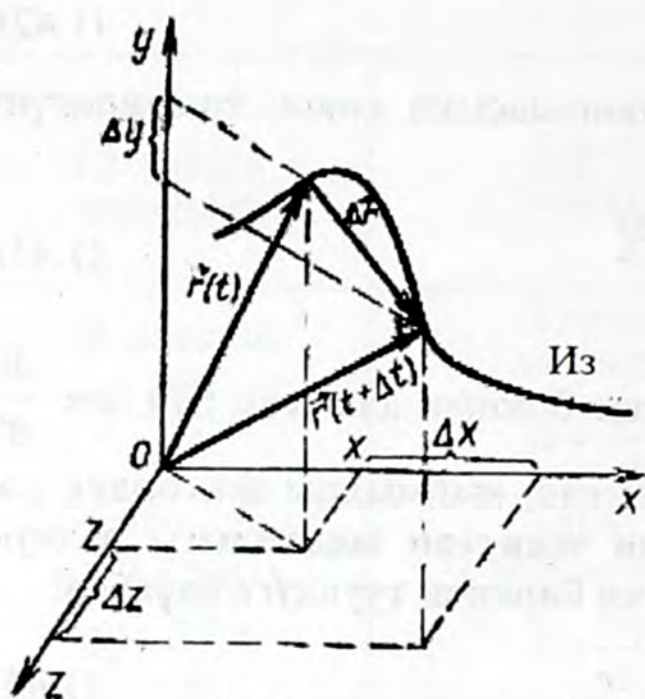
$$\bar{a} = \frac{d\bar{g}}{dt},$$

$\bar{g} = \frac{d\bar{r}}{dt}$ экендигин эске алсак,

$$\bar{a} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\bar{r}}{dt} \right) = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}. \quad (1.45)$$



1.16-сүрөт



1.17-сүрөт

Ошентип, убакыттын ар бир моментиндеги чекиттин мейкиндиктеги абалын мүнөздөөчү $\Delta \vec{r}(t)$ функциясы берилсе, кыймылдаган чекиттин ылдамдыгы жана ылдамдануусу тиешелүү түрдө бул функциядан убакыт боюнча алынган биринчи жана экинчи туундуга барабар.

Кыймылды жазуунун координаттык ыкмасы. Чекиттин абалын аныктоочу радиус-векторду башталышы радиус-вектордун борбору менен дал келип, кыймылсыз

тик бурчтуу декарттык координат системасынын октору боюнча багытталган үч вектордун суммасы катарында көргөзсөк болот (1.17-сүр.).

$$\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} \quad (1.46)$$

Мында $x(t)$, $y(t)$ жана $z(t)$ – радиус-вектор \vec{r} дин тиешелүү координаттык окторго болгон проекциясы. Бул барабардыкты t боюнча дифференциалдап, кыймылдаган чекит үчүн ылдамдыктын туюнтмасын алабыз.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \quad (1.47)$$

($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – кыймылсыз бирдик векторлор) Демек, ылдамдыктын векторунун координат окторуна болгон проекциялары тиешелүү координаттардан убакыт боюнча алынган биринчи туундуларга барабар.

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}$$

Чекиттин кыймылын координаттык ыкма менен жазууда $x(t)$, $y(t)$ жана $z(t)$ функциялары берилет. Аларды \vec{r} векторунун тиешелүү координат окторуна болгон проекциясы катарында

карасак болот. $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ функцияларынын туундулары ылдамдыктын векторунун тиешелүү координат окторуна болгон проекциялары болушат.

Ылдамданууну карасак, анын координат окторуна болгон проекциялары убакыт боюнча ылдамдыктын проекцияларынан алынган биринчи туундуга же радиус вектордун проекцияларынан алынган экинчи туундуга барабар экендиги ачык көрүнүп турат:

$$a_x = \frac{d\vartheta_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad a_y = \frac{d\vartheta_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, \quad a_z = \frac{d\vartheta_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}. \quad (1.48)$$

Вектордук ыкмадан айырмаланып координаттык ыкма ылдамдыктын жана ылдамдануунун модулдарын, багытын жана кыймылдын изин жөнөкөй түрдө табууга мүмкүнчүлүк берет.

Ылдамдыктын модулу төмөнкүчө аныкталат:

$$|\vec{\vartheta}| = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_z^2}$$

Ылдамдыктын багытын багыттоочу косинустарды, т.а. вектордун координат октору менен түзгөн бурчтарын көргөзүү менен аныктасак болот:

$$\cos\left(\frac{\wedge}{\vartheta_i}\right) = \frac{\vartheta_x}{|\vec{\vartheta}|} = \frac{\vartheta_x}{\sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2 + \vartheta_z^2}}.$$

Ылдамдануунун модулу жана багыттоочу косинустары ушуга окшош эле туюнтулат.

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}, \quad \cos(\vec{a} \vec{i}) = \frac{a_x}{|\vec{a}|} = \frac{a_x}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}.$$

Эгерде тегиздиктүү кыймыл координаттык түрдө берилсе, б.а.

$$\begin{aligned} x &= x(t) \\ y &= y(t) \end{aligned} \quad (1.49)$$

функциясы берилсе, анда издин теңдемеси (1.49) теңдемесинен t параметрин чыгарып салуу менен аныкталат. Натыйжада, x ти жана y ти эле курамына камтыган тегиздиктеги ийриликтин теңдемесин алабыз.

Текшерүү суроолору

1. Чекит айлана боюнча кыймылдаганда, толук ылдамдануу \vec{a} жана анын нормалдык, тангенциалдык түзүүчүлөрү кандайча туюнтулат? Кандай шартта чекит айлана боюнча бир калыпта кыймылдайт? Мындай кыймылда \vec{a}_n вектору турактуу болушу мүмкүнбү?
2. Айлана боюнча кыймылдаган чекиттин бурчтук ылдамдыгы деп эмнени айтабыз? Бурчтук ылдамдык кандай бирдиктер менен өлчөнөт? Бурчтук ылдамдыктын бирдигинин аныктамасын бергиле.
3. Бир калыпта айлана боюнча кыймылдаган чекиттин сызыктуу жана бурчтук ылдамдыктарынын ортосундагы байланышты көргөзгүлө.
4. Бир калыптагы кыймылдын закону бурчтук чоңдуктар менен кантип жазылат?
5. Заматтагы бурчтук ылдамдык деп эмнени айтабыз жана анын физикалык мааниси кандай?
6. Айлана боюнча бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылдын бурчтук ылдамдануусу деп эмнени айтабыз? Бурчтук ылдамдануунун өлчөө бирдигинин аныктамасын айткыла. Заматтагы ылдамдануу деп эмнени айтабыз? Бурчтук ылдамдануу бурчтук ылдамдык жана бурулуу бурчу менен кандайча байланышкан?
7. Сызыктуу ылдамдануу a_t менен бурчтук ылдамдануу ε кандайча байланышкан?
8. Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылдын закону бурчтук чоңдуктар менен кантип жазылат?
9. Кыймылдын закону табигый ыкма менен берилсе, аны бурчтук чоңдуктар менен кандайча кайтадан жаза алабыз?
10. Бурчтук ылдамдык $\vec{\omega}$ деп эмнени түшүнөбүз? Бул вектор кандайча багытталган жана анын модулу эмнеге барабар?
11. Бурчтук ылдамдануу деп эмнени түшүнөбүз? Бул вектор кандайча багытталган жана айлануу огу кыймылсыз болгондо, анын чоңдугу эмнеге барабар? Эгер айлануу огу бурулсачы?
12. $\vec{\vartheta}, \vec{\omega}, \vec{R}$ векторлорун байланыштыруучу формуланы жазгыла.

13. $\vec{a}_n, \vec{\omega}, \vec{v}$ векторлорун байланыштыруучу формуланы жазгыла.
14. Айланып жаткан дискада чекит белгиленип коюлган. Эгерде диск бир калыпта акырындап айланса жана убакытты эсептөөнүн баштапкы моментинде ($t = 0$) ал $\omega = 1$ айл/с бурчтук ылдамдыгына ээ болуп, $\Delta t = 20$ с-дан кийин токтосо, белгиленген чекиттин кыймыл законун жазгыла жана бардык кинематикалык мүнөздөмөлөрүн тапкыла.
15. Чекиттин кыймылы $\vec{r}(t)$ вектордук функциясы аркылуу кантип жазылат? Качан $|\Delta \vec{r}| \neq |\Delta r|$ жана $|\Delta \vec{r}| = |\Delta r|$ болот?
16. $\vec{r} = \vec{r}(t)$ вектордук чоңдуктун убакыт боюнча туундусунун физикалык мааниси кандай? Вектордун туундусу кандай багытталган жана анын модулу эмнеге барабар? $\vec{r}(t)$ функциясынын туундусу мейкиндикте O борборун тандап алуудан көз карандыбы (1.16-сүр.)?
17. Кыймылды вектордук ыкма менен жазууда ылдамдануу кантип аныкталат? Эгерде ылдамдануу ылдамдыктын векторунун учу чийген сызыкка жаныма боюнча багытталса, $\vec{r} = \vec{r}(t)$ функциясынын учу чийген сызыкка (кыймылдын изине) салыштырмалуу ал кандайча багытталган?
18. Кыймылды координаттык ыкма менен жазуунун маңызы эмнеде? Координаттык функциялардын физикалык мааниси кандай?
19. Кыймылды координаттык жана вектордук ыкма менен жазуунун ортосундагы байланышты көргөзгүлө.
20. Координаттардан убакыт боюнча алынган биринчи туундулар координат окторундагы ылдамдыктын проекцияларына, экинчи туундулар ылдамдануунун проекцияларына барабар экендигин далилдегиле.

2-БАП

МАТЕРИАЛДЫК ЧЕКИТТИН ДИНАМИКАСЫ

Динамиканын негиздери Исаак Ньютон тарабынан 1687-ж. жарык көргөн “Натуралдык философиянын математикалык башталыштары” аттуу китебинде жазылган. Өзүнүн бул эмгегинде Ньютон ага чейин кыймылды изилдөө боюнча жүргүзүлгөн тажрыйбалардын жыйынтыктарын жалпылап, толуктап, физикада өтө маанилүү роль ойногон динамиканын үч законун көрсөткөн. Ньютондун механикасы ушул үч законго таянат.

Өзүнүн закондорун айтуу үчүн Ньютон күч жана масса сыяктуу жаңы түшүнүктөрдү киргизип, ага чейин белгилүү болгон инерция, мейкиндик жана убакыт түшүнүктөрүн жалпылаган. Кийинчерээк физиканын өнүгүшү менен бул түшүнүктөр такталып, өзгөрүүлөргө дуушар болду. Өзгөчө, Ньютон киргизген мейкиндик жана убакыт түшүнүктөрү өзгөрүлүп такталды.

Физикада жаңы ачылган закондордун тууралыгы андан келип чыккан натыйжалардын, тажрыйбанын жыйынтыгы менен дал келүүсү аркылуу далилденет. Ньютондун механикасы мындай сыноодон ийгиликтүү өтүп, анын закондорунан келип чыккан натыйжалар тажрыйба менен абдан жакшы дал келишет.

Узак убакытка чейин Ньютондун закондору жаратылыштагы механикалык кубулуштардын ортосундагы объективдүү байланыштарды толугу менен түшүндүрөт деп келишкен.

Бирок XX кылымдын башында Ньютондун закондору чоң ылдамдык, жарыктын ылдамдыгына тете ылдамдык менен кыймылдаган нерселердин кыймыл өзгөчөлүктөрүн түшүндүрө албастыгы белгилүү болду. Бул болсо Ньютондун закондорунун бардык эле учурда ийгиликтүү колдонула бербестигин көргөзөт, т.а., бул закондор кандайдыр бир “чекке” чейин гана колдонулат. Мындай көрүнүш – закон ченемдүү нерсе. Жаратылыштагы

ар бир кубулуш көптөгөн башка кубулуштар менен өз ара байланышта болот. Изилдөө ыкмаларынын, куралдарынын жаңыланышы, өсүшү, тактыгынын жогорулашы менен, мурда белгисиз болгон байланыштар ачылып, алар белгилүү закондордун такталышына, өзгөрүүсүнө өбөлгө түзүшөт. Мунун өзү жаратылышты таанып-билүүнүн диалектикасы болуп эсептелет.

§ 1. Ньютондун биринчи закону

Күндөлүк турмуштан түз сызыктуу бир калыптагы кыймыл токтобош үчүн нерсени дайыма түртүп же сүйрөп туруу керектигин билебиз (баланын арабасы, чана ж.б.у.с.), т.а., башка нерселер тарабынан дайыма үзгүлтүксүз аракет болуп турушу керек. Нерсени тынч абалынан козгоп туруп, ага тыштан таасир кылбасак, эртеби-кечпи кыймыл токтоп калат. Бул кубулуш Галилейге чейин нерсенин түз сызыктуу кыймылы үчүн ага башка нерселер тарабынан аракет кылынышы керек деген пикирдин далили катарында эсептелинип келген. Бирок Ньютондун биринчи законуна ылайык эч кандай аракеттин кереги жок.

Чындыгында, абстракттуу ой жүгүртүүнүн негизинде мындай жыйынтыкка келүү мүмкүн эмес. Ал үчүн тажрыйбаларды жүргүзүү керек. Мындай тажрыйбалар Галилей тарабынан жүргүзүлгөн. Анын бүгүнкү күндө мектептин, жогорку окуу жайларынын физика курстарын окутууда колдонулуп келе жаткан тажрыйбаларында кандайдыр бир бетте кыймылдаган нерсенин жылмышып барып токтошу ага ошол беттин аракет кылышы (сүрүлүшү) менен байланышаарын жана сүрүлүүнү жоюп, нерсе бир калыпта кыймылдашы үчүн тышкы күчтүн аракети керек экендиги көргөзүлгөн. Эгерде сүрүлүүнү таптакыр жок кыла алсак, нерсе тыштан башка нерсе аракет этпесе деле бир калыптагы түз сызыктуу кыймылын сактайт. Ошентип Галилей тажрыйбанын негизинде жаратылыштын негизги закону – инерция законун ачкан. Мында ал өзүнүн абстракттуу ой жүгүртүүдөгү гениалдуу жөндөмдүүлүгүн көргөзгөн. Чындыгында эле, Галилей өзүнүн тажрыйбаларында сүрүлүүдөн таптакыр кутула алган эмес. Бирок нерселердин кыймылдарынын сүрүлүүнүн азайышы менен байланышкан закон че-

немдүүлүктөрүн байкап, сүрүлүү жок кездеги кыймылдын чектик учурун көргөзө алган.

Ньютон инерция законун так айтып, аны динамиканын үч негизги закондорунун системасына кошкон.

Бул закон Ньютон тарабынан төмөнкүчө айтылган: **Ар кандай нерсе өзүнүн тынч же бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл абалын башка нерселердин аракетин өзгөртмөйүнчө сактайт.**

Нерселердин тынч абалын же бир калыптагы түз сызыктуу кыймылын сактоо кубулушу **инерция** деп аталат. Ошондуктан Ньютондун биринчи законун **инерция закону** деп да айтышат.

Ньютондун биринчи законун тереңирээк талдап көрөлү.

1. Ар кандай кыймыл эсептөө системасын көргөзгөндө гана мааниге ээ болот. Ньютондун биринчи законунун айтылышында эсептөө системасын тандоо жөнүндө сөз жок, бирок кеп кандайдыр бир эсептөө системасындагы кыймыл (тынч абал) жөнүндө болуп жаткандыгы өзүнөн-өзү түшүнүктүү болуп турат.

Ар түрдүү эсептөө системасына салыштырмалуу кыймыл дагы ар түрдүү мүнөзгө ээ болот. Мисалы, дөңгөлөктөгү чекит автомобилге салыштырмалуу айланат, ал эми Жерге салыштырмалуу циклоида деп аталган татаал ийриик боюнча кыймылдайт.

Көптөгөн эсептөө системаларынын ичинен кээ бирөөлөрүнө карата нерсенин кыймылы өтө жөнөкөй болот. Мисалы, башка нерселердин аракетине дуушар болбогон нерселер мындай эсептөө системасына салыштырмалуу ылдамдануусуз, т.а., түз сызыктуу жана бир калыпта кыймылдайт. Мындай өзгөчө эсептөө системалары **инерциалдык** деп аталышат. Башка нерселердин аракетине дуушар болбогон нерселер бир калыпта эмес жана ийри сызык боюнча кыймылдаган эсептөө системалары **инерциалдык эмес** деп аталат.

Инерциалдык системалар аябай көп. Кандайдыр бир инерциалдык эсептөө системасына салыштырмалуу турактуу ылдамдык менен алга умтулган кыймылга ээ ар кандай эсептөө системасы инерциалдык болуп эсептелинет.

Ошентип, Ньютондун биринчи законун эсептөө системасынын өзгөчө түрүнүн – инерциалдык эсептөө системасынын аныктамасы катарында карасак болот. Ньютон инерциалдык эсептөө системасы катарында башталышы Күндүн борбору менен дал келген координат октору алыскы кыймылсыз жылдыз-

дарга багытталган эсептөө системасын алган. Бул системаны ал абсолюттук деп атаган. Күнгө салыштырмалуу Жер ийри из боюнча кыймылдайт, буга кошумча ал өзүнүн огунун айланасында да айланат. Ошондуктан Жер менен байланышкан эсептөө системасы чындыгында инерциалдык эмес. Бирок Жердин кыймылынын ылдамдануусу өтө кичине, ошондуктан көптөгөн маселелерди чечүүдө Жер менен байланышкан эсептөө системасын инерциалдык деп алсак болот.

2. Сүрүлүүнү толугу менен жоюу мүмкүн эмес. Ошондой эле тартылуу талаасынын, электр жана магнит талааларынын аракеттерин да эсепке албай коюуга болбойт. Башкача айтканда, изилденген нерсеге башка нерселер аракет кыла албагандай шартты түзүү мүмкүн эмес. Бул болсо жаратылышта каалагандай узакка созулган бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл болушу мүмкүн эмес дегенди билгизет. Жада калса жарык нуру да асман телолорунун жанынан өтүп баратып кыйшаюуга ээ болот. Ошентип, бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл – абстракттуу түшүнүк. Бирок ушул түшүнүккө таянып, тажрыйба көргөзгөндөй бардык кыймылдардын бир калыпта жана түз сызыктуу эместигин эске алып, физикадагы өтө маанилүү тыянактардын бирине жаратылышта бири-биринен таптакыр бөлүнгөн нерселер болбойт, бардык нерселер кандайдыр бир жол менен өз ара байланышып, бири-бири менен аракеттенишип турат деген тыянакка келебиз.

3. Ньютондун биринчи законуна ылайык инерциалдык эсептөө системасындагы нерсе өзүнөн-өзү тынч абалын жана бир калыптагы кыймылын өзгөртө албайт. Мындай абалын ал башка бир реалдык нерселердин аракети астында гана өзгөртө алат. Демек, Ньютондун биринчи закону механиканын алкагында кубулуштардын себептүүлүк байланышын чагылтат. Тажрыйба жаратылыштагы ар бир кубулуш өзүнөн-өзү пайда болбой тургандыгын, ал башка бир кубулуштун натыйжасы катарында пайда болоорун көргөзөт.

4. Ньютондун биринчи законунда тынч абал жана бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл тең укуктуу катарында каралат. Муну менен, бир жагынан, тынч абалдын жана кыймылдын салыштырмалуулугу бекемделсе, экинчи жагынан, кыйыр түрдө нерселер ага салыштырмалуу тынч абалда же бир калыпта түз сызыктуу кыймылдаган эсептөө системаларынын бардыгынын

инерциалдык болоору далилденет. Мындан эгерде бир инерциалдык системасы табылса, анда ага салыштырмалуу бир калыптагы түз сызык боюнча кыймылдаган ар кандай эсептөө системасы инерциалдык болот деген түшүнүк келип чыгат.

5. Ньютондун инерция закону деп аталган биринчи закону нерселердин кандайдыр бир каалагандай инерциалдык эсептөө системасына салыштырмалуу тынч абалын жана бир калыптагы түз сызыктуу кыймылын сактоого жөндөмдүү экендиги сыяктуу маанилүү бир фундаменталдык касиетин ачып көргөзөт. Ушул касиетке таянып биз инерциалдык эмес эсептөө системаларындагы нерселердин кыймылдарынын өзгөчөлүктөрүн, мүнөздөрүн түшүнө алабыз. Мисалы, ушул касиетке таянсак, эмне себептен автомобиль тез токтогондо жүргүнчү алга жүткүнүп, ал эми тез ылдамдаганда кыймылдын багытына каршы артка чалкалай түшөөрү түшүнүктүү болот. Автомобиль кыймылын акырындатканда, өзүнүн бир калыптагы кыймылдаган абалын өзгөртөт, ал эми жүргүнчү Жерге салыштырмалуу бул кыймылын сактап калат, натыйжада автомобилге салыштырмалуу жүргүнчүнүн абалынын өзгөргөнүн (жүткүнгөнүн) байкайбыз. Автомобиль ордуна жылганда, жүргүнчү жерге салыштырмалуу тынч абалын сактайт, ал эми автомобиль өзүнүн кыймылын Жерге салыштырмалуу ылдамдатат, натыйжада жүргүнчү чалкалай түшөт.

Нерселердин инерттүүлүгү алардын тынч абалын жана бир калыптагы түз сызыктуу кыймылын өзгөртүүгө аракет жасалганда байкалып, өзгөрүү канчалык тез болсо, ал ошончолук ачык көрүнөт.

§ 2. Ньютондун экинчи закону.

Күч жана масса

Ньютондун механикасында нерселердин кыймылы, өз ара аракет этишүүсү инерциалдык эсептөө системасында каралат. Ньютондун күч менен ылдамданууну байланыштырган экинчи закону да ушул системада айтылат. Бирок законду айтуудан мурун **күч жана масса** жөнүндөгү эки жаңы түшүнүктү киргизибиз.

Күч. Ньютондун биринчи законуна ылайык, нерсе өзүнүн тынч жана бир калыптагы түз сызыктуу кыймылдагы абалын качан гана ага башка нерсе аракет эткенде өзгөртүп, ылдамданууга ээ болот. Ошентип, ылдамдануу бир нерсенин экинчи нерсеге аракет этишинин жыйынтыгы болот.

Бирок тажрыйба көрсөткөндөй, аракет этишүүдө нерсе жеке эле ылдамданууга ээ болбостон, деформацияланышы да мүмкүн.

Мындан бир нерсенин башка нерсеге аракет этишин сандык түрдө баалоого болобу? Жаратылыштагы аракет этишүүнүн эки түрүн: нерселердин тийишкен кездеги жана аралыктан аракет этишүүлөрүн сандык түрдө салыштырууга мүмкүнбү? деген суроолор туулушу мүмкүн.

Бул суроолорго бир нерсенин экинчи нерсеге аракет этишинин чени болгон күч түшүнүгүнүн жардамы менен жооп берүүгө болот.

Бир нерсенин башка нерсеге аракет этишин мүнөздөөчү чоңдук – күч ушул аракеттин натыйжасы аркылуу бааланышы мүмкүн. Демек, күчтү өлчөөнүн эки мүмкүнчүлүгү бар экен: а) эталондук нерсенин деформацияланышын (мисалы, зым оромону); б) эталондук нерсенин ылдамдануусун өлчөө аркылуу.

Эталондук зым оромону колдонолу. Күчтүн бирдиги катарында зым оромону 1 см га чоюлууга аргасыз кылган күчтү алалы. Тажрыйба зым оромону 2 см га чоюу үчүн мурдакыга караганда эки эсе көп күч жумшоо керек экендигин көргөзөт.

Зым оромонун бул касиетин пайдаланып жана анын кыймылдуу учуна шкаланы жайгаштырып, зым оромонун чоюлушу боюнча (Гуктун законунун чегинде) тандап алынган бирдик менен туюнтулган аракет эткен күчтүн маанисин аныктап алсак болот.

Эталондук нерсенин ылдамдануусу боюнча күчтү өлчөө үчүн ылдамдануу менен күчтүн ортосундагы байланышты билүү керек. Күч менен ылдамдануунун ортосундагы байланыш Ньютондун экинчи закону аркылуу туюнтулат. Ньютондун экинчи законун түшүндүрүүдөн мурун биз масса жөнүндөгү түшүнүк менен таанышуубуз зарыл.

Масса. Тажрыйбадан ар кандай нерселерге бирдей күч менен аракет этсек, алар ар кандай ылдамданууларга ээ болоорун көрөбүз. Тышкы күчтөрдүн аракети астында аз ылдамданууга ээ

болгон нерселерди чоң инерттүүлүккө ээ, чоң ылдамданууга ээ болгондорду аз инерттүүлүккө ээ нерселер деп аташат.

Ошентип, инерттүүлүк ар кандай нерсенин берилген күчтүн аракетине жараша чоң же кичине ылдамданууга ээ болуп, жооп берүүсү менен байланышкан касиети катары эсептелет. Инерттүүлүктү сан аркылуу мүнөздөө үчүн **масса** түшүнүгүн киргизебиз. Масса m тамгасы аркылуу туюнтулат. Масса нерсенин инерттүүлүгүнүн чени. Нерсенин массасы анын жайланышкан ордуна көз каранды эмес. Нерсенин массасы Жерде, Айда жана ачык космос мейкиндигинде деле бирдей мааниге ээ.

Массаны кантип өлчөөгө болот? Ал үчүн өлчөө бирдигин белгилеп алып, белгисиз массаны бирдик масса катарында алынган эталон менен салыштыруунун ыкмасын көргөзүү керек. Эл аралык СИ системасында эталондун массасы катарында килограмм алынат.

Масса нерсенин тынч абалы же бир калыптагы түз сызыктуу кыймылы өзгөргөндө байкалгандыктан, массаларды салыштыруу тажрыйбада ылдамданууларды өлчөө аркылуу ишке ашырылат.

Бирок бул үчүн ылдамдануу нерсенин массасы жана ага аракет эткен күч менен кандайча байланышаарын билүүбүз керек.

Төмөндөгүдөй кыялдагы тажрыйбаны карайлы. Массаларын салыштыргыбыз келген эки нерсени аларга башка нерселер аракет эте албагандай шартта жайгаштыралы. Андан соң нерселерди өз ара аракеттештиребиз (мисалы аларды заряддоо аркылуу). Аракет этишүүнүн натыйжасында нерселер ээ болгон ылдамданууларды өлчөйбүз. Мында ылдамдануулардын багыттары карама-каршы экендигин көрөбүз. Ал эми ылдамдануулардын модулдары болсо аракет этишүүнүн жаратылышынан, интенсивдүүлүгүнөн көз каранды эмес жана алардын катыштары дайыма турактуу. Нерселердин берилген жубу үчүн $a_1/a_2 = \text{const}$. Нерселердин башка жуптары үчүн дагы ылдамдануулардын модулдарынын катышы башка турактуу сан болуп аракет этишүүнүн жаратылышынан жана интенсивдүүлүгүнөн көз каранды болбойт.

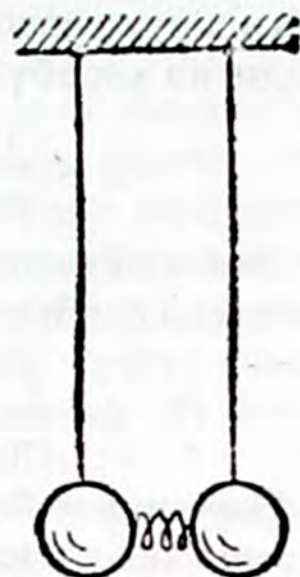
Жогорудагы шартта алынган ылдамдануулардын модулдарынын катышы каралган нерселердин массаларынын тескери катыштарына барабар деп алынат:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1} \quad (2.1)$$

Эгерде нерселердин бирөө эталон болсо, экинчи нерсенин массасы төмөндөгүчө аныкталат:

$$\frac{m_{\text{эт}}}{m} = \frac{a}{a_{\text{эт}}}, \quad (2.2)$$

мында, $m_{\text{эт}}$ жана $a_{\text{эт}}$ тиешелүү түрдө – эталондук нерсенин массасы жана ылдамдануусунун модулу, a -берилген нерсенин ылдамдануусунун модулу. Салыштырып жаткан нерселерди тышкы аракеттен таптакыр эле обочолонтуп коюу мүмкүн эмес. Бирок тышкы аракеттер тең салмакта болушуп, жоюлушкандай шартты түзүүгө болот. Мисал катарында ичке жипке илинген эки шарикти карайлы (2.1-сүр.).



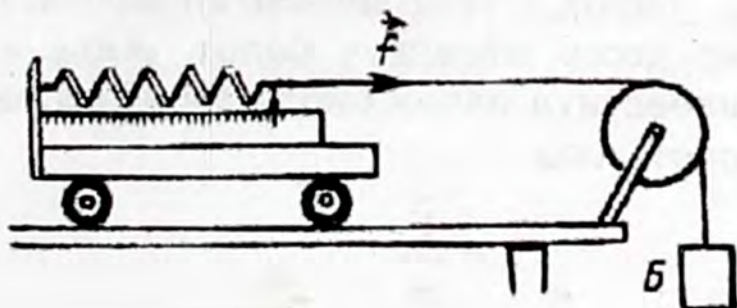
2.1.-сүрөт

Шариктердин ортосуна кысылган абалда жип менен байланган зым оромону жайгаштырабыз. Алгач шариктер кыймылсыз болушат. Бул ар бир шарикке аракет эткен күчтөр толугу менен бири-бирин теңдеп тураарын көргөзөт. Эгерде зым оромону кысылган абалда кармап турган жипти күйгүзсөк шариктер кыймылдай башташат (бул учурда шариктердин аракет этишүүлөрү зым оромо аркылуу ишке ашат). Баштапкы моменттеги шариктердин ылдамданууларын өлчөп алып, алардын массаларын салыштырсак болот.

Ньютондун экинчи закону. Нерсенин массасын жана ага аракет эткен күчтү өлчөөнүн белгилүү ыкмаларын колдонуп, нерсенин ылдамдануусу

менен ага аракет эткен күчтүн ортосундагы байланышты ачып көргөзүүчү тажрыйбаларды карайбыз.

Столдун үстү менен Б жүгүнүн аракети астында аз сүрүлүү менен



2.2.-сүрөт

кыймылдаган арабачаны карайлы (2.2-сүр.). Арабачага аракет эткен күч зым оромонун чоюлушу аркылуу өлчөнөт. Б жүгүн улам-улам алмаштырып турактуу массадагы арабачанын ылдамдануусун өлчөп, ылдамдануу аракет эткен күчкө түз пропорциялаш экендигин аныктайбыз:

$$a \sim F.$$

Арабачага ар кандай жүктөрдү жайланыштырып, ылдамданууну өлчөсөк, бир эле күчтүн аракети астында нерсе ээ болгон ылдамдануу арабачанын массасына тескери пропорциялаш экендигин көрөбүз:

$$a \sim \frac{1}{m}.$$

Эки жыйынтыкты бириктирсек, төмөндөгүдөй пропорциялаштыкты алабыз.

$$a \sim \frac{F}{m}. \quad (2.3)$$

Нерсенин ээ болгон ылдамдануусу нерсеге аракет эткен күчкө түз жана анын массасына тескери пропорциялаш.

Бул Ньютондун экинчи закону болуп эсептелет. Бул пропорционалдык көз карандылыкты барабардык түрүндө жазуу үчүн a , F , m чоңдуктарынын өлчөө бирдиктеринен көз каранды пропорционалдуулук коэффициентин k ны киргизишибиз керек.

$$a = k \frac{F}{m}. \quad (2.4)$$

Эгерде (2.4) формуласына кирген бардык чоңдуктардын өлчөө бирдиктери бири-биринен көз карандысыз тандалып алынса, анда k өлчөмдүү чоңдук болуп анын мааниси бирден айырмаланышы мүмкүн.

Бирок k коэффициентин өлчөмсүз түрдө алып, бирге барабар десек ыңгайлуу болот. Анда a жана F чоңдуктарынын бирөөсүнүн өлчөө бирдигин каалагандай кылып тандап алууга болот. Аны

$$a = \frac{\bar{F}}{m} \quad (2.5)$$

байланышынан аныктап алуу керек. Бирок (2.5) катышынан ылдамдануунун өлчөө бирдигин аныктоого болбойт (анда кинематиканы кайтадан карап чыгуу керек).

Демек, (2.5) катнашынан же массанын, же күчтүн өлчөө бирдигинин бирөөнү аныктап алып, экинчисин көз каранды эмес ыкма менен өлчөө аркылуу табуу керек. Буга ылайык бардык механикалык чоңдуктардын өлчөө бирдиктеринин системасынын эки варианты пайда болот. Азыркы учурда колдонулуп жаткан системаларда (СГС, СИ) массанын бирдиги тандалып алынат (грамм, килограмм); күчтүн өлчөө бирдиги Ньютондун экинчи законунан аныкталат. (2.5) тен, эгер $a=1$ бирдик $m=1$ бирдик болсо, күч бирге барабар деген келип чыгат. Анда күчтүн бирдиги катарында бирдик массага бирдик ылдамдануу берүүчү күч алынат. СГС системасында күчтүн бирдиги **дина** төмөндөгүчө аныкталат: 1 дина деп 1 г массага 1 см/с^2 ылдамдануу берүүчү күчтү айтабыз. СИ системасындагы күчтүн аныктамасы мындайча айтылат; күчтүн бирдиги 1 Ньютон (Н) деп 1 кг массага 1 м/с^2 ылдамдануу берүүчү күчтү айтабыз

Импульс. Нерсенин массасы менен ылдамдыгынын көбөйтүндүсүн Ньютон нерсенин кыймыл саны деп атаган. Азыр бул аталыш эскирди жана

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (2.6)$$

чоңдугун нерсенин импульсу деп аташат. (2.6) туюнтмасы алга умтулуучу кыймылга ээ материалдык чекиттердин (бөлүкчөлөрдүн), катуу нерселердин импульсун аныктайт, себеби алга умтулуу кыймылында нерсенин чекиттеринин ылдамдыктары бирдей болот.

Кийинчерээк (2.6) туюнтмасы нерсенин ылдамдыгы жарыктын вакуумдагы ылдамдыгынан өтө кичине болгондо гана импульсту туура аныктоого мүмкүндүк бере тургандыгы аныкталды. Атайын салыштырмалуулук теориясына (АСТ) ылайык импульс төмөндөгүдөй туюнтма аркылуу аныкталат:

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (2.7)$$

Демек, импульстун ылдамдыктан болгон көз карандылыгы Ньютон ойлогондон татаал болуп чыккан. Эгер $v < c$ болсо, $\frac{v^2}{c^2}$ катышын көңүлгө албай койсок болот да, (2.7) туюнтмасы (2.6) туюнтмасына өтөт.

Кыймыл санын колдонуп, Ньютондун экинчи законун айтабыз: **нерсенин импульсунун өзгөрүшүнүн ылдамдыгы нерсеге аракет эткен күчкө барабар:**

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (2.8)$$

(2.8) катышы нерсенин кыймылынын теңдемеси деп аталат. Буга импульстун маанисин койсок,

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt},$$

$m = \text{const}$, $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ экендигин эске алып,

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (2.9)$$

туюнтмасына ээ болобуз. Бул учурда Ньютондун экинчи закону төмөндөгүчө айтылат: **нерсенин массасы менен ылдамдануусунун көбөйтүндүсү нерсеге аракет эткен күчкө барабар.**

Эми Ньютондун экинчи закону менен байланышкан кээ бир маселелерди карайбыз.

1. Ньютондун экинчи закону $\vec{F} = m\vec{a}$ чындыгында материалдык чекитке тиешелүү, себеби нерсе кыймылдаганда, айланышы да мүмкүн. Демек, анын ар кандай чекити ар түрдүү ылдамданууга ээ болот.

2. Турактуу күч турактуу ылдамданууну пайда кылаарын тажрыйба көргөзөт. Эгер күч убакыттын өтүшү менен өзгөрсө, $\vec{F} = m\vec{a}$ закону убакыттын берилген моментиндеги гана күч менен ылдамдануунун ортосундагы байланышты көргөзөт.

3. Массасы m болгон материалдык чекитке бир нече өз ара көз карандысыз $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ күчтөрүнүн бир маалда аракет этүүлөрүнүн жыйынтыгы кандай болоорун тактайлы. Бул учур-

да күчтөрдүн аракет этишинин көз каранды эместик принциби (суперпозиция принциби) орун алсын дейли. Бул принцип боюнча кандайдыр бир күчтүн таасири астында материалдык чекиттин ээ болгон ылдамдануусунун модулу жана багыты башка күчтөрдүн аракетинен көз каранды болбойт. Бул принциптин тууралыгы андан келип чыккан натыйжалардын бардыгы тажрыйба менен дал келгендиги аркылуу далилденет.

Бул принципке ылайык n күчтөрүнүн бир убакытта аракет этишинин натыйжасында материалдык чекит n көз карандысыз ылдамданууга ээ болот.

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m}, \quad \vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}, \dots, \vec{a}_n = \frac{\vec{F}_n}{m}.$$

Көз карандысыз кыймылда ылдамдануу геометриялык түрдө кошулгандыктан, чекиттин толук ылдамдануусу төмөндөгүгө барабар:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n = \frac{1}{m} (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n). \quad (2.10)$$

Бул туюнтманы Ньютондун $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$ закону менен салыштырсак, (2.10) туюнтмасында күчтүн милдетин күчтөрдүн вектордук суммасы аткараарын көрөбүз.

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i.$$

Демек, материалдык чекитке бир нече күч аракет этсе, анда ал модулу жана багыты бардык аракет эткен күчтөрдүн вектордук суммасына барабар болгон бир эле \vec{F} күчү аракет эткендей ылдамданууга ээ болот.

Күчтөрдүн суммасы $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$ сыяктуу аракет кылуучу \vec{F} күчү бул күчтөрдүн тең аракет этүүчүсү деп аталат.

Ошентип, суперпозиция принциби бир катар натыйжаларга алып келет: а) материалдык чекитке бир убакытта бир нече күчтөрдүн аракет этүүсү тең аракет этүүчү күчтүн аракетине эквиваленттүү; б) тең аракет этүүчү күч аракет эткен күчтөрдүн

геометриялык суммасына барабар; в) күчтөрдү кошуу параллелограммдын эрежеси боюнча жүргүзүлөт.

Бул натыйжаларды нерсеге \vec{F}_1 менен \vec{F}_2 жана $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ күчтөрү аракет эткендеги ээ болгон ылдамданууларын өлчөө менен тажрыйбада текшерсек болот. Тажрыйба эки учурда тең ылдамдануу бирдей болоорун көргөзөт. Бул болсо суперпозиция принцибинин тууралыгынын далили болуп эсептелет.

Демек, массасы m болгон материалдык чекитке $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ ылдамданууларын берүүчү бир нече $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ күчтөрү аракет этишсе, Ньютондун экинчи законуна ылайык

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 &= m\vec{a}_1, \\ \vec{F}_2 &= m\vec{a}_2, \\ &\dots\dots\dots \\ \vec{F}_n &= m\vec{a}_n. \end{aligned} \tag{2.11}$$

Бул суперпозиция принцибине жараша, аракет эткен күчтөрдүн таасири аркасында материалдык чекит ээ болгон кыймылды жазуучу n көз каранды эмес теңдемелердин системасы болуп эсептелинет. Мындан $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ ди аныктап алып, материалдык чекиттин ага бир маалда бардык күчтөр аракет эткен кезиндеги толук ылдамдануусун таап алсак болот:

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n.$$

Бирок ошол эле суперпозиция принцибинин негизинде (2.11) көз каранды эмес теңдемелердин системасын бир эле теңдеме менен алмаштырсак болот

$$\vec{F} = m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i, \tag{2.12}$$

мында \vec{F} – бардык аракет эткен күчтөрдүн суммасы, \vec{a} – материалдык чекиттин толук ылдамдануусу.

(2.12) туюнтмасы нерсеге (материалдык чекитке) бир нече күчтөр аракет эткен учурдагы Ньютондун экинчи законунун жалпыланышы болуп эсептелинет.

4. Суперпозиция принцибине ылайык \vec{F} күчүнүн аракети астында кыймылдаган материалдык чекиттин кыймылын жазуучу

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

теңдемесин n көз каранды эмес теңдемелердин системасы катарында карасак болот. Мында, $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ күчтүн түзүүчүлөрү, $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$ күчтөрдүн түзүүчүлөрүнүн өз-өзүнчө аракет этүүсүндө чекиттин ээ болгон ылдамдануулары.

Мисалы, күчтүн түзүүчүлөрүнүн багытын декарт координат системасынын окторунун багыты менен дал келгендей кылып тандап алсак, $\vec{F} = m\vec{a}$ теңдемесинин ордуна үч көз карандысыз вектордук теңдемелерди жазып алсак болот:

$$\vec{F}_x = m\vec{a}_x, \quad \vec{F}_y = m\vec{a}_y, \quad \vec{F}_z = m\vec{a}_z, \quad (2.13)$$

же (координат окторундагы проекциялары боюнча),

$$F_x = ma_x, \quad F_y = ma_y, \quad F_z = ma_z. \quad (2.14)$$

Ошентип, суперпозиция принцибине ылайык $\vec{F} = m\vec{a}$ вектордук теңдемесинен ар бири чекиттин кыймылын бир координат огун бойлото мүнөздөгөн үч скалярдык теңдемесин алдык. Бул маанилүү жыйынтык турмушта кеңири колдонулат.

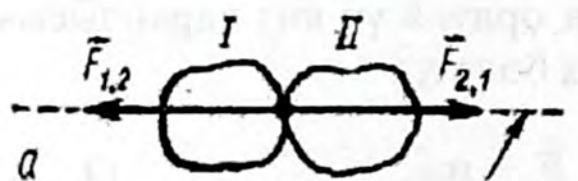
5. Ньютондун экинчи законунун жекече учуру үчүн эгер аракет эткен күч нөлгө барабар болсо ($\vec{F} = 0$), анда ылдамдануу нөлгө барабар болот ($\vec{a} = 0$). Бул болсо аракет этүүчү күч жок болсо, нерсе тынч же бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл абалын сактайт дегенди билгизет. Мындан Ньютондун биринчи закону анын экинчи законунун жөнөкөй натыйжасы болуп жүрбөсүн жана ал натыйжа болсо, аны динамиканын негизги закондорунун системасына кошуунун кажети барбы деген суроо туулат.

Мындай эмес, Ньютондун биринчи закону өз алдынчалыкка ээ. Андан бардык реалдык нерселердин фундаменталдык касиети инерттүүлүк келип чыкса, Ньютондун экинчи закону күч,

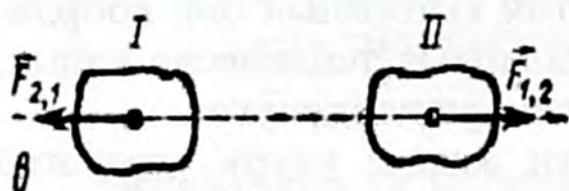
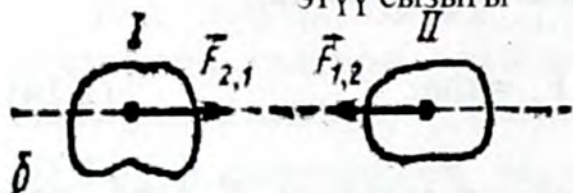
ылдамдануу жана инерттүүлүктүн чеги болгон массалардын ортосундагы сандык байланышты туюнтат. Ньютондун биринчи закону инерциалдык эсептөө системасынын аныктамасы да болуп эсептелинет.

Ньютондун экинчи законунун натыйжасынын анын биринчи законунун бир абалы менен дал келүүсү бул эки закондун ортосунда карама-каршылыктардын жок экендигин көргөзөт.

§ 3. Ньютондун үчүнчү закону



Күчтөрдүн аракет этүү сызыгы



2.3.-сүрөт

Ньютон өзүнүн үчүнчү законун төмөндөгүчө айткан: **Аракетке дайыма барабар жана карама-каршы аракет дал келет.**

Бул болсо эки нерсенин бири-бирине аракет этишкен $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ күчтөрү дайыма модулу боюнча барабар жана багыттары боюнча карама-каршы болушат дегенди билгизет. Нерселердин тийишкен жана аралыкта аракет этишкен кездердеги күчтөрү 2.3-сүрөтүндө көргөзүлгөн.

Ньютондун үчүнчү закону анын мурдакы эки закону сыяктуу эле инерциалдык эсептөө системаларында өз күчүнө ээ. Инерциалдык эмес эсептөө системасында Ньютондун үчүнчү закону колдонулбайт.

Текшерүү суроолору

1. Ньютондун биринчи законун айткыла. Бул закон кандай маалыматты өз курамына камтыйт?

2. Кандай эсептөө системалары инерциалдык жана инерциалдык эмес деп айтылат? Ньютондун закондору кандай эсептөө системаларына тиешелүү?
3. Эмне үчүн Ньютондун биринчи закону механикалык кубулуштардын ортосундагы себептүүлүк байланышын көргөзөт деп эсептөө керек? Инерциалдык эсептөө системасында нерсенин тынч жана бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл абалынын өзгөрүшүнүн себеби эмнеде?
4. Тынч жана бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл абалдарынын өзгөрүшү кайсы физикалык чоңдуктар менен мүнөздөлөт?
5. Нерсенин инерттүүлүгү деп эмнени айтабыз? Инерттүүлүккө ээ эмес материалдык нерселердин болушу мүмкүнбү? Инерттүүлүктүн байкалган учурун көргөзүүчү мисалдарды келтиргиле.
6. Нерсенин инерттүүлүгүнүн чени болуп кайсы физикалык чоңдук эсептелинет? Нерсенин массасын өлчөөнүн түз жана кыйыр ыкмаларынын маңызы эмнеде?
7. Эмне үчүн турмушта тыштан күч аракет этпеген нерсе өзүнүн ылдамдыгын каалагандай узактыкка сактай албайт?
8. Тажрыйбадан нерсе инерциалдык системада акырындап же ийри из (туюк же туюк эмес) боюнча кыймылдаарын билебиз. Эмне үчүн каалагандай узактыкка созулган бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл байкалбайт?
9. Гравитациялык күчтөр аракет эткен инерциалдык эсептөө системаларына мисал келтиргиле. Кандай шартта мындай эсептөө системаларында нерсе тынч абалда болушу мүмкүн же бир калыпта түз сызыктуу кыймылдай алат?
10. Ньютондун механикасында күч кандай мааниге ээ? Инерциалдык эмес эсептөө системасында күчкө кандай аныктама берээр элеңер?
11. Күчтү кандай ыкмалар менен өлчөөгө болот. Күчтүн бирдиги эмнеге барабар?
12. Ньютондун экинчи законун айткыла. Эмне үчүн ал чындыгында нерсеге эмес, материалдык чекитке тиешелүү?
13. Эмне себептен Ньютондун экинчи законуна вектордук $\vec{F} = m\vec{a}$ түрүндө бериш керек? Күчтүн вектордук чоңдук экени кайдан келип чыгат?

14. Суперпозиция принцибинин маңызы эмнеде? Бул принциптен кандай натыйжалар келип чыгат жана ал тажрыйбада кантип текшерилет?

15. Суперпозиция принцибине таянып, эгерде нерсеге бир нече

күч аракет этсе, Ньютондун экинчи законун $m\vec{a} = \sum_{i=0}^n \vec{F}_i$

түрүндө жазууга боло тургандыгын көргөзгүлө.

16. Суперпозиция принцибине таянып, декарт координат системасында $\vec{F} = m\vec{a}$ вектордук теңдемесине $F_x = ma_x$,

$F_y = ma_y$, $F_z = ma_z$ үч скалярдык көз карандысыз

теңдемелер системасы эквиваленттүү экендигин көргөзгүлө.

17. Ньютондун үчүнчү законун айткыла. Айлана – чөйрөдөгү бул закондун байкалган учурларынан мисал келтиргиле. Аракет этишүүнүн интенсивдүүлүгү убакыт боюнча өзгөрсө, $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ барабардыгын кантип түшүнөбүз?

18. Каршы аракет аракетке барабар эмес учурлар жөнүндө мисал келтиргиле.

§ 4. Механикадагы күчтөр

Аракет этишүүнүн табиятына жараша күчтөр ар кандай түргө бөлүнөт. Классикалык механикада гравитациялык, электромагниттик күчтөр жана серпилүү, сүрүлүү күчтөрү менен кездешебиз. Мисалы, тартылуу күчү нерселердин гравитациялык аракет этишүүсүнүн чени болот. Байкоолор көргөзгөндөй гравитациялык жана электромагниттик аракет этишүүлөрдү андан дагы жөнөкөй аракет этишүү аркылуу туюнта албайбыз, ошондуктан аларды фундаменталдык аракет этишүүлөр деп аташат. Фундаменталдык аракет этишүүлөрдү жана алар баш ийген закондорду мүнөздөгөн күчтөр фундаменталдык деп аталышат. Фундаменталдык аракет этишүүлөрдүн закондору жөнөкөй жана алар так формулалар аркылуу туюнтулат. Мисал

катарында эки материалдык чекиттин гравитациялык аракет этишүү күчүнүн модулунун аныктоосун карайлы:

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}, \quad (2.15)$$

мында r – чекиттердин ортосундагы аралык, m_1 жана m_2 – чекиттердин массалары, γ – гравитациялык турактуулук деп аталган пропорционалдуулуктун коэффициенти.

Серпилүү жана сүрүлүү күчтөрү табияты боюнча электромагниттик болуп эсептелишет, ошондуктан алар фундаменталдык боло алышпайт. Бул күчтөр үчүн болгону жакындатылган эмпирикалык формулаларды алсак болот.

Жаңы материалды өздөштүрүүдө, маселелерди чыгарууда окуучулар, студенттер бир эле күчтүн ар башка аталыштары менен кезигишип, чаташышып, аларды ар башка күч катарында эсептешет. Адатта, мындай чаташууга дагы эле кезиге калуучу: “кыймылдатуучу”, “жылмыштыруучу”, “борбордон четтөөчү”, “борборго умтулуучу” ж.б.у.с. күчтөр жөнүндөгү терминдер кириптер кылат. Күчтөрдү алардын аркетинин өзгөчөлүгү боюнча же геометриялык жышааны боюнча мүнөздөөчү терминдерди колдонуу талапка ылайык келбейт. Жаңылбас үчүн күчтөрдү аларды пайда кылган “булактары” боюнча мүнөздөө талапка ылайык. Тактап айтканда, ар бир күчтүн артынан кандай нерсенин аракети каралган күчтүн пайда болушуна себепкер экенин көрө билишибиз керек.

§ 5. Оордук күчү жана салмак

Жер бетине жакын бардык нерселер турактуу, эркин түшүүнүн ылдамдануусу деп аталган ылдамдануу менен жердин бетине түшөт. Эркин түшүүнүн ылдамдануусу \vec{g} тамгасы менен белгиленет. Мындан Жер менен байланышкан эсептөө системасында ар бир нерсеге

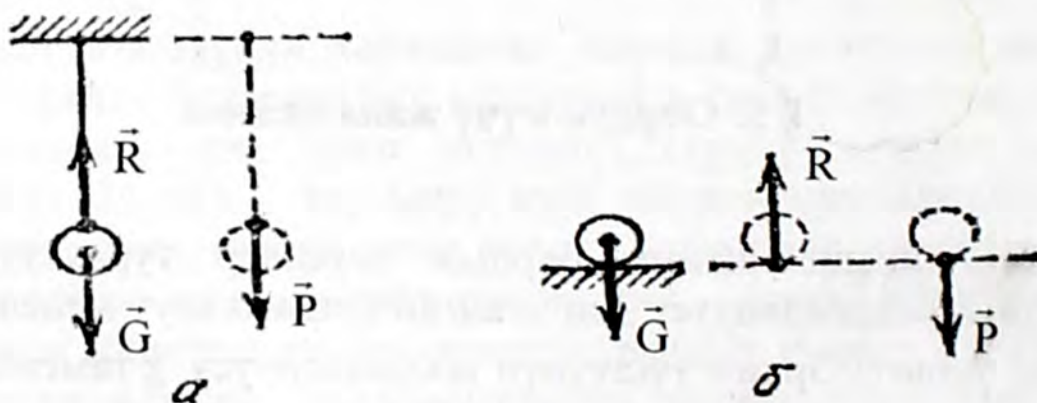
$$\vec{G} = m\vec{g} \quad (2.16)$$

күчү аракет этээри келип чыгат (мында m – нерсенин массасы). Бул күч **оордук күчү** деп аталат. Ал болжол менен нерсенин Жерге гравитациялык тартылуу күчүнө барабар. Оордук күчү менен гравитациялык күчтүн толугу менен барабар болбошу Жер менен байланышкан эсептөө системасынын толугу менен инерциалдык эместиги менен түшүндүрүлөт. Бул айырмачылык өтө кичине (0,36%), ошондуктан биринчи жакындаштырууда оордук күчү менен нерсенин Жерге тартылуу күчүн барабар деп алсак болот.

Эгерде нерсени асак же таянычка жайланыштырсак (2.4-сүр.), ал Жерге салыштырмалуу тынч абалда болот. Бул убакытта оордук күчү асманын же таянычтын **реакциясы** деп аталган \vec{R} күчү менен теңдешет. Реакция деп берилген нерсеге анын кыймылын чектөөчү башка нерселердин аракет этүү күчтөрүн айтышат. Ньютондун үчүнчү закону боюнча нерсе асмага же таянычка нерсенин салмагы деп аталган \vec{P} күчү менен аракет этет.

Ошентип нерсенин салмагы деп нерсенин Жерге гравитациялык тартылуусунун натыйжасында асмага же таянычка аракет кылган күчүн айтабыз.

\vec{G} жана \vec{R} күчтөрү тең болгондуктан, $\vec{G} = -\vec{R}$ катнашы аткарылат (2.4-сүр.). Салмак \vec{P} – нерсе асмага (же таянычка) аракет эткен күч, \vec{R} – асма (же таяныч) нерсеге аракет эткен күч.



2.4-сүрөт. Оордук күчү \vec{G} жана реакция \vec{R} нерсеге аракет этет.

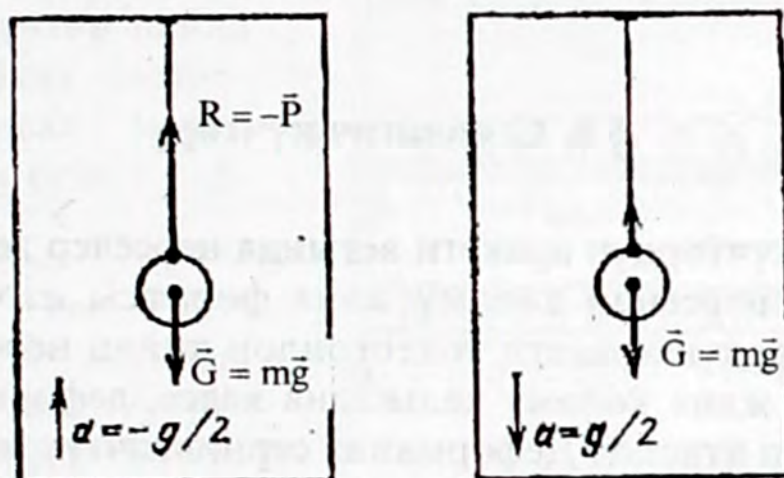
Салмак \vec{P} асмага (а) же таянычка (б) аракет этет.

Ньютондун үчүнчү законуна ылайык $\vec{P} = -\vec{R}$ катнашы аткарылышы керек. Эки катнашты салыштыруудан төмөндөгүдөй барабардыкты алабыз:

$$\vec{P} = \vec{G} = m\vec{g} . \quad (2.17)$$

Демек, салмак \vec{P} жана оордук күчү \vec{G} бири-бирине барабар. Бирок алар ар башка нерселерге аракет этишет, салмак асмага (же таянычка), оордук күчү нерсенин өзүнө.

(2.17) барабардыгы качан гана асма же таяныч (демек нерсе дагы) Жерге салыштырмалуу тынч абалда болгон учуру үчүн аткарылат. Эгер асманын илинүү чекити же таяныч ылдамдатылган кыймыл менен кыймылдаса, салмак оордук күчүнө барабар болбой калат.



2.5-сүрөт.

а – лифт $\vec{a} = -\vec{g}/2$ ылдамдануусу м-н кыймылдайт, $\vec{P} = \left(\frac{3}{2}\right)m\vec{g}$;

б – лифт $\vec{a} = \vec{g}/2$ ылдамдануусу м-н кыймылдайт, $\vec{P} = \left(\frac{1}{2}\right)m\vec{g}$.

Асма \vec{a} ылдамдануусу менен кыймылдаган лифттин шыбына бекитилсин дейли (2.5-сүр.). Анда лифтте жайланышкан нерсе дагы ушундай эле ылдамдануу менен кыймылдайт. Ошондуктан нерсенин кыймылынын теңдемеси төмөндөгүчө жазылат

$$m\vec{a} = \vec{G} + \vec{R} = \vec{G} - \vec{P} = m\vec{g} - \vec{P} ,$$

мындан

$$\vec{P} = \vec{G} - m\vec{a} = m(\vec{g} - \vec{a}). \quad (2.18)$$

Эгерде лифт үзүлүп $\vec{a} = \vec{g}$ ылдамдануусу менен кулай баштаса, нерсе асмага аракет этпей калат. Себеби нерсенин салмагы нөлгө барабар болуп, **салмаксыздык абалы** байкалат. Жерге жакын орбита боюнча кыймылдаткычтары иштебеген абалда кыймылдаган космостук кемеде да лифтегидей кубулуш байкалат. Ошондуктан кеменин ичиндеги нерселер да салмаксыздык абалында болушат.

Салмак менен массанын ортосундагы (2.17) катнашы массаларды таразага тартуу ыкмасы менен салыштыруунун негизин түзөт. Теңдеш таразалардын табактарындагы нерселер табактарга барабар күчтөр менен аракет этишет, демек, алар бирдей массага ээ.

§ 6. Серпилгич күчтөрү

Тышкы күчтөрдүн аракети астында нерселер **деформацияланышат**, т.а., нерсенин көлөмү жана формасы өзгөрөт. Эгерде тышкы күчтөрдүн аракети токтогондон кийин нерсенин мурдакы формасы жана көлөмү калыбына келсе, деформацияны **серпилгичтүү** деп аташат. Деформация серпилгичтүү мүнөзгө качан гана тышкы күчтөр серпилгичтүүлүктүн чеги деп аталган чектик мааниден чоң болбогондо ээ болушу мүмкүн. Бул чектен ашканда деформация серпилгичтүү эмес, майышкактуу (пластикалуу) болуп калат. Бул учурда тышкы күчтөрдүн аракети токтогондон кийин, нерселердин көлөмү толугу менен калыбына келбейт. Мындан ары биз жалаң серпилгичтүү деформацияларды карайбыз.

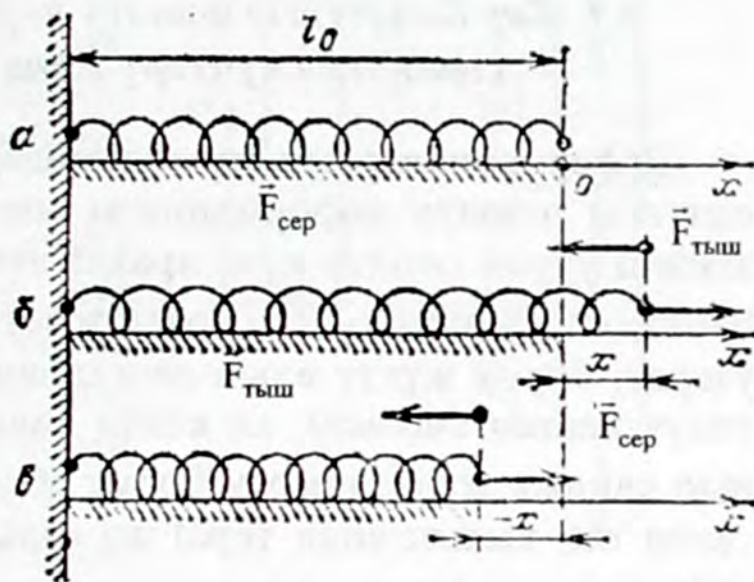
Нерселердин тышкы күчтөрдүн аракети токтогондон кийин көлөмүн жана формасын калыбына келтирүү касиеттери серпилгичтүүлүк деп аталат. Серпилгичтүүлүк көлөмдүн жана форманын серпилгичтиги болуп экиге бөлүнөт. Көлөмдүк серпилгичтүүлүк бардык нерселерге, газдарга, суюктуктарга тиешелүү универсалдык касиет.

Форманын серпилгичтиги көптөгөн катуу заттарга, барынан мурда, кристаллдарга тиешелүү касиет. Жаратылышта аб-

солюттук серпилүүчү жана серпилүүчү эмес нерселер болбойт. Ар кандай нерсе кандайдыр бир деңгээлде серпилүүчү эмес болушат. Бирок катуу көп нерселер (мисалы металлдар) кээ бир учурларда өздөрүн абсолюттук серпилгич катарында көргөзүшөт, алардын калдыктуу деформациялары өтө кичине болгондуктан, аны көңүлгө албай койсок деле болот. Экинчи жагынан, кээ бир нерселер бир аз деформация учурунда эле өздөрүн абсолюттук серпилгич эмес катарында көргөзүшөт (чайыр, мом, коргошун ж.б.у.с.): алар деформациясын тышкы күчтөр жоюлгандан кийин дагы сакташат.

Деформацияланган нерселерде деформацияны пайда кылган тышкы күчтөрдү теңдөөчү серпилгич күчтөр пайда болушат. Муну төмөндөгүдөй мисал менен түшүндүрсөк болот (2.6-сүр.).

Тышкы $\vec{F}_{\text{тыш}}$ күчүнүн аракетин астында зым оромо x узаруусуна (кысылуусуна) ээ болсо, натыйжада зым оромо-



2.6.-сүрөт

до тышкы күчтү $\vec{F}_{\text{тыш}}$ теңдөөчү серпилгич күч $\vec{F}_{\text{сер}}$ пайда болду.

Серпилгичтүү деформациялар: бир тараптуу чоюлуу (кысылуу), ар тараптуу чоюлуу (кысылуу), ийилүү, жылышуу, толгонуу ж.б. болуп бөлүнүшөт. Бирок деформациянын бардык түрлөрү эле көз карандысыз болбойт, алардын көпчүлүгү бир аз сандагы жөнөкөй деформациялардын жыйындысы болушу мүмкүн. Мисалы, болот таякчанын ийилишин бир тектүү эмес чоюлуунун жана кысылуунун жыйындысы катарында, толгонууну бир тектүү эмес жылышуу, жылышууну бир тектүү эмес, өз ара перпендикуляр багыттагы чоюлуу жана кысылуу катарында карасак болот. Ар кандай серпилгичтүү деформацияны, ал канчалык татаал болсо да негизги деформация деп аталган

эки деформациянын, чоюлуу (кысылуу) жана жылышуунун жыйындысы катарында көргөзүүгө болот.

Деформациянын ар кандай түрүндө (жөнөкөй же татаал) нерседе серпилгич күчтөр пайда болот.

1675-жылы тажрыйба жүзүндө аныкталган Гуктун законунун маңызы төмөндөгүчө: а) ар кандай кичине деформацияда серпилгич күчү деформациянын чоңдугуна пропорциялаш; б) нерсенин кичине деформациялары аракет эткен күчкө пропорциялаш.

6.1. Бир багыттагы чоюлуу деформациясы кезиндеги серпилгич күчтөрү жана Гуктун закону

Деформациялардын мүнөздөмөлөрү. Гуктун закону. Бир багыттагы чоюлуу деформациясы мисалы, бир учу бекитилген, экинчи учуна оордук күчү аракет эткен (жүк илинген) таякчада байкалат. Тышкы күчтүн аракети астында таякча Δl чоңдугуна узарат, бирок жүктү алып салгандан кийин (эгерде узаруу белгилүү чектен ашпаса), ал кайта калыбына келет. Деформациянын сандык мүнөздөмөсү болуп абсолюттук узаруу Δl (чоюлганда оң, кысылганда терс) же салыштырма узаруу (кысылуу)

$$\frac{\Delta l}{l} = \varepsilon \quad (\text{жалпысынан салыштырмалуу деформация деп аталат})$$

кызмат кылат.

Салыштырма узаруу таякчанын баштапкы узундугу канчалык бөлүккө чоңойгонун же азайганын көргөзөт. ε чоңдугун узундугу 1 м (же 1 см) болгон таякчанын бөлүгүнүн узарышы катарында карасак болот. Эгерде таякча толук узундугунда

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad \text{салыштырма узарышка ээ болсо, бир тектүү деформация}$$

кезинде таякчанын каалагандай l_1 узундугуна ээ элементи так

эле ушундай салыштырма узарууга $\varepsilon = \frac{\Delta l_1}{l_1}$ ээ болот (2.7-сүр.).

Ошентип, ε таякчанын бардык узундугуна жана анын ар бир бөлүгүнө сандык мүнөздөмө берчү чоңдук болуп эсептелинет,

т.а., аталган бир тектүү деформацияны толук мүнөздөөчү чоңдук болот.

Чоюлган таякчада пайда болгон серпилгич күчү $F_{сер}$ тышкы чоюучу күч F аркылуу бааланат. Таякчанын тең салмактуулук шартынан:

$$F_{сер} = -F . \quad (2.19)$$

Бирок серпилгич күчү $F_{сер}$ таякчанын каалагандай кесилишинде аракет этет (2.7-сүр.) жана бир тектүү статикалык деформация кезинде бардык узундукта бирдей жана чоюучу күчкө барабар.

Таякчанын ылдыйкы учуна жүкчөлөрдү илип, ар бир жүк илинген учурдагы таякчанын абсолюттук узарышын өлчөп, абсолюттук узаруу таякчанын узундугу l ге, чоюучу күч F кетүз, таякчанын туурасынан кесилиш аянтына тескери пропорциялаш экендигин таап алабыз:

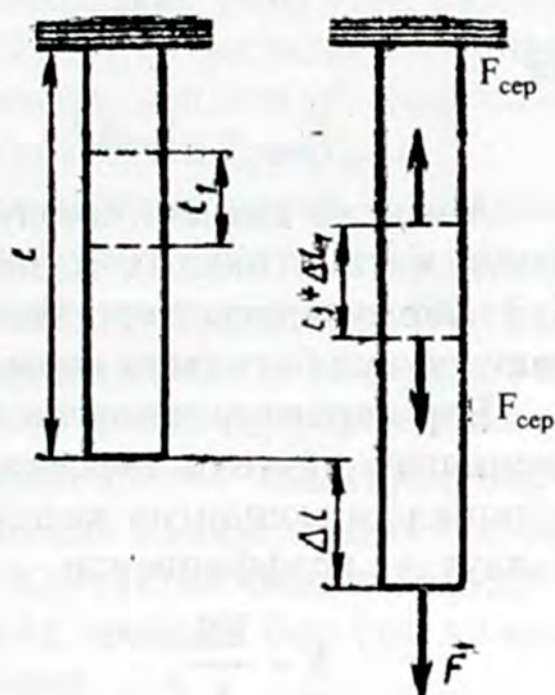
$$\Delta l \sim \frac{lF}{S} . \quad (2.20)$$

Пропорционалдык көз карандылыктан барабардыкка өтүш үчүн α пропорционалдуулук коэффициентин киргизебиз:

$$\Delta l = \alpha \frac{lF}{S} . \quad (2.21)$$

Тажрыйба көргөзгөндөй, α коэффициенти изилденүүчү нерсенин материалынан көз каранды, ошентип ал берилген материалдын серпилүү касиетинин чоюлуу (кысылуу) деформация кезиндеги мүнөздөөчүсү болот. Аны **серпилгичтик коэффициенти** деп аташат. Бул коэффициенттин сан маанилери тажрыйбадан аныкталат.

(2.21) барабардыгына **Юнгийн модулу**нун



2.7.-сүрөт

$$F_{\text{сер}} E = \frac{1}{\alpha}$$

маанисин коюп, F күчүн – $F_{\text{сер}}$ күчү менен алмаштырып, серпилгич күчүнүн абсолюттук деформациядан болгон изделген көз карандылыгын алабыз:

$$F_{\text{сер}} = -\frac{ES}{\ell} \Delta \ell \quad (2.22)$$

же

$$F_{\text{сер}} = -k \cdot \Delta \ell . \quad (2.23)$$

Алынган катнаш чоюлуу деформациясы үчүн Гуктун законунун математикалык жазылышынын бири болуп эсептелинет. Бул формуладагы терс белги серпилгич күчүнүн $F_{\text{сер}}$ багыты чоюулуунун багытына карама-каршы экендигин билгизет.

Бир тараптуу чоюлган (кысылган) нерседеги пайда болгон серпилгич күчүнүн нерсенин абсолюттук узарышына түз пропорциялаш экендигин көрдүк. Берилген нерсе үчүн пропорционалдуулук коэффициентин

$$k = \frac{ES}{\ell} , \quad (2.24)$$

анын өлчөмдөрүнөн (S, ℓ) жана материалдын серпилгичтик модулуна (E) көз каранды болот. k чоңдугун **серпилгич күчүнүн коэффициентин** же жөн эле серпилгичтүүлүк, (зым оромо үчүн катуулук (жесткость)) деп аташат. Таякча үчүн аны (2.24) формуласын колдонуп эсептеп алсак болот. Зым оромо үчүн k ны эсептөө татаалыраак, себеби зым оромо чоюлганда (кысылганда) зымдын деформациясы татаал мүнөзгө ээ, ошондуктан аны жалгыз эле чоюлуу менен байланыштырууга болбойт. Турмушта k тажрыйбадан белгилүү тышкы күчтүн аракетинин астында зым оромонун (таякчанын) узарышын өлчөө аркылуу аныкталат.

Серпилгичтик коэффициентин жана серпилгичтик модулу. (2.21) катнашына кайрылалы. Аны α га салыштырмалуу чыгарсак:

$$\alpha = \frac{\frac{\Delta \ell}{\ell}}{\frac{F}{S}} = \frac{\varepsilon}{p}, \quad E = \frac{\frac{F}{S}}{\frac{\Delta \ell}{\ell}} = \frac{p}{\varepsilon}, \quad (2.25)$$

мында, $p = \frac{F}{S}$ – таякчанын туурасынан кесилишинин бирдик аянтына туура келүүчү тышкы күч. Каралган учур үчүн бул күч туурасынан кесилишке перпендикулярдуу багытталган. Серпилгич теориясында p чоңдугу **күчүркөнүү** деп аталат (каралган учурда чоюучу күчүркөнүү жөнүндө сөз болуп жатат).

(2.25) катнашынан серпилгичтик коэффициенти α сан мааниси боюнча бирге барабар күчүркөнүүнүн таасиринин натыйжасында пайда болгон салыштырмалуу узарууга ε го барабар; Юнгдун модулу E бирге барабар салыштырмалуу узарууну ε ни пайда кылган күчүркөнүүгө p га барабар болоору келип чыгат. Бирок салыштырма узаруу бирге качан $\Delta \ell = \ell$ болгондо барабар болот. Демек, Юнгдун модулуна сан мааниси таякчаны эки эсе чойгон күчүркөнүүгө барабар. Каучуктан башка бир дагы материал мындай чоюлууга чыдабайт, мындан бир топ кичине чоюлуу кезинде эле алар үзүлүп кетишет.

(2.25) катнашынан α жана E чоңдуктарынын бирдиктеринин аттарын оңой эле алабыз ($\alpha - \text{м}^2/\text{Н}$; $E - \text{Н}/\text{м}^2 = \text{Па}$).

Берилген материал үчүн α жана E чоңдуктары турактуу болгондуктан, (2.25) катнашынан салыштырмалуу узаруу чоюлуу күчүркөөгө түз пропорционалдуу экендиги көрүнүп турат.

$$\varepsilon = \alpha p. \quad (2.26)$$

Адатта, таякчанын туурасынан кесилишинин бирдик аянтына аракет эткен ички күчтү **чыңалуу** (же ички чыңалуу) деп аташат. Бир тектүү таякча үчүн бир тектүү деформация кезинде чыңалуу күчүркөнүүгө барабар. Чыңалууну ошол эле $p_{\text{сер}}$ тамгасы менен белгилеп, $p = -p_{\text{сер}}$ экендигин эске алып, Гуктун законун төмөндөгүдөй формада жазып алсак болот:

$$p_{\text{сер}} = -E\varepsilon. \quad (2.27)$$

Кичине деформацияларда нерсенин ичинде пайда болуучу серпилгич чыңалуу салыштырмалуу деформацияга түз пропорциялаш.

Туурасынан кысылуу коэффициенти. Чоюлуу деформациясында нерсенин туурасынан кесилиш өлчөмү кичиреет, кысылуу деформациясында чоңоет. Туурасынан кесилиш өлчөмдөрүнүн кичирейиши резинанын чоюлушунда жакшы байкалат. Нерсенин туурасынан кесилиш өлчөмдөрүнүн чоюлган жана кысылган кездеги өзгөрүшүн салыштырмалуу туурасынан кесилиш кысылышы (же чоюлушу) ε_T менен мүнөздөшөт:

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta d}{d}.$$

Мында d – нерсенин деформацияга чейинки туурасынан кесилиш өлчөмү, Δd – нерсенин туурасынан кесилиш өлчөмүнүн өзгөрүшүнүн абсолюттук мааниси. ε_T чоңдугу туурасынан кысуу коэффициентинин деп аталат.

Тажрыйбадан материалы бирдей болгон бардык нерселер үчүн туурасынан кысуу коэффициентинин ε_T салыштырмалуу деформацияга $\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$ ге болгон катышы турактуу чоңдук болору белгилүү.

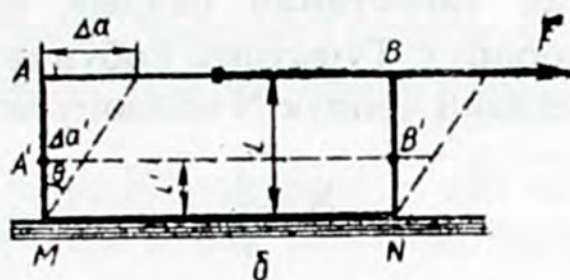
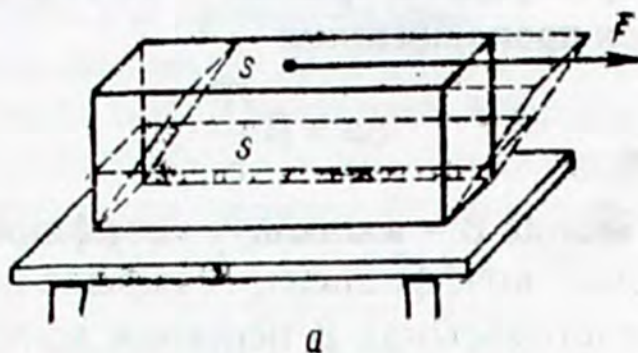
$$\mu = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon}. \quad (2.28)$$

Бул өлчөмсүз турактуулук Пуассондун коэффициентинин же туурасынан кысылуу модулу деп аталат. Пуассондун коэффициентинин материалдан көз каранды жана Юнгдун модулу менен бирге материалдардын серпилгичтик касиетинин негизги мүнөздөмөлөрү болушат. Е жана μ чоңдуктары изотроптуу материалдардын серпилгичтик касиеттерин толугу менен мүнөздөйт, т.а., ар кандай татаал деформацияда пайда болгон серпилгич күчтөрү эки эле модулдан көз каранды болушат.

6.2. Серпилгич күчтөрү жана жылышуу деформациясындагы Гуктун закону

Жылышуу деформациясын параллелепипеддин мисалында карасак болот. Анын бир бетин бекитип, карама-каршы бетине ушул беттин тегиздигинде жаткан F күчүн аракет эттиребиз (бул

күч кемиктөөчү деп аталат) (2.8. а сүр.). Да чоңдугу (2.8. б сүр.) АВ катмарынын кыймылсыз (бекитилген) MN катмарына салыштырмалуу абсолюттук жылышуусун көргөзөт; $\Delta a'-A'B'$ катмарынын абсолюттук жылышуусу ж.б.у.с. сүрөттөн ар бир катмар үчүн абсолюттук жылышуу ар башка экендиги көрүнүп турат: ал жылышуучу катмар кыймылсыз катмардан канчалык алыс жайланышса, ошончолук чоң. Бирок абсолюттук жылышуу Δa нын кыймылсыз жана жылышкан катмардын ортосундагы аралыкка l ге болгон катышы



2.8.а,б-сүрөт

тышы **салыштырма жылышуу** γ деп аталып, жылышуу бурчу θ нын тангенсине барабар жана бардык катмар үчүн бирдей мааниге ээ:

$$\gamma = \frac{\Delta a}{l} = \frac{\Delta a'}{l'} = \dots = \operatorname{tg} \theta .$$

Жылышуу бурчунун кичинекей маанилеринде $\operatorname{tg} \theta \approx \theta$, демек, $\gamma = \theta$.

Ошентип, **кичине деформация кезинде салыштырма жылышуу радиан менен өлчөнгөн жылышуу бурчуна барабар.**

Жылышуу мезгилинде нерсенин ичинде статикалык деформация кезинде тышкы (кемиктөөчү) күчтү теңдөөчү серпилгич күчтөрү пайда болот:

$$F_{\text{сер}} = -F .$$

Жогорку беттин абсолюттук жылышуусу Δa ны кемиктөөчү күчтүн ар түрдүү маанилеринде өлчөсөк төмөндөгүнү аныктайбыз, **кичине деформация кезинде абсолюттук жылышуу кемиктөөчү күч F ке жана кыймылсыз бет менен жылуучу беттин**

ортосундагы аралык l ге түз, жылышкан беттин аянтына тескери пропорциялаш:

$$\Delta a = \beta \frac{lF}{S}, \quad (2.29)$$

мында β – жылышуу коэффициентин деп аталган пропорционалдык коэффициент. Тажрыйбадан тандап алган бирдиктердин системасында β нерсенин материалынан гана көз каранды болуп, ал нерсенин жылышуу деформациясына карата серпилгичтик касиетинин сандык мүнөздөмөсү болуп эсептелинерин көрөбүз. Турмушта көбүнчө жылышуу модулу деп аталган β га тескери чоңдук N колдонулат:

$$N = \frac{1}{\beta}.$$

Бирдик бетке жаныма боюнча аракет эткен күчтү мүнөздөөчү кемиктөөчү күчүркөнүү түшүнүгүн киргизебиз:

$$\tau = \frac{F}{S}.$$

(2.29) барабардыгын l ге бөлүп, $\frac{\Delta a}{l} = \gamma$ экендигин эске алып төмөндөгүнү алабыз:

$$\gamma = \beta \tau. \quad (2.30)$$

Салыштырма жылышуу кемиктөөчү чыңалуу τ га түз пропорциялаш.

Статикалык жана бир тектүү деформация кезинде нерседе пайда болуучу серпилгич тангенциалдык чыңалуу $\tau_{\text{сер}} = \frac{F_{\text{сер}}}{S}$ кемиктөөчү күчүркөнүүгө модулу боюнча барабар, багыты боюнча карама-каршы болот:

$$\tau_{\text{сер}} = -\tau.$$

Анда (2.30) катнашына башкачараак маани берсек болот:

$$\tau_{\text{сер}} = -N\gamma. \quad (2.30')$$

Анча чоң эмес деформацияларда серпилгич тангенциалдык чыңалуу салыштырмалуу жылышууга түз пропорциялаш.

(2.29) жана (2.30) туюнтмалары жылышуу кезиндеги Гуктун законунун математикалык жазылышы болуп эсептелет. Алардан жылышуунун коэффициентинин жана модулунун аныктамалары келип чыгат: жылышуу коэффициенти сан мааниси боюнча нерсеге бирдик кемиктөөчү чыңалуу (1 Н/м^2 же 1 Па) аракет эткенде, ал ээ болгон салыштырмалуу жылышууга барабар; жылышуу модулу нерседе салыштырмалуу деформация бирге барабар болгон кездеги серпилгич тангенциалдык чыңалуу менен өлчөнөт. Эгер $\gamma = 1$ болсо, $\theta = 45^\circ$, демек, жылышуу модулу жылышуу бурчу 45° кезинде нерседе пайда болгон тангенциалдык чыңалууга барабар.

Серпилгичтүүлүк теориясында E , μ , N модулдары көз каранды эмес болушпайт, бирок бири-бири менен төмөндөгүдөй катнаш аркылуу байланышат:

$$N = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (2.31)$$

Бул болсо жогоруда айтылгандай, ар кандай деформацияны модулдары E жана μ болгон чоюлуу жана кысылуу же модулдары E жана N болгон чоюлуу (кысылуу) жана жылышуу аркылуу мүнөздөсөк болот дегенди билгизет.

6.3. Бардык тараптан кысуу кезиндеги серпилгичтик күчү жана Гуктун закону

Узатасынан (бир тараптуу) чоюлууда нерсенин туурасынан ичкериши, тескерисинче, узатасынан кысууда нерсенин туурасынан жооноюшу байкалаарын жогоруда көргөнбүз. Бул болсо нерсенин көлөмүнүн өзгөрүшүнө алып келет. Кырлары бирге (1 м , 1 см) барабар кубдун көлөмүнүн өзгөрүшүн карап көрөлү. Чойгондо куб узундугу $1 + \epsilon$ барабар параллелепипедге айланат. Кубдун туурасынын өлчөмү $\mu \epsilon$ чондугуна кичиреет да жаңы кесилиштин аянты $(1 - \mu \epsilon)^2$ барабар болот. Кубдун көлөмүнүн салыштырмалуу өзгөрүшү төмөндөгүгө барабар:

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 + \varepsilon)(1 - \mu\varepsilon)^2 - 1,$$

кашааны ачып, квадраттык мүчөлөрүн эске албасак:

$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2\mu)\varepsilon.$$

Бардык нерселер үчүн $2\mu < 1$. Ошондуктан бир тараптуу чоюлууда ($\varepsilon > 0$) нерсенин көлөмү $(1 - 2\mu)\varepsilon$ чоңдугуна чоңоет, ал эми бир тараптуу кысууда ($\varepsilon < 0$) нерсенин көлөмү ушундай эле чоңдукка кичиреет. Бардык тараптан бир тектүү кысууда (гидростатикадагыдай сыяктуу) көлөмдүн салыштырмалуу өзгөрүшү бир тараптуу кыскандагыга караганда үч эсе чоң:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3(1 - 2\mu)\varepsilon. \quad (2.32)$$

Салыштырмалуу узаруу Гуктун законуна ылайык

$$\varepsilon = \alpha p$$

формуласы менен аныкталгандыктан, (2.32) катнашы төмөндөгүчө жазылат:

$$\frac{\Delta V}{V} = 3(1 - 2\mu)\alpha p, \quad (2.33)$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \chi p$$

мында p нормалдык күчүркөнүү (кубдун капталдарына жасаган басым).

Бардык тараптан кысканда нерсенин көлөмүнүн салыштырмалуу өзгөрүшү тышкы басымга түз пропорциялаш. Ошентип бардык тараптан кысуу да Гуктун законуна баш иет.

$\chi = 3(1 - 2\mu)\alpha$ чоңдугун **кысуу коэффициентини** деп аташат. (2.33) формуласынан χ ни тапсак:

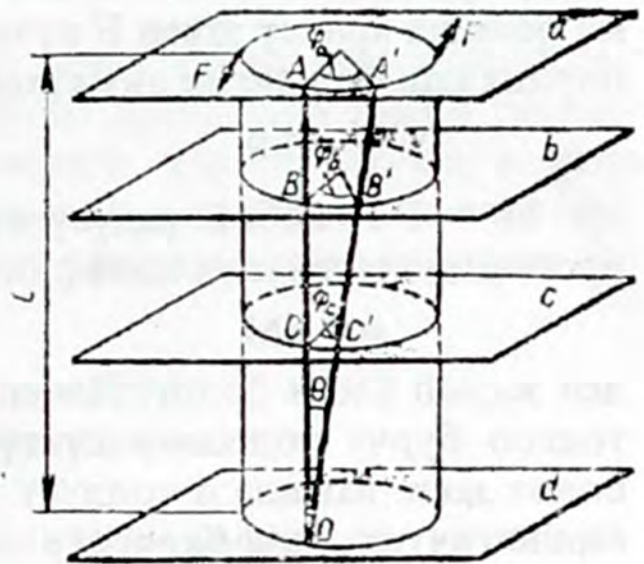
$$\chi = \frac{\Delta V}{V \cdot p}. \quad (2.34)$$

Ошентип, кысуу коэффициенти сан мааниси боюнча нерсеге бардык тараптан бирге барабар басым аракет эткендеги анын көлөмүнүн салыштырмалуу өзгөрүшүнө барабар. Кээ бир нер-

селер үчүн $\mu \approx \frac{1}{2}$, алар үчүн кысуу коэффициенти өтө кичине, мындай нерселер кысылбайт. Суюктуктар дал ушундай нерселердин катарына кирет.

6.4. Толгонуу кезиндеги серпилгич күчтөрү жана Гуктун закону

Жогоруда каралган параллелепипеддин жылышуусу бир тектүү деформация болуп эсептелет, б.а., салыштырмалуу жылышуу ү бардык жарыш катмарлар үчүн бирдей. Толгонуу – бир тектүү эмес жылышуунун деформациясы. Мындай деформация таякчанын бир учун бекитип, экинчи учун толгогондо пайда болот (2.9-сүр.). Бул учурда таякчанын ар кандай кесилиши анын бекитилген учуна салыштырмалуу ар кандай бурчка бурулат. Мисалы, а тегиздигиндеги кесилиш $\varphi = \varphi_a$ бурчуна, б тегиздигиндеги кесилиш $\varphi = \varphi_b < \varphi_a$ бурчуна ж.б.у.с. бурулат. Толгогондо нерсенин көлөмү өзгөрбөйт, себеби бул учурда таякчанын кесилиши, узундугу өзгөрүүсүз калат. Мейли жогорку кесилиш φ бурчуна бурулсун дейли (2.9-сүр.). Анда цилиндрлик беттин ар бир түзүүчүсү (мисалы, θA түзүүчүсү) жылышуу бурчу же толгонуу бурчу деп аталган θ бурчуна бурулат. Сүрөттөн көрүнгөндөй кичинежылышууда салыштырмалуу жылышуу төмөндөгүгө барабар:



2.9.-сүрөт

$$\gamma = \text{tg}\theta \approx \theta = \frac{|AA'|}{l} = \frac{R\varphi}{l}$$

Эгерде оюбузда таякчадан кичине радиустагы ($r < R$) цилиндрилик бетти бөлүп алсак, анын элементтеринин жылуусу (каралган а тегиздигинде)

$$\theta_r = \frac{r\varphi}{\ell},$$

жана ал таякчанын бетинин элементтеринин жылышуусуна караганда кичине мааниге ээ болот. Ошентип толгогондо таякчанын элементтери октон канчалык алыс жайланышса, ошончолук чоң жылышууга ээ болот. Мындай деформация бир тектүү эмес деп аталат.

Тажрыйбадан а тегиздигиндеги жогорку кесилиштеги толгонуу бурчу φ нин, таякчанын бетине анын а кесилишине жаныма боюнча аракет эткен F күчүнө жана анын радиусуна түз пропорциялаш экендигин аныктаса болот:

$$\varphi \sim F \cdot R.$$

$M = F \cdot R$ көбөйтүндүсү күчтүн моменти деп аталат. Анда пропорционалдуулук коэффициентин киргизүү менен

$$\varphi = dM \tag{2.35}$$

деп жазып алсак болот. Демек, таякчанын жогорку бош учунун толгоо бурчу толгоочу күчтүн моментине түз пропорциялаш болот экен. Мында d чоңдугу **толгонуу деформациясы кезиндеги серпилгичтик коэффициентин** деп аталат. Толгоодо таякчанын ичинде серпилгич күчтөрү пайда болуп, ал толгоочу тышкы моментти теңдөөчү серпилгичтик моментин $M_{\text{сер}}$ нү пайда кылат,

$$M_{\text{сер}} = -M.$$

(2.35) формуласынан биз төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$M_{\text{сер}} = -D\varphi, \tag{2.36}$$

мында $D = \frac{1}{d}$ – **серпилүүчү (же кайтаруучу) моменттин коэффициенти**.

Белгилүү өлчөмдөгү таякча үчүн ал турактуу мааниге ээ жана аны тажрыйбадан аныктап алсак болот. Ал үчүн таякчага белгилүү момент M аракет эткендеги толгонуу бурчун өлчөп

алып, (2.35) формуласынан $D = \frac{1}{d}$ эсептеп чыгуу керек. D коэф-

фициентинин өлчөө бирдиги $\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$ (аталышы $\frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{рад}}$). (2.35)

жана (2.36) туюнтмалары толгонуу деформациясы үчүн Гуктун законунун математикалык жазылышы болуп эсептелинет.

Толгоо жылышуу деформациясына келип такалгандыктан, D коэффициентин теориялык түрдө эсептесек болот. Таякчанын абсолюттук өлчөмдөрү жана жылышуу модулу боюнча жазылган тиешелүү эсептөөлөрдүн жыйынтыгы төмөндөгүдөй формула аркылуу туюнтулат:

$$D = \frac{\pi NR^4}{2\ell}. \quad (2.37)$$

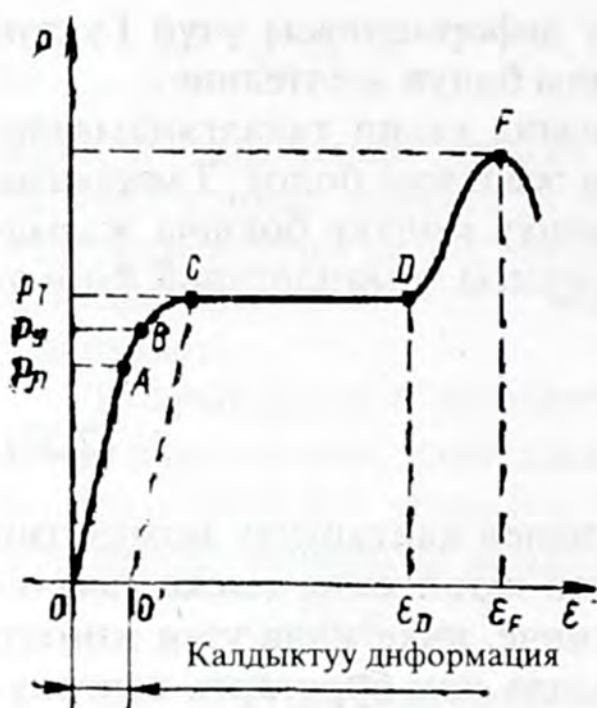
Таякчанын радиусунун өсүшү менен кайтаруучу моменттин коэффициенти тез өсөт. Ошондуктан жоон жана кыска таякчаларды толгоо өтө кыйын, тескерисинче, ичке жана узун жиптер кичинекей эле күчтүн аракетин астында чоң бурчтарга толгонушат. Мындай касиеттер толгонуу таразаларында колдонулат.

6.5. Серпилгичтиктин жана бышыктыктын чеги

Ошентип, серпилгич деформациясынын бардыгы Гуктун законуна баш иет. Бирок Гуктун закону белгилүү чекке чейин гана колдонулаары жогоруда айтылган. Ал чек ар бир учур үчүн тажрыйбадан аныкталат. Бул маселени бир тараптуу чоюлуу деформациясы үчүн карайлы. Белгилүү заттан (мисалы болоттон) жасалган ичке таякчаны алып, аны акырындап жүктөй баштайбыз. Жүктүн ар бир чоңоюшундагы тиешелүү ϵ ду өлчөп алабыз. Өлчөөнүн жыйынтыктарын абсцисса огунда салыш-

тырмалуу чоюлуу $\epsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell}$, ордината огунда модулу боюнча

күчүркөнүүгө барабар ички серпилгич чыңалуусу $p_{сер}$ жайгаштырылган системада көргөзүп алабыз. Таякчаны үзүлгөнчө чоюп, 2.10-сүрөтүндө көргөзүлгөндөй мүнөздүү графикти алабыз. Графиктен көрүнүп тургандай, Гуктун законуна туура келүүчү p чоңдугунун ϵ чоңдугунан болгон сызыктуу көз карандылыгы деформациянын өзгөрүшүнүн белгилүү чегинде гана орун алат. Бул чек көпчүлүк нерселер үчүн анчалык чоң эмес. Мисалы, болот үчүн $\epsilon_{чек} \approx 10^{-3}$; калган материалдар үчүн $\epsilon_{чек}$ андан да кичине.



2.10-сүрөт

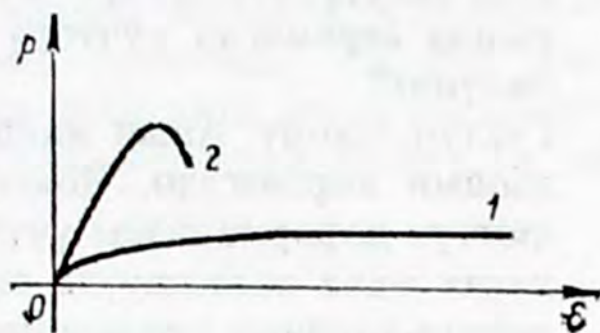
Чыңалуунун бардык p_c дан чоң маанилеринде тышкы күчтөр алынгандан кийин дагы сакталган деформациялар пайда болот. Аларды калдыктуу (майышкак) деформациялар деп аташат. Бул учурда тышкы күчтүн аракети токтогондон кийин, нерсе чыңалбаган абалына графиктеги CO сызыгы менен эмес, CO' сызыгы боюнча кайтат. Калдыктуу деформация шарттуу түрдө тандап алынган чоңдукка ($0,002$ жакын) жеткен кездеги чыңалуу p_a **агуучулуктун** чеги деп аталат. Графиктин CD бөлүгү, деформациянын тышкы күчтүн аракетисиз эле “аккан” сыяктуу өсөөрүн көргөзөт. CD **майышкак деформация** аймагы деп аталат. Деформациянын мындай түрүнө металлдарды иштетүүнүн ийлөө, ныктоо, чоюу, чегүү сыяктуу ыкмалары негизделген.

ϵ_D дан чоң деформациялар үчүн серпилгич күчтөрү кайтадан өсө баштайт, б.а., нерсе чоюуга кайтадан каршылык көргөзөт (2.10-сүр.). Нерседе ал быркыраганга чейинки пайда болгон эң чоң чыңалуу **бышыктыктын чеги** p_b деп аталат. Деформациянын ϵ_F тен чоң маанисинде серпилүү күчтөрү тез азаят жана тышкы күчтөр теңделбейт, нерсе чексиз узарып, тез эле үзүлөт. Агуучулук аймагы, CD бир топ чоң болгон материалдар (2.11-сүр. 1-сызык) илээшкек же майышкак деп аталышат (ылай, коргошун ж.б.). Агуучулук аймагы жокко эсе болгон материалдарды (2-сызык) морт деп аташат (айнек, бетон, фарфор ж.б.).

p чоңдугунун ϵ чоңдугунан сызыктуу көз карандылыгы сакталган чыңалуунун чектик мааниси **пропорционалдуулуктун чеги** p_n деп аталат.

Деформациялар чыңалуулардын p_n дан чоң маанилеринде да серпилүү мүнөздөрүн сактап калышы мүмкүн. Чыңалуунун калдыктуу деформациялар пайда боло элек кездеги чектик мааниси серпилгичтик чеги p_c деп аталат. Графиктин AB бөлүгү анча чоң эмес, ошондуктан инженердик эсептөөлөрдө $p_c = p_n$ деп алышат.

Нерселердин касиеттери тышкы чөйрөнүн абалынан көз каранды болоорун белгилей кетүү зарыл. Кадимки температурада айнек морт, жогорку температурада майышчаак; коргошун кадимки температурада майышчаак, төмөнкүдө – морт. Нерсенин бетинде майда жараңкалар көп болсо, анын бышыктык чеги төмөн болот, бирок атайын иштетүүдөн кийин жараңкалар жоголсо, нерсе жогорку бышыктыкка ээ болуп калат. Нерселердин механикалык касиеттери күчтөрдүн аракет этишкенинин узактыгынан да көз каранды болушат. Бир эле нерсе кыска убакыт ичинде чоң күч аракет эткенде өзүн морт сыяктуу көргөзсө, узак убакытта кичине күчтөр аракет эткенде илээшкек сыяктуу көргөзөт.



2.11-сүрөт

Текшерүү суроолору

1. Нерселер кандай касиеттери боюнча серпилүүчү жана серпилүүчү эмес болуп бөлүнүшөт? Нерсенин деформациясы деп эмнени айтабыз? Серпилгич жана майышкактуу деформациялар кезинде нерсенин ичинде пайда болгон күчтөрдүн өзгөчөлүктөрү кандай?
2. Деформациялардын негизги түрлөрүн атагыла: ийилүү жана толгонуу деформациялары деформациялардын негизги түрлөрүнүн жыйындысына келип такалаарын көргөзгүлө.
3. Кандай деформациялар бир тектүү жана бир тектүү эмес деп аталышат? Кандай шарттарда статикалык чоюлуу деформациясы бир тектүү же бир тектүү эмес болушат?
4. Чоюлуу (кысылуу), жылышуу деформациялары деп эмнелерди айтабыз? Бул учурда нерселердин айрым катмарлары (жана бөлүкчөлөрү) кандайча жылышат? Бул деформациялар кандай күчтөрдүн аракетинин натыйжасында пайда болот жана алар кандай абсолюттук жана салыштырма чоңдуктар менен мүнөздөлүшөт?

5. Бир тектүү чоюлуунун жана жылышуунун деформацияларында серпилгич күчтөрү жана ички чыңалуу кандайча бөлүнөт?
6. Гуктун закону. Анын жалпы түрдөгү математикалык жазылышын көргөзгүлө. Чоюлуунун жана жылышуунун абсолюттук деформациясы үчүн Гуктун законун жазгыла. Чоюлууда жана жылышууда серпилгич күчү менен абсолюттуу деформациянын ортосундагы пропорционалдуулук коэффициентин эмнеден көз каранды?
7. Зым оромонун катуулугу деп эмнени айтабыз жана ал эмнеден көз каранды болот?
8. Юнгдун модулу жана жылышуу модулу деп эмнени айтабыз? Алар кандай бирдиктер менен өлчөнүшөт жана чоюлуу, жылышуу коэффициенттери менен кандайча байланышкан? Кандай нерселер абсолюттук катуу нерселер деп аталышат жана мындай нерселерге E жана N чоңдуктарынын кандай маанилери туура келет? Көлөмдүк кысуунун коэффициенти бир тектүү кысуунун коэффициентине караганда 3 эсе чоң экендигин көргөзгүлө. Нерсени куб формасында деп алгыла.
9. Серпилгич чыңалуусунун деформациянын маанисинен болгон көз карандылыгынын болжолдуу графигин чийгиле. Гуктун закону аткарылган аймакты көргөзгүлө. Майышкак деформация аймагын көргөзгүлө. График боюнча калдыктуу деформациянын чоңдугун кантип тапсак болот?
10. Пропорционалдык көз карандылыктын чеги, серпилгичтик чеги, бышыктыктын чеги деп эмнени айтабыз?

§ 7. Сүрүлүү күчтөрү

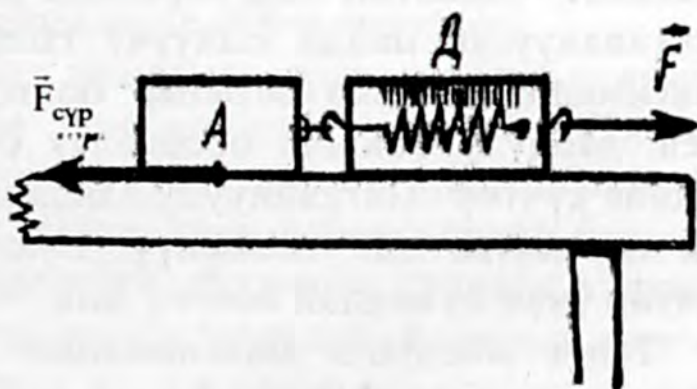
Сүрүлүү нерселердин тийишип аракет этишүүсүнүн бир учуру болуп эсептелет. Сүрүлүүнү тышкы жана ички деп экиге бөлүп коюшат. Тышкы сүрүлүүнүн күчтөрү эки нерсенин тийишкен беттеринде пайда болуп, нерселерге Ньютондун үчүнчү законуна ылайык аракет этишип, тийишкен беттерге жаныма боюнча багытталышат. Ички сүрүлүү деп бир эле нерсенин катмарларынын ортосундагы тангенциалдык аракет этишүүнү айтабыз. Көптөгөн тышкы сүрүлүүлөрдүн ичинен кургак

сүрүлүүнү, б.а., качан бир нерсе экинчи нерсенин бети боюнча кургак сүрүлүп, которулган кезин карайбыз. Ал эми ички сүрүлүүлөрдөн болсо, катуу нерсе суюктукка же газга салыштырмалуу кыймылдаган кездеги байкалган суюк сүрүлүүнү карайбыз.

7.1. Кургак сүрүлүү

Кургак сүрүлүү үчкө бөлүнөт; тынч абалдагы сүрүлүү, сыйгаланып сүрүлүү жана тоголонуп сүрүлүү.

Тынч абалдагы сүрүлүү. Төмөндөгүдөй тажрыйбага кайрылабыз. Столдун горизонталдык бетине чулу А тактачаны жайгаштырып, кайсы бир тик бетине байланган жипке горизонталдык багытта аракет кылуу менен, аны ордуна козгоого аракет кылабыз. Тактачага кандай күч менен аракет кылып жаткандыгыбызды билүү үчүн, жип менен тактачанын ортосуна зым оромдук Д динамометрди жайгаштырабыз (2.12). Тажрыйбадан тактача ага жип тарабынан кандайдыр бир күч аракет этип жатса деле, тынч абалда болоорун көрөбүз. Бул болсо тактачага жиптин тартуусунан башка дагы күч аракет кылып жаткандыгын далилдейт. Ал күч тактачанын столдун бети менен өзгөчө (тангенциалдык) аракет этишинде пайда болуп, модулу боюнча жиптин тартуусунун модулуна барабар, багыты боюнча карама каршы болот.



2.12-сүрөт

Бул күчтү тынч абалдагы сүрүлүү деп аташат. Ушундай эле күч жиптин тартуу багыты боюнча столдун бетине да аракет этээри анык.

Жиптин тартуусунун чоңоюшу менен, тартуу кандайдыр бир мааниге жеткиче тактача тынч абалда болуп турат, андан соң ал столдун бети менен бир калыпта сыйгалана баштайт. Демек, сыйгалануу башталганга чейинки тынч абалдагы сүрүлүү

күчү жиптин тартуусуна барабар жана анын мааниси тартуунун өзгөрүүсүнө жараша өзгөрүп турат. Эгерде тышкы күчтүн багытын өзгөртсөк (тактачаны башка жака сүйрөсөк), тынч абалдагы сүрүлүү күчү да багытын өзгөртөт. Ошентип сыйгалануу башталганга чейин тынч абалдагы сүрүлүү күчү каалагандай багытка ээ боло алат жана маанисин нөлдөн жылышуу башталгандагы жиптин тартуусуна барабар максималдык мааниге чейин өзгөрөт.

$$0 \leq \vec{F}_{\text{сүр}} \leq \vec{F}_{\text{макс. сүр}} = -\vec{F}_{\text{жип. тарт}}$$

Берилген нерсенин башка нерсенин бети боюнча кыймылдай баштаган кезиндеги ушул кыймылдатуучу тышкы күчтүн модулуна барабар тынч абалдагы сүрүлүү күчү тынч абалдагы максималдык сүрүлүү күчү деп аталат. Тажрыйба тынч абалдагы максималдык сүрүлүү күчү аракет эткен тышкы күчтүн багытынан көз каранды болбой тургандыгын көргөзөт.

Тынч абалдагы сүрүлүү күчүнүн натыйжасында, тышкы күчтөрдүн бардыгы эле сыйгаланууну пайда кыла бербейт. Сыйгалануу качан кана тышкы күч модулу боюнча тынч абалдагы максималдык сүрүлүү күчүнө барабар же андан чоң болгондо байкалат. Ошентип бир нерсенин экинчи нерсенин бети менен сыйгалануусун пайда кылуучу тышкы күчтүн тынч абалдагы максималдык күчкө барабар болгон босоголук мааниси бар экен. Модулу боюнча босоголук сүрүлүү күчүнүн модулуна кичине күчтөр сыйгаланууну пайда кылбайт. Бул өзгөчөлүк кургак сүрүлүүгө эле тиешелүү. Суюк сүрүлүү кезинде тышкы күчтөр үчүн эч кандай босого жок.

Тынч абалдагы максималдык сүрүлүү күчү эмне менен аныкталаарын карайлы. Ал үчүн бул күчтү ар кандай шартта өлчөөгө арналган бир катар тажрыйбаларды жүргүзөбүз; тактачаны столдун бетине кыскан күчтү өзгөртөбүз, бир тактачаны башка материалдан жасалган же ошол эле материалдан жасалып, бирок бети башкача иштетилген экинчи тактача менен алмаштырабыз. Натыйжада 1699-жылы Амонтон жана 1785-жылы Кулон аныкташкан төмөндөгүдөй закон ченемдүүлүктөрдү байкайбыз.

1. Тынч абалдагы максималдык сүрүлүү күчү нормалдык басымдын күчүнө, т.а., нерселердин тийишүү беттерине тик багыт

боюнча багытталып, тийишкен беттерди бири-бирине кыскан күчкө пропорционалдуу.

$$F_{\text{макс.сүр.}} \sim N.$$

Тынч абалдагы сүрүлүү коэффициенти деп аталган өлчөмсүз μ **пропорционалдуулук коэффициентин** киргизип, пропорционалдуу көз карандылыктан барабардыкка өтүп, Кулондун закону деп аталган теңдемени алабыз:

$$F_{\text{макс.сүр.}} = \mu N. \quad (2.38)$$

2. Нормалдык басымдын күчү N дин бир эле маанисинде тынч абалдагы максималдык сүрүлүү күчү (демек, коэффициент μ дагы) тийишкен беттердин физикалык жаратылышынан жана беттердин иштетилишинен көз каранды болот.

3. Нормалдык басымдын күчү N дин бир эле маанисинде тынч абалдагы максималдык сүрүлүү күчү (μ дагы) тийишкен беттердин аянтынан көз каранды болбойт.

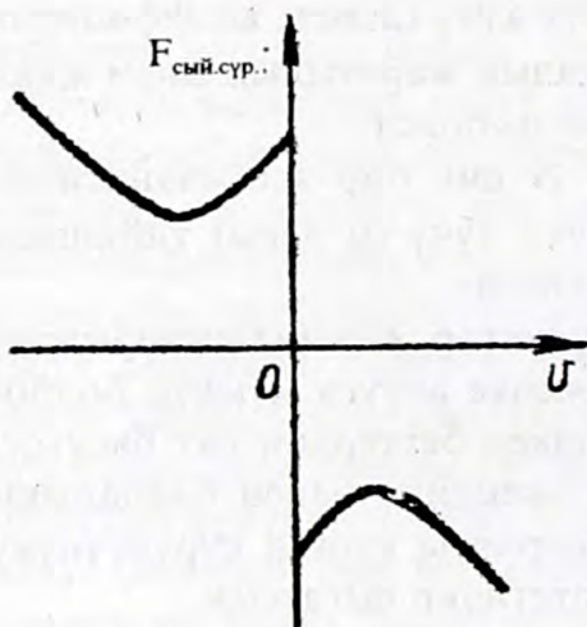
4. Белгиленген закон ченемдүүлүктөр жакындаштырылган мүнөзгө ээ. Бул $F_{\text{макс.сүр.}}$ көптөгөн эсепке алууга мүмкүн болбогон, сандаган факторлордон (тийишкен беттердин дат басуусу, нымдалышы ж.б.у.с.) көз каранды экендиги менен байланышкан. Тынч абалдагы сүрүлүүнүн теориясы кургак сүрүлүүнүкү сыяктуу эле бүгүнкү күнгө чейин иштетилип чыга элек.

5. Тынч абалдагы сүрүлүү адамдын күндөлүк турмушунда, анын ишмердүүлүгүндө өтө чоң мааниге ээ болот. Эң эле жөнөкөй нерсе, тынч абалдагы сүрүлүү жер бетиндеги басышыбызды камсыз кылат. Биз басканда, таманыбыз жердин бетинин тегиздиги менен тийишкенде тынч абалдагы сүрүлүү күчтөрү пайда болот. Анын бирөө таманыбыздын жерге аракет кылган тангенциалдык күчү, экинчиси жердин таманга аракет кылган тангенциалдык күчү. Эки күч тең модулдары боюнча барабар, багыттары боюнча карама-каршы. Аталган күчтөрдүн экинчиси адамдын жерде басып жүрүшүн камсыз кылат.

Тынч абалдагы сүрүлүү жердеги дөңгөлөктүү унаалардын кыймылдатуучу жана токтотуучу күчтөрү болуп эсептелинет. Бирок тынч абалдагы сүрүлүү күчтөрүнүн терс жактары да бар.

Сыйгаланып сүрүлүү. Дагы эле столдун бетиндеги тактача менен жүргүзүлгөн тажрыйбага кайрылалы.

Качан тышкы күчтүн модулу $F_{т.а.сүр.макс.}$ күчүнө барабар болгондо, тактача столдун бети менен сыйгаланаарын айтканбыз. Бул учурда сүрүлүү күчүнүн аракети улана берет. Ал күч **сыйгаланып сүрүлүү күчү** деп аталат. Бул күчтөр эки нерсенин тийишкен беттерин бойлото эки нерсеге тең Ньютондун үчүнчү законуна ылайык аракет кылышат. Аракет эткен эки нерсенин бирине аракет эткен сыйгаланып сүрүлүү күчү ушул нерсенин башка нерсеге салыштырмалуу ылдамдыгынын багытына карама-каршы багытталган. Сыйгаланып сүрүлүү күчү нерсенин мате-



2.13-сүрөт

риалынан жана анын бетинин абалынан көз каранды. Буга кошумча ал нерселердин салыштырма ылдамдыктарынан дагы көз каранды. Сыйгаланып сүрүлүү күчүнүн ылдамдыктан көз карандылыгынын мүнөзү ар кандай материалдардан жасалган, беттеринин абалдары ар түрдүү нерселер үчүн бирдей эмес, бирок адатта ал 2.13-сүрөтүндөгүдөй түргө ээ. Ылдамдыктын өсүшү менен сыйгаланып сүрүлүү күчү башында азаят, андан соң кайтадан көбөйө баштайт.

2.13-сүрөтү тынч абалдагы сүрүлүү күчүнүн өзгөчөлүгүн да ачык көрсөтөт; тийишкен нерселердин салыштырмалуу тынч абалында ($v = 0$) сүрүлүү күчү нөлдөн $F_{т.а.макс.сүр.}$ чейин каалагандай мааниге ээ.

Сыйгаланып сүрүлүү күчү (тынч абалдагы максималдык сүрүлүү күчү сыяктуу) тийишкен беттерге аракет эткен нормалдык басымдан көз каранды. Турактуу салыштырма ылдамдыкка ээ нерселер үчүн сыйгаланып сүрүлүү күчү нормалдык басым канчалык чоң болсо ошончолук чоң болот:

$$F_{с.сүр} = \mu \cdot N. \quad (2.39)$$

Сыйгаланып сүрүлүү коэффициенти $\mu_{\text{сый}}$ нерсенин материалынан, бетинин абалынан жана кыймылынын салыштырмалуу ылдамдыгынан көз каранды. Биринчи жакындаштырууда $\mu_{\text{сый}}$ тынч абалдагы сүрүлүү коэффициенти μ га барабар деп алсак болот.

Тоголонуп сүрүлүү. Нерсе экинчи нерсенин бети боюнча тоголонгондо, **тоголонуп сүрүлүү күчү** деп аталган, нерсенин тоголонуусуна тоскоол болгон өзгөчө күч пайда болот.

Материалдары бирдей тийишкен нерселер үчүн тоголонуп сүрүлүү күчү сыйгаланып сүрүлүү күчүнөн кичине болоорун тажрыйба көргөзөт. Ошондуктан унаалардын дөңгөлөктөрүнө шариктүү подшипниктерди салышат.

Кулон тажрыйба жүзүндө тоголонуп сүрүлүү күчү тийишкен беттерге аракет эткен нормалдык басымга түз, тоголонгон цилиндрдин (дөңгөлөктүн) радиусуна тескери пропорциялаш болоорун аныктаган

$$F_{\tau} = \mu_{\text{тог}} \frac{N}{R} \quad (2.40)$$

мында $\mu_{\text{тог}}$ – тоголонуп сүрүлүү коэффициенти. Бул аныктама Кулондун закону деп аталат.

Суюк сүрүлүү. Суюк, же илээшкек сүрүлүү күчтөрү нерсе суюктукта же газда кыймылдаганда, нерсенин өлчөмүнөн, формасынан, бетинин абалынан жана суюктуктун касиетинен көз каранды болгон, анын салыштырмалуу кыймылынын ылдамдыгы кандайдыр бир чектен ашпаган учурда пайда болот.

Нерселер суюктукта жана газда кандайдыр бир чектен чон ылдамдык менен кыймылдаганда, нерсенин кыймылына тоскоол кылган күчтөр (каршылык күчтөрү) башка мүнөзгө ээ болушат жана алардын нерсенин кыймылынын ылдамдыгынан, формасынан жана өлчөмүнөн көз карандылыгы башкача болот.

Суюк сүрүлүү күчүнүн нерсенин салыштырмалуу ылдамдыгынан көз карандылыгы сызыктуу закон боюнча болот.

$$F_{\text{с.сүр}} = -k_1 \vartheta, \quad (2.41)$$

мында, k_1 – суюктуктун жана газдын касиетинен, нерсенин өлчөмүнөн, формасынан, бетинин абалынан көз каранды болгон сүрүлүү коэффициенти. Мисалы, k_1 чөйрөнүн илээшкекти-

гинин өсүшү менен чоңоёт. Күчтүн терс мааниге ээ болушу анын салыштырмалуу ылдамдыкка карама каршы багытталгандыгын көргөзөт.

Суюк сүрүлүүнүн өзгөчөлүгү болуп тынч абалдагы сүрүлүү жоктугу эсептелинет. Нерсеге тыштан аракет эткен күч канчалык аз болбосун, ал нерсени кыймылга келтирет. Бул учурдагы нерсенин ылдамдыгы

$$g = \frac{F}{k_1}$$

Чөйрөнүн (суюктук же газ) каршылык күчү нерсенин салыштырмалуу кыймылынын ылдамдыгынан квадраттык закон боюнча көз каранды болот.

$$F_{\text{карш}} = k_2 g^2, \quad (2.42)$$

ал эми өтө чоң салыштырма ылдамдыктарда бул көз карандылык кубдук законго баш ийет. k_2 – коэффициенти суюктуктун (газдын) касиетинен, нерсенин өлчөмүнөн, формасынан, бетинин абалынан көз каранды.

Текшерүү суроолору

1. Кандай сүрүлүүнү кургак, кандайын суюк деп айтабыз?
2. Тынч абалдагы сүрүлүү күчү эмнени билгизет? Тажрыйбада бул күчтү кантип өлчөсө болот? Бул күч кандай маанилерге ээ болушу мүмкүн?
3. Тынч абалдагы сүрүлүү күчүнүн пайда болуусун түшүндүргүлө.
4. Тышкы аракет эткен күчтүн өсүшү менен тынч абалдагы сүрүлүү күчүнүн өсүшүн кантип түшүндүрөбүз?
5. Эмне үчүн тынч абалдагы сүрүлүү күчү тийишүү бетине жаныма боюнча багытталаарын түшүндүргүлө.
6. Тынч абалдагы максималдык сүрүлүү күчү деп эмнени айтабыз? Эмне үчүн бул күчтүн нормалдык басымдын өсүшү менен чоңоёрун түшүндүргүлө.
7. Тынч абалдагы максималдык сүрүлүү күчү баш ийген закондорду айткыла. Кулондун законун жазгыла.

8. Тынч абалдагы сүрүлүү күчүнүн коэффициентин эмнеден көз каранды болот? Бул коэффициент бирден чоң болушу мүмкүнбү?
9. Тынч абалдагы сүрүлүү күчүнүн пайдалуу жана зыяндуу жактарынан мисал келтиргиле.
10. Тоголонуп сүрүлүү деп эмнени айтабыз? Тоголонуп сүрүлүү үчүн Кулондун законун жазгыла. Тоголонуп сүрүлүү коэффициенти эмнеден көз каранды болоорун түшүндүргүлө.
11. Суюк сүрүлүү деп эмнени айтабыз? Суюк сүрүлүүнүн күчү ылдамдыктан кандайча көз каранды болот? Графигин чийгиле.
12. Кандай күчтөр каршылык күчү деп аталат. Алар ылдамдыктан кандай көз карандылыкта болушат?

3-БАП

МАТЕРИАЛДЫК ЧЕКИТТИН ДИНАМИКАСЫ ЖАНА СТАТИКАСЫ

§ 1. Ньютондун экинчи закону жана динамиканын эки маселеси

Динамиканын негизги маселеси болуп берилген күчтөр боюнча материалдык чекиттин изин жана кыймыл законун аныктоо эсептелет. Бул маселе Ньютондун экинчи законунун жардамы менен чечилет. Ошондуктан Ньютондун экинчи законун материалдык чекиттин динамикасынын негизги закону деп аташат. Баштапкы шартты (чекиттин баштапкы абалын, ылдамдыгын) жана аракет эткен күчтөрдүн законун билүү менен, материалдык чекиттин абалын, ылдамдыгын келечектеги убакыттын каалаган моменти үчүн бир мааниде алдын ала айтууга болот.

Ньютондун экинчи закону тескери маселени чечүүгө да өбөлгө түзөт: Белгилүү из жана кыймылдын белгилүү закондору боюнча чекитке кандай күчтөр аракет этип жаткандыгын, алар мейкиндикте жана убакытта кандайча өзгөрөөрүн аныктап алса болот.

1.1. Материалдык чекиттин кыймыл законунан аракет эткен күчтөрдү аныктоо

Чекиттин кыймыл закону табигый, вектордук жана координаттык түрдө берилээри бизге белгилүү. Ошондуктан тескери маселени чечүүнүн ыкмалары да бири-биринен айырмаланышат. Ар бир учур үчүн тескери маселени чыгарууну өз-өзүнчө карайбыз.

Күчтү аныктоочу кыймылды табигый ыкма менен жазуудан баштайбыз.

Ийри жана түз сызыктуу кыймыл. Ийри сызыктуу из боюнча кыймылдаган материалдык чекиттин кыймыл законунан $S = S(t)$ тангенциалдык, нормалдуу жана толук ылдамданууларды таап алышыбыз керек:

$$\vec{a}_\tau = \frac{d^2S}{dt^2} \vec{\tau},$$

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n} = \frac{1}{R} \left(\frac{dS}{dt} \right)^2 \vec{n},$$

$$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n,$$

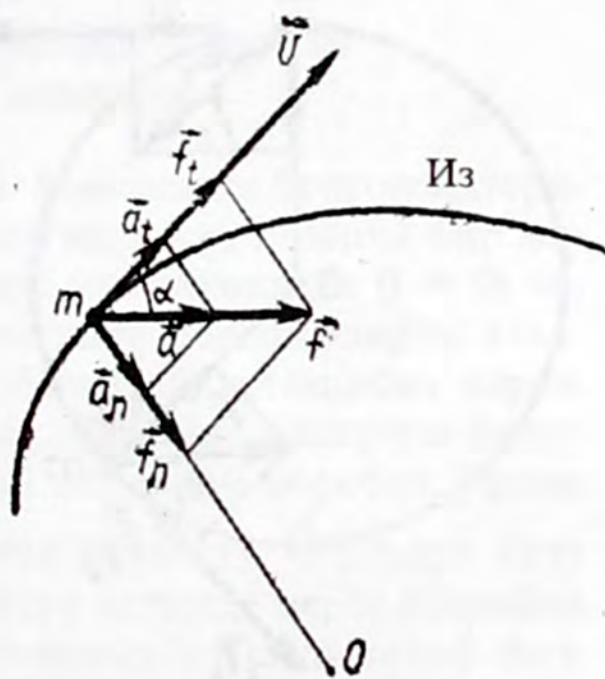
мында $\vec{\tau}$ жана \vec{n} изге жаныма жана нормалдуу (ийриликтиң борборун көздөй) багытталган бирдик векторлор; R – каралган чекиттеги издин ийрилик радиусу (3.1-сүр. кара).

Эгерде кыймылдаган чекиттин массасы m белгилүү болсо, анда Ньютондун экинчи закону боюнча чекитке аракет эткен күчтү табуу анча деле кыйын эмес:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}_\tau + m\vec{a}_n = \vec{F}_\tau + \vec{F}_n,$$

мында \vec{F}_τ жана \vec{F}_n – \vec{F} толук күчүнүн өз ара перпендикулярдуу $\vec{\tau}$ жана \vec{n} багыттарындагы түзүүчүлөрү.

\vec{F}_τ түзүүчүсү ылдамдыкты модулу, ал эми \vec{F}_n аны багыты боюнча өзгөртөт.



3.1-сүрөт

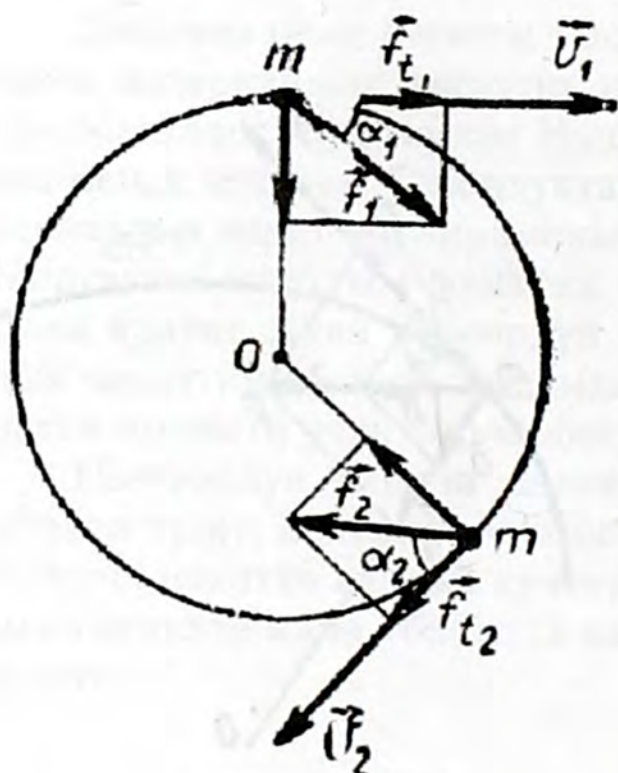
Түз сызыктуу кыймыл кезинде $\vec{F}_n = 0, \vec{F}_\tau = \vec{F} = m \frac{d^2S}{dt^2} \vec{\tau}$.

Эгерде чекит ийри сызыктуу из боюнча,

$S = S_0 + \vartheta_0 t + \frac{a_\tau t^2}{2}$ закону боюнча бир калыпта өзгөрмөлүү кыймылдаса $F_\tau = \text{const}$, ал эми $F_n = \frac{m\vartheta^2}{R}$ өзгөрүп турат, себеби

ϑ жана R издеги чекиттин абалынан көз каранды болушат. \vec{F} векторунун ылдамдыктын вектору менен түзгөн бурчу α дагы өзгөрөт

$$\text{tg}\alpha = \frac{a_n}{a_\tau} = \frac{a_n}{\text{const}}$$



3.2-сүрөт

Чекиттин айлана боюнча кыймылы. Ийри сызыктуу кыймылдын маанилүү жекече учурларынын бири болуп чекиттин айлана боюнча кыймылы эсептелет. Ал жогоруда каралган жалпы учурдан болгону күчтүн нормалдуу түзүүчүсү \vec{F}_n ылдамдыктан гана көз каранды болгондугу менен айырмаланат, себеби $R_{\text{айл}} = \text{const}$. Чекит айлана боюнча кыймылдаганда, күчтүн нормалдуу түзүүчүсү жеке эле ылдамдыкка перпендикуляр болбостон, дайыма мейкиндиктин бир эле чекитине

– айлананын борборуна багытталат. Ошондуктан аны **борборго умтулуучу күч** деп аташып, $F_{б.у}$ аркылуу белгилешет. Бир калыптагы эмес кыймылда ($\vartheta \neq \text{const}$) толук күч $\vec{F} = \vec{F}_{б.у} + \vec{F}_\tau$ ылдамдыктын вектору \vec{v} менен $\alpha \neq 90^\circ$ бурчун түзөт (3.2-сүр.). Жалпылап айтканда бурч турактуу бойдон калбайт.

Эгерде чекиттин айлана боюнча кыймылы бурчтун координаттарынын өзгөрүү закону аркылуу берилсе, күчтүн тангенциалдык жана нормалдуу түзүүчүлөрү төмөнкүчө аныкталат;

$$\vec{F}_\tau = m\vec{a}_\tau = m\varepsilon R\vec{\tau}, \vec{F}_n = m\varepsilon R\vec{n}, \quad (3.1)$$

$$\vec{F}_{б.у.} = m\vec{a}_{б.у.} = m\omega^2 R\vec{n}, F_{б.у.} = m\omega^2 R \quad (3.2)$$

Мында ω жана ε кыймыл законунан аныкталат (1 бапты караңыз).

Борборго умтулуучу күчтү бурчтук координаттар аркылуу жазуудан (3.2) чекиттин айлана боюнча бир калыптагы кыймылында ($\omega = \text{const}$) борборго умтулуучу күчтүн модулу айлананын радиусуна пропорционалдуу экени көрүнүп турат.

1.2. Чекиттин кыймыл законун берилген күчтөр боюнча аныктоо

Баштапкы шарттардын мааниси. Массасы m болгон материалдык чекиттин кыймыл законун белгилүү күч боюнча бир манилүү аныктоо убакыттын баштапкы моментиндеги ($t = 0$) чекиттин ылдамдыгы жана абалы белгилүү болгон шарты аткарылганда гана мүмкүн экендигин белгилей кетишибиз керек. Бул шарт баштапкы шарт деп аталат. Баштапкы шартты билүү керек экендигин төмөндөгү жөнөкөй мисалдан көрөбүз. Эркин нерсеге модулу жана багыты боюнча турактуу \vec{G} оордук күчү аракет этсин дейли. Бул күчтүн аракети астында нерсе кандайча кыймылдаарын карайлы. Эгерде кошумча мүнөздөмөлөр болбосо, нерсе кандай кыймылдаарын анык айтуу мүмкүн эмес. Нерсе тик ылдый же алгач тик өйдө, андан соң ылдый, чоюлган же кысылган парабола, ж.б.у.с. түрдө кыймылдашы мүмкүн. Издин көрүнүшү баштапкы ылдамдык ϑ_0 дан көз каранды болот. Эгер $\vartheta_0 = 0$ болсо, анда кыймыл тик багыт боюнча болот. Эгерде ылдамдык $\vec{\vartheta}$ горизонтко бурч боюнча багытталса, анда кыймыл парабола боюнча болот ж.б.у.с.

Материалдык чекиттин кыймылын вектордук ыкма менен жазуу учурун карайлы. Мында кыймыл вектордук функция

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (3.3)$$

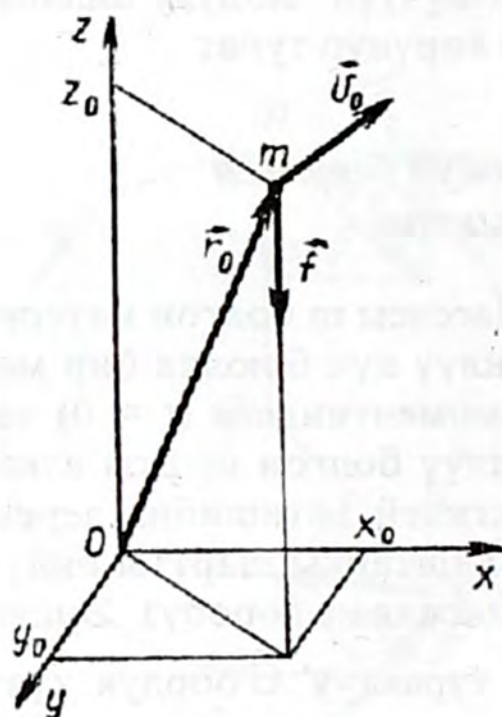
аркылуу берилет.

Чекиттин ылдамдануусу төмөндөгүдөй формула менен аныкталат

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}, \quad (3.4)$$

ал эми чекитке аракет эткен күчтү

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}, \quad (3.5)$$



3.3-сүрөт

формуласы аркылуу аныктайбыз.

Күч t , \vec{r} , $\vec{\vartheta}$ өзгөрмөлүүлөрүнөн функция катарында берилгенде, (3.5) теңдемесин жалпы түрдө интегралдоо – өтө татаал математикалык маселе. Биз нерсеге модулу жана багыты турактуу ($\vec{F} = \text{const}$) күч аракет эткен эң жөнөкөй учурду карайбыз. Координат башталмасы O чекитинде жайланышкан инерциалдуу (тынч абалдагы) эсептөө системасын тандап алабыз (3.3-сүр.).

Декарттык координат системасынын z огун аракет эткен күчкө жарыш багыттайбыз. (3.5) вектордук теңдемесин жана $\vec{r}_0, \vec{\vartheta}_0$ баштапкы векторлорун координат окторуна проекциялап, төмөнкүнү алабыз:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = 0, \quad m \frac{d^2 y}{dt^2} = 0, \quad m \frac{d^2 z}{dt^2} = -F,$$

$$x = x_0, \quad y = y_0, \quad z = z_0,$$

$$\vartheta_x = \vartheta_{x_0}, \quad \vartheta_y = \vartheta_{y_0}, \quad \vartheta_z = \vartheta_{z_0}.$$

Теңдемелер системасынын биринчи теңдемесин интегралдайбыз. Ал үчүн алдын ала аны төмөнкүчө жазып алабыз:

$$m \frac{d\vartheta_x}{dt} = 0$$

муну dt га көбөйтүп, m ге кыскартсак,

$$d\vartheta_x = 0,$$

$$\vartheta_x = C,$$

болот. Демек, ылдамдыктын x огуна болгон проекциясы убакыттын бардык моменттери үчүн ($t = 0$ кошо) турактуу чоңдук болот экен, $C_1 = \vartheta_{ox}$. Ошентип,

$$\vartheta_x = \vartheta_{ox}.$$

Ушуга окшош эле

$$\vartheta_y = \vartheta_{oy}.$$

Теңдемелер системасынын үчүнчү теңдемесин интегралдоо төмөнкүнү берет:

$$\int d\vartheta_z = -\frac{1}{m} \int F dt + C_3,$$

$$\vartheta_z = -\frac{F}{m} t + C_3.$$

Баштапкы шарттан:

$$C_3 = \vartheta_{oz}.$$

Ошентип, октордогу ылдамдыктардын проекциялары үчүн төмөнкүлөргө ээ болобуз:

$$\vartheta_x = \vartheta_{ox},$$

$$\vartheta_y = \vartheta_{oy},$$

$$\vartheta_z = \vartheta_{oz} - \frac{F}{m} t.$$

(3.6)

Эми алынган теңдемелерди, (3.6) ны дагы бир жолу интегралдайбыз. $\vartheta_x = \frac{dx}{dt}$, $\vartheta_y = \frac{dy}{dt}$, $\vartheta_z = \frac{dz}{dt}$ экендигин эске алып, төмөнкүнү алабыз:

$$x = \int \vartheta_{ox} dt + C_4,$$

$$y = \int \vartheta_{oy} dt + C_5,$$

$$z = \int \left(\vartheta_{oz} - \frac{F}{m} t \right) dt + C_6.$$

Мында $\vartheta_{ox}, \vartheta_{oy}, \vartheta_{oz}$ – турактуу чоңдуктар болгондуктан,

аларды интеграл белгисинин тышына чыгарып жиберүүгө болот:

$$x = \vartheta_{ox} t + C_4,$$

$$y = \vartheta_{oy} t + C_5,$$

(3.7)

$$z = \vartheta_{oz} t - \int \frac{F}{m} t dt + C_6 = \vartheta_{oz} t - \frac{Ft^2}{2m} + C_6.$$

Интегралдоонун турактуулары убакыттын баштапкы моментинде $t = 0, x = x_0, y = y_0, z = z_0$ шартынан аныкталат. Баштапкы маанилерди (3.7) коюп, төмөнкүнү алабыз:

$$C_4 = x_0, C_5 = y_0, C_6 = z_0$$

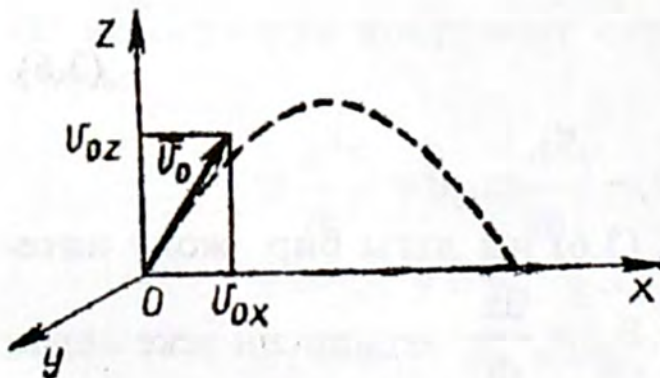
Кыймылдын теңдемесинин координаттык түрдө жазылышынын аяккы түрү төмөнкүчө болот:

$$x = x_0 + \vartheta_{ox} t,$$

$$y = y_0 + \vartheta_{oy} t,$$

(3.8)

$$z = z_0 + \vartheta_{oz} t - \frac{Ft^2}{2m}.$$



3.4-сүрөт

Алынган жыйынтыкты нерсенин Жердин тартылуу талаасында кыймылдаган учуру жөнүндөгү маселени чыгарууга колдонолу.

Нерсе координат башталмасынан горизонтко α бурчу жана xz тегиздигинде жаткан $\vec{\vartheta}_0$ ылдамдыгы ме-

нен ыргытылсын дейли (3.4-сүр.). Бул берилиш боюнча баштапкы шарттар мындайча жазылат:

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0, \quad \vartheta_{0x} = \vartheta_0 \cos \alpha, \quad \vartheta_{0y} = 0, \quad \vartheta_{0z} = \vartheta_0 \sin \alpha.$$

(3.8) теңдемесин колдонуп, кыймылдын теңдемесин алабыз:

$$x = \vartheta_0 t \cdot \cos \alpha,$$

$$y = 0,$$

$$z = \vartheta_0 \cdot t \cdot \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

Мындан убакытты чыгарып салып, издин теңдемесин табабыз:

$$z = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{gt^2}{2\vartheta_0^2 \cos^2 \alpha}.$$

Бул – чокусу жылышкан параболанын теңдемеси. Параболанын түрү кыймылдаган нерсенин массасынан көз каранды болоорун эскерте кетишибиз керек.

1.3. Эркин эмес кыймыл

Биз буга чейин күч аракет эткен нерсе эркин, т.а. анын кыймылы эч нерсе (эч кандай байланыштар) менен чектелген эмес деп эсептеп келдик. Бул учурда кыймылды эсептөө издин түрүн жана кыймылдын законун аныктоого келип такалат. Жалпы учурда бул жетишээрлик татаал маселе.

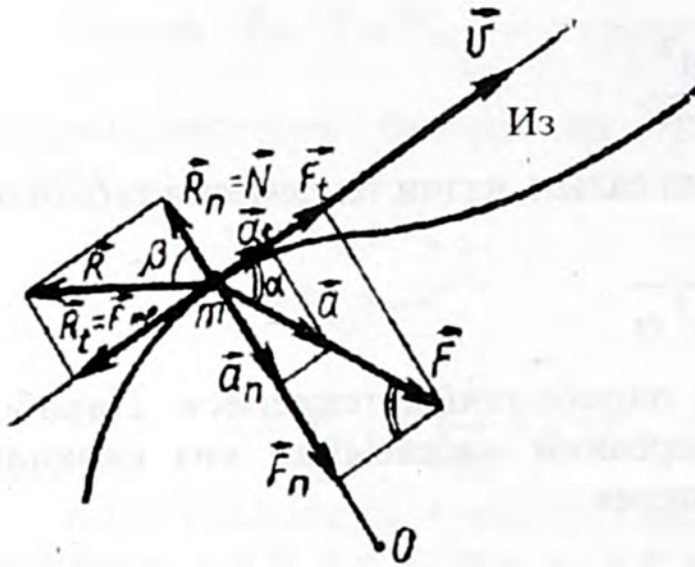
Эркин эмес кыймылда из байланыштар аркылуу берилгендиктен, кээ бир учурларда анын түрү белгилүү болот. Ошондуктан кыймылдын законун гана табуу керек болуп калат. Ошентип, маселе кээ бир татаалдыкка ээ болгону менен, бир топ эле жөнөкөйлөшүп калат.

Бул маселени чыгарууда төмөнкүдөй ыкма колдонулат. Бул учурда нерсе эркин кыймылдайт деп алып, ага аракет эткен күчтөрдүн системасына бардык күчтөрдү: кыймылды пайда кылган активдүү күчтөрдү (\vec{F}); байланыштардын реакциясынын күчтөрү сыяктуу пассивдүү күчтөрдү (\vec{R}) киргизишет. Ошондуктан кыймылдын теңдемеси төмөнкүдөй түргө ээ болот.

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = m \vec{a} = \vec{F} + \vec{R} \quad (3.9)$$

Бул теңдемени чыгарууда убакыттын $t=0$ баштапкы моментинде

$$\vec{r} = \vec{r}_0, \quad \dot{\vec{r}} = \dot{\vec{r}}_0 \quad (3.10)$$



3.5-сүрөт

болгон баштапкы шарт колдонулат.

Байланыш нерсенин тегииздиктеги ийри сызыктуу кыймылын шарттоочу учурду карайлы. Издин ар бир чекитиндеги ийрилик байланыш геометриясынан жакшы белгилүү. Жалпы учурда байланыш реакциясы (\vec{R}) байланышка тик эмес деп эсептейли (б.а. сүрүлүү бар). (3.9) вектордук теңдемесин издин кан-

дайдыр бир каалагандай чекитиндеги жанымага жана нормалга проекциялайбыз (3.5-сүр.):

$$m a_t = F_t - R_t \quad (3.11)$$

$$m a_n = F_n - N \quad (3.12)$$

Учурда баштапкы шарт издеги кандайдыр бир чекитке салыштырмалуу берилет.

$R_t = F_{\text{сүр}}$ түзүүчүсү сүрүлүү күчү болуп эсептелет, ал байланыштын бетинин жана кыймылдаган нерсенин сүрүлүшкөн бетинин абалдарынан көз каранды болот. Дифференциалдык түрдө жазылган (3.11) теңдемесин, ($F_t > F_{\text{сүр}}$)

$$m \frac{d^2 S}{dt^2} = F_t - F_{\text{сүр}} \quad (3.13)$$

биринчи жолу интегралдаганда, белгилүү күчтөр F_t жана $F_{\text{сүр}}$ аркылуу $\vartheta = \vartheta(t)$ ылдамдыгынын өзгөрүү законун, ал эми экин-

чи жолу интегралдаганда, из боюнча кыймылдын законун $S = S(t)$ аныктап алууга болот.

F_t күчү убакыт t дан, координат S тен же ылдамдыктан көз каранды жана да ушул өлчөмөлөрдүн биримдигинен көз каранды болушу мүмкүн.

Сүрүлүү күчү $F_{\text{сүр}}$ кургак сүрүлүү кезинде болжол менен алганда турактуу ($F_{\text{сүр}} = \mu N$), ал эми суюк сүрүлүүдө ал ылдамдыкка жана ылдамдыктын квадратына пропорционалдуу.

Эгерде $F_t = \text{const}$, $F_{\text{сүр}} = \mu N$ болсо, анда (3.13) теңдемеси жетишээрлик түрдө жөнөкөй интегралданат. Биринчи интеграл ылдамдыктын убакыттан болгон көз карандылыгын берет:

$$\vartheta = \frac{1}{m}(F_t - \mu N)t + C_1, \quad C_1 = \vartheta_0.$$

Экинчи интеграл кыймыл законун берет:

$$S = \int [(F_t - \mu N)t + \vartheta_0] dt + C_2 = \frac{F_t - \mu N}{m} \cdot \frac{t^2}{2} + \vartheta_0 t + C_2.$$

(3.13) теңдемеси нормалдуу ылдамданууну күчтүн нормалга болгон проекциясы менен байланыштырат. Нормалдуу ылдам-

данууну $a = \frac{\vartheta^2}{R}$ белгилүү деп эсептесек болот, себеби R байланыштар аркылуу берилет, ал эми ϑ (3.11) нин биринчи теңдемесинен табылат. Демек,

$$\frac{m\vartheta^2}{R} = F \sin \alpha - N \quad (3.14)$$

түрүндө жазууга боло турган (3.12) катышы керек болгондо байланыш реакциясынын күчүнүн нормалдуу түзүүчүсүн аныктоого мүмкүнчүлүк берет.

Эгерде байланыш жылмакай болсо, анда $F_{\text{сүр}} = 0$ жана реакция күчү байланышка нормалдуу болот. Бул учурда $F_t = F \cos \alpha$, $F_n = F \sin \alpha$ жана кыймылдын теңдемелеринин системасы төмөндөгүчө жазылат:

$$m \frac{d^2 S}{dt^2} = F \cos \alpha, \quad (3.15)$$

$$\frac{m\vartheta^2}{R} = F \sin \alpha - N. \quad (3.16)$$

(3.15) теңдемесинен жылмакай байланыш кезинде из боюнча нерсенин кыймылынын закону болгону активдүү күчтөн көз каранды болоору (т.а., күчтүн тангенциалдык түзүүчүсүнөн) көрүнүп турат. (3.16) теңдемесинен байланыш реакциясын аныктоого болот. Адатта, из боюнча кыймылдын теңдемесин (3.13) тү же (3.15) ти интегралдоо бир топ татаал болгондуктан, жалпы физика курсунда реакция күчтөрүн аныктоо үчүн атайын маселелерди чыгарышат. Кай бир учурларда мындай маселелерди чыгаруу из боюнча кыймылдын теңдемесин (3.13) тү алдынала интегралдоону талап кылбайт, анткени керектүү ылдамдык ϑ импульстун же нерсенин кинетикалык энергиясынын өзгөрүүсү жөнүндөгү теоремалардын негизинде кыйыр жол менен аныкталышы мүмкүн. Көпчүлүк учурда ылдамдык ϑ эсептин шартында эле берилет.

Текшерүү суроолору

1. Чекиттин динамикасынын түз жана тескери маселелери кандайча айтылат? Бул учурда Ньютондун экинчи закону кандай ролду ойнойт? Эмне үчүн аны динамиканын негизги закону деп аташат? Кыймылдын теңдемеси деп эмнени айтабыз? Кыймылдын закону деп эмнени айтабыз?
2. Материалдык чекиттин түз сызыктуу кыймылынын закону белгилүү болсо, күчтү аныктоодогу ыкманын ирээтин жазгыла. Ылдамдыктын өзгөрүүсүнүн закону белгилүү болсо, күчтү аныктоого болобу?
3. Материалдык чекиттин ийри сызыктуу из боюнча кыймылынын закону белгилүү болсо, күчтү аныктоонун ирээтин жазгыла. Күчтүн тангенциалдык түзүүчүсү кандай багытталган жана анын ролу кандай? Күчтүн нормалдуу түзүүчүсү кандай багытталган? Ал ылдамдыктын модулун өзгөртө алабы?
4. Чекит айлана боюнча кыймылдаган кезинде, күчтүн нормалдуу түзүүчүсү дайыма айлананын борборун көздөй багытталаарын көргөзгүлө. Эгерде чекит айлана боюнча акы-

- рындатылган (ылдамдатылган) кыймыл менен кыймылдаса, бул түзүүчү модулу боюнча кандай өзгөрөт?
5. Массасы m болгон чекит радиусу R болгон айлана боюнча v ылдамдануусу менен кыймылдаса, ушул чоңдуктар боюнча чекитке аракет эткен толук күчтү табууга болобу?
 6. Чекит айлана боюнча бир калыпта кыймылдаганда, ага дайыма айлананын борборун көздөй багытталган күч аракет этет. Мындай күчтүн бар экендигин ачык көрсөтүүчү тажрыйбаны мисалга келтирип, толугу менен түшүндүргүлө.
 7. Борборго умтулуучу күч болуп гравитациялык аракет этишүүнүн күчү болгон учурга мисал келтиргиле.
 8. Эмне үчүн айлана боюнча кыймылдаган нерсени кармап турган жип, зым оромо чоюлаарын түшүндүргүлө.
 9. Эмне үчүн бурулушта жолдун бир жагын экинчи жагына караганда бийигирээк жасашат? Эмне үчүн бурулуштарда автомобилдин тулкусу деформацияланат (кыйшаят). Жол горизонтко жантык бет боюнча жайланышканда бул “кыйшаюу” азаябы?
 10. Чекиттин кыймылынын закону вектордук жана координаттык ыкма менен берилгенде, ага аракет эткен күчтү эсептөөнүн тартибин көргөзгүлө.
 11. Динамиканын негизги маселесинин маңызы эмнеде? “Баштапкы шарт” деп эмнени айтабыз? Чекит кыймылынын законун аныктоодо алардын ролу кандай? Чекитке бирдей күчтөр аракет эткенде, анын кыймылынын закону жана изинин түрү баштапкы шарттардан көз каранды болоорун түшүндүрүүчү мисалдарды келтиргиле.

§ 2. Жалпы түрдөгү Ньютондун экинчи закону. Импульс. Материалдык чекиттин импульсунун сакталуу закону

2.1. Ньютондун экинчи законунун жалпы түрдө айтылышы. Нерсенин импульсу

Ньютондун экинчи законунун

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

түрүндө жазылышында материалдык чекиттин массасы турактуу деп эсептелинет. Бирок жаратылышта жана техникада кыймылдаган нерсенин массасы өзгөргөн учурлар да кезигет.

Массанын өзгөрүшү нерседен бөлүкчөлөрдүн бөлүнүп чыгышынын, же ага башка бөлүкчөлөрдүн кошулушунун натыйжасында болушу мүмкүн. Мисалы, ракетанын учуусунун алгачкы учурунда андагы күйүүчү заттардын иштетилиши менен анын массасы бир топ эле азаят. Ушул эле себептерден кыймылдаган самолёттун, кеменин, автомобилдин массалары да азайышат. Тескерисинче, кээде нерсе кыймылдаган кезде анын массасы чоңоёт. Мисалы, дөңдөн тоголонуп келе жаткан нерсеге кардын жабышышы нерсенин массасын чоңойтот.

Эгерде кыймылдаган нерсенин массасынын өзгөрүшү анча чоң болбосо, анда аны белгилүү жакындаштыруу менен турактуу деп алсак болот. Анда нерсенин кыймыл закону $\vec{F} = m\vec{a}$ теңдемесинен аныкталат.

Жогоруда (3 бап, §2) Ньютондун экинчи законун нерсенин импульсу аркылуу төмөнкүчө жазып алганбыз:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (3.17)$$

мында нерсенин массасы турактуу деп алынды. Анда нерсенин импульсунун өзгөрүшүн карасак,

$$\Delta\vec{p} = \Delta(m\vec{v}) = m\Delta\vec{v} = m(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{p}_2 - \vec{p}_1. \quad (3.18)$$

Демек, масса турактуу болгондуктан, импульстун маанисинин ар түрдүү, \vec{p}_2 жана \vec{p}_1 болушу ылдамдыктын баштапкы жана акыркы маанилеринин ар кандай мааниге ээ экендиги менен түшүндүрүлөт.

Жалпы учурда импульстун өзгөрүшү жеке эле ылдамдыктын өзгөрүшү менен эмес, массанын өзгөрүшү менен дагы шартталышы мүмкүн:

$$\Delta p = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m_2\vec{v}_2 - m_1\vec{v}_1 \quad (3.19)$$

Ньютондун экинчи законун жалпылоонун маңызы массасы турактуу деп эсептелген (3.17) туюнтмасы өзгөрмөлүү массага ээ нерселер үчүн да орун ала тургандыгын жана бул учурда импульстун өзгөрүшү ылдамдыктын гана өзгөрүшү менен эмес, массанын дагы өзгөрүшү аркылуу шартталгандыгы менен байланышкан.

Ошентип,

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad \text{же} \quad \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \quad (3.20)$$

Ньютондун экинчи законунун жалпы учур үчүн жазылышы болуп эсептелет. Мында масса m сөзсүз эле турактуу болушу керек эмес.

Закондун өзү мындай айтылат: **Нерсенин импульсунан убакыт боюнча алынган биринчи туунду аракет эткен күчкө барабар.**

Ньютондун укмуштуудай көрөгөчтүгү тажрыйбанын натыйжаларын жалпылоонун жана байытуунун негизинде аракет эткен күч нерсеге мүнөздүү, ал “кыймыл саны” деп атаган $m\vec{v}$ чоңдугунун өзгөрүшү аркылуу туюнтула тургандыгын байкагандыгында. (3.20) законунун жалпы учур үчүн туура экендигинин күбөсү болуп, андан келип чыккан бардык натыйжалардын тажрыйбада, турмушта далилдениши эсептелет.

Эгерде нерсенин массасы турактуу болсо, анда Ньютондун экинчи законунун белгилүү жазылышын алабыз.

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (3.21)$$

Эгерде масса турактуу эмес болсо, (3.20) туюнтмасынан:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v} \frac{dm}{dt}$$

мындан $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}$ экендигин эске алсак:

$$m\vec{a} = \vec{F} - \vec{v} \frac{dm}{dt}$$

Бул болсо нерсенин массасынын анын ылдамдануусуна болгон көбөйтүндүсү ($m\vec{a}$) күчкө барабар эмес экендигин жана турактуу масса кезиндегидей күчтүн аракет этүү сызыгы боюнча багытталаарын билгизет.

Ошентип өзгөрмөлүү массага ээ нерсенин кыймылы жөнүндөгү маселе турактуу массага ээ нерсенин кыймылы жөнүндөгү маселеге караганда бир топ эле татаал. Ал маселе кийинчерээк өзүнчө каралат.

2.2. Материалдык чекиттин импульсунун сакталуу закону

Сакталуу законунун жалпы түрү. Ньютондун экинчи законунун жалпы айтылышынан нерсеге күч аракет этпеген (же тең аракет этүүчүсү нөлгө барабар болсо) учур үчүн төмөнкүнү алабыз.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = 0. \quad (3.22)$$

Бирок кандайдыр бир чондуктун өзгөрүшү нөлгө барабар болсо, анда бул чондук турактуу дегенди билгизет

$$\vec{p} = \text{const}.$$

Биз материалдык чекиттин импульсунун сакталуу законун алдык: **Аракет эткен күчтөр жок болсо, материалдык чекиттин импульсу модулу жана багыты боюнча өзгөрүүсүз калат.**

Бул күчтөр жок кезинде массасы турактуу нерселердин ылдамдыгы да турактуу боюнча калат дегенди билгизет.

Ньютондун экинчи законунун координаттык жазылышы. Импульстун координат октору боюнча сакталышы. (3.22) вектордук теңдемесин координат окторуна проекциялап, үч скалярдык теңдемеге ээ болобуз:

$$\frac{d\vec{p}_x}{dt} = F_x, \frac{d\vec{p}_y}{dt} = F_y, \frac{d\vec{p}_z}{dt} = F_z. \quad (3.23)$$

Эгерде аракет эткен күч нөлгө барабар болсо ($F = 0$), анда бул вектордун бардык проекциялары нөлгө барабар болушат ($F_x = F_y = F_z = 0$). Анда (3.23) теңдемелеринен

$$\frac{dp_x}{dt} = 0, \frac{dp_y}{dt} = 0, \frac{dp_z}{dt} = 0,$$

келип чыгат. Муну интегралдасак, $p_x = \text{const}$, $p_y = \text{const}$, $p_z = \text{const}$ болот, б.а., импульстун \vec{p} нын координат октору боюнча түзүүчүлөрү өз маанилерин сактайт.

Кээде күч \vec{F} нөлгө барабар эмес бир түзүүчүгө ээ болушу мүмкүн, мисалы $F = F_x$ (күч x огу боюнча багытталган). Анда (3.23) теңдемеси төмөндөгүдөй түргө ээ болот:

$$\frac{dp_x}{dt} = F_x, \quad \frac{dp_y}{dt} = 0, \quad \frac{dp_z}{dt} = 0.$$

Бул болсо күч кайсыл окту бойлото аракет этсе, ошол октогу импульстун түзүүчүсү өзгөрөөрүн, ал эми күч кайсыл окту бойлото аракет этпесе, бул октогу импульстун түзүүчүлөрү өзгөрүүсүз калаарын көргөзөт.

2.3. Материалдык чекиттин импульсунун өзгөрүшү жөнүндөгү теорема

Ньютондун экинчи законун жалпы түрүнөн

$$d\vec{p} = \vec{F}dt, \quad (3.24)$$

келип чыгат. Күчтүн анын аракет этүү убактысына болгон көбөйтүндүсүн күчтүн импульсу дейбиз. Анын бирдиги катарында **Ньютон-секунда** алынат. Күчтүн импульсунун өлчөмдүүлүгү нерсенин импульсунун өлчөмдүүлүгү менен дал келет. СИ системасында күчтүн импульсунун бирдиги катарында 1 с ичинде 1 Н турактуу күчүнүн аракетинин натыйжасында пайда болгон импульс алынат.

\vec{F} күчү x огу боюнча багытталсын дейли. Анда импульстун p_y, p_z түзүүчүлөрү турактуу болушат, $p_x = p$ түзүүчүсү

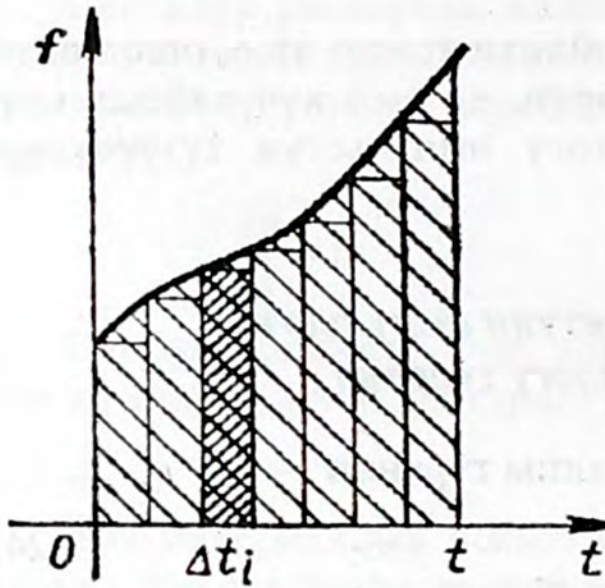
$$dp = Fdt, \quad (3.25)$$

законуна ылайык өзгөрөт. $p_y = p_z = 0$ (материалдык чекит x огу боюнча кыймылдап бара жатат) болсо, (3.25) туюнтмасы dt убактысындагы толук импульстун өзгөрүшүн аныктайт. Чекиттин түз сызыктуу кыймылынын импульсунун убакыттын баштапкы моментинен t моментине чейинки чектелүү аралыгындагы өзгөрүшүн аныктайбыз. Ал үчүн убакыттын бул аралыгын ичинде F_i күчүн турактуу деп эсептегендей Δt_i кичине убакыт интервалдарына бөлүп жиберип, импульстун өзгөрүшүн ар бир интервалда табабыз:

$$\Delta p_i = F_i \Delta t_i.$$

Импульстун бардык өзгөрүүлөрүн кошуп, бүткүл убакыт ичиндеги импульстун өзгөрүүсүн табабыз:

$$p_2 - p_1 \approx \sum F_i \Delta t_i .$$



3.6-сүрөт

Бул барабардык $\Delta t_i \rightarrow 0$ чегинде так мааниге ээ болот. Эгерде $F = F(t)$ убакыт t дан көз каранды, белгилүү функция болсо, бул функциянын графиктинде $F_i \Delta t_i$ көбөйтүндүсү кичинекей тик бурчтуктун аянты түрүндө көргөзүлөт (3.6-сүр.). Ошол эле графикте $\sum F_i \Delta t_i$ суммасы тепкичтүү фигуранын аянты катарында көргөзүлгөн. Элементтердин саны Δt_i чексизге умтулган кезде, бул сумма аныкталган интегралга өтөт:

$$\sum_i F_i \cdot \Delta t_i \rightarrow \int_0^t F dt .$$

Бул интеграл 3.6-сүрөтүндө жогору жагынан $F=F(t)$ сызыгы менен чектелген фигуранын аянты түрүндө көргөзүлөт.

Ошентип нерсенин импульсунун өзгөрүүсүнүн так мааниси

$$p_2 - p_1 = \int_0^t F dt \quad (3.26)$$

формуласы менен аныкталат же массасы турактуу десек,

$$m\vartheta_2 - m\vartheta_1 = \int_0^t F dt$$

болот. Күчтүн багыты турактуу болбогон жалпы учурда импульстун өзгөрүшү

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \int_0^t \vec{F} dt \quad (3.27)$$

вектордук барабардыгы аркылуу туюнтулат. (3.26) жана (3.27) катнаштары нерсенин импульсунун өзгөрүшү жөнүндөгү теоре-

манын математикалык жазылышы болуп эсептелет. Бул теорема нерсенин импульсунун убакыттын чектелүү аралыгындагы өзгөрүшү ошол эле убакыт аралыгындагы күчтүн суммарлык импульсуна барабар дейт. (3.26) катышы күчтүн өзгөрүшүнүн закону $F = F(t)$ берилсе, убакыттын ар бир чектелүү аралыгында импульстун өзгөрүшүн эсептөөгө мүмкүн экендигин көргөзөт. Эгерде күч турактуу болсо, анда

$$p_2 - p_1 = Ft,$$

б.а., нерсенин импульсунун өзгөрүшү турактуу күчтүн t убакыт ичиндеги импульсуна барабар.

Импульстун өзгөрүшү жөнүндөгү теорема динамиканын тескери маселесин чыгарууда көп колдонулат: убакыттын чектүү аралыгында нерсенин импульсунун өзгөрүшү боюнча ушул убакыт аралыгындагы орточо күчтү F_{op} ну табууга болот. Өзгөрүү закону белгисиз учурда күчтү аныктоодо бул өтө чоң мааниге ээ.

Математикадагы интегралдын астындагы функциянын орточо мааниси жөнүндөгү теоремага ылайык

$$\int_0^t F dt = F_{op} \int_0^t dt = F_{op} t.$$

(3.26) формуласын эске алып жана колдонуп,

$$F_{op} = \frac{p_2 - p_1}{t} \quad (3.28)$$

боло тургандыгын табабыз.

Мисал келтирели. Адам муздун үстү менен басканда кадамын кичирейтип, бутун тез-тез шилтээри баарыбызга маалым. Муздун үстү менен басып бара жаткан адамдын таманы муз менен узактыгы кадамдын тездигинен көз каранды болгон кандайдыр бир Δt убакыт ичинде тийишет. Бул убакыт ичинде музга $P \cdot \Delta t$ га барабар күчтүн импульсу (P -адамдын салмагы) аракет этет. Ошондуктан күчтүн импульсу да анча чоң эмес болот. Адамдын салмагы чоң болгону менен, Δt убактысы кичине. Ал таман алдындагы муздун импульсунун анча чоң эмес өзгөрүүсүн пайда кылат.

$$P \cdot \Delta t = m\vartheta_2 - m\vartheta_1 = m\vartheta_2.$$

Муздун которулуу ылдамдыгы ϑ_2 анча чоң эмес болот, ошондуктан Δt тийишүү убагында тамандын алдындагы муздун бети кичине эле ийилгендиктен, муз жарылбайт, бул учурда пайда болгон серпилүү күчтөрү муздун ылдый түшүп кетишине жол беришпейт.

Таман алдындагы муздун анча чоң эмес которулушун көңүлгө албай, муздун серпилгичтик күчтөрү таманга чоңдугу боюнча барабар, багыты боюнча карама-каршы Δp импульсун берет деп айтсак болот. Таманга аракет эткен муздун орточо реакция күчү төмөндөгүгө барабар:

$$F_{\text{ор}} = \frac{\Delta p}{\Delta t}.$$

Бир кадам убактысы τ ичиндеги муздун орточо реакция күчү (тамандын музга удаалаш тийишүүсүнүн ортосундагы убакыт ичиндеги) өтө эле кичине мааниге ээ, себеби $\tau > \Delta t$:

$$F_{\text{ор}} = \frac{\Delta p}{\tau}.$$

Эгерде кадамды тез-тез шилтесек (τ кичине), $F'_{\text{ор}} = P$ барабардыгына жетишсек болот. Анда муздун орточо реакция күчү адамга аракет эткен оордук күчүн теңдейт. Негизинде өтө тез кадам шилтеп суунун үстү менен деле басса болот. Бирок бул учурда кадам шилтөөнүн керектүү тездигине жетүү мүмкүн болбогондуктан, адам суунун үстү менен баса албайт.

Текшерүү суроолору

1. Ньютондун экинчи законун жалпы түрдө айткыла. Бул айтылыштын $\vec{F} = m\vec{a}$ айтылышынан айырмасы эмнеде?
2. Кыймылдаган нерсенин массасынын өзгөргөндүгү жөнүндө мисалдарды келтиргиле.
3. Нерсенин импульсу деп эмнени айтабыз? Нерсенин импульсу кандай бирдиктер менен өлчөнөт?
4. Күчтүн импульсу деп эмнени айтабыз? Убакыттын чектелүү аралыгында күчтүн импульсу күч убакыт боюнча өзгөргөндө жана өзгөрбөгөндө кантип эсептелинет?

5. Материалдык чекиттин импульсунун сакталуу законун айткыла.
6. Импульстун сакталуу законун анын түзүүчүлөрү үчүн айткыла. Импульс өзгөрүп, анын өз ара перпендикулярдуу багыттардагы түзүүчүлөрү өзгөрбөшү мүмкүнбү? Бул учурда күч кандай аракет этет?
7. Убакыттын чектүү аралыгында нерсенин импульсунун өзгөрүшү жөнүндөгү теореманы ушул убакыт аралыгындагы күчтүн орточо маанисин эсептөөгө кантип колдонобуз?
8. Эмне үчүн массасы чоң нерсе мезгилдүү өзгөрүп туруучу күчтүн орточо маанисине гана, ал эми массасы кичине нерсе күчтүн өзгөрүүсүнүн бардык өзгөчөлүктөрүнө реакция кылат?

4-БАП

САКТАЛУУ ЗАКОНДОРУ

Изилдөө үчүн бөлүп алынган нерселердин жыйындысы механикалык система деп аталат. Системанын курамындагы нерселер өз ара жана системага кирбеген башка нерселер менен да аракет этиши мүмкүн. Ушуга жараша системанын нерселерине аракет эткен күчтөр ички жана тышкы болуп бөлүнүшөт. Ички күчтөр деп системанын нерселеринин өз ара аракет этишкен күчтөрү айтылат, ал эми тышкы күчтөргө системага кирбеген нерселердин аракетин мүнөздөөчү күчтөр кирет. Тышкы күчтөр аракет этпеген система туюк система деп аталат.

Туюк система үчүн физикалык үч чоңдук: энергия, импульс жана импульстун моменти турактуу болушат (сакталышат). Ушуга байланыштуу механикада үч сакталуу закону: энергиянын, импульстун, импульстун моментинин сакталуу закондору орун алат. Бул закондор убакыттын жана мейкиндиктин касиеттери менен тыгыз байланышып, жаратылыштын фундаменталдык закондору болуп эсептелет.

Механикада каралган энергиянын, импульстун жана импульстун моментинин сакталуу закондору так закондордон болуп, жалпы мүнөзгө ээ, алар механикадагы кубулуштарга гана колдонулбастан, жаратылыштын бардык кубулуштарына колдонулат.

Сакталуу закондору аракет эткен күчтөрдүн табиятынан жана мүнөзүнөн көз каранды болбойт. Ошондуктан алардын жардамы менен аракет эткен күчтөр белгисиз болгон кездеги механикалык системанын абалы жөнүндөгү бир катар маанилүү жыйынтыктарды чыгарсак болот.

§ 1. Импульстун сакталуу закону

N бөлүкчөдөн (материалдык чекиттерден) турган системаны карайлы. k бөлүкчөнүн i бөлүкчөгө аракет эткен күчүн \vec{F}_i деп белгилейбиз (биринчи индекс күч аракет эткен бөлүкчөнү, экинчи индекс аракет этүүчү күчтү пайда кылган бөлүкчөнү көргөзөт). \vec{F}_{ik} аркылуу i бөлүкчөгө аракет эткен тышкы күчтөрдүн жыйынтык күчүн белгилеп, бардык N бөлүкчө үчүн кыймылдын теңдемесин жазабыз.

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \dots + \vec{F}_{1k} + \vec{F}_{1N} + \vec{F}_1,$$

$$\frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{23} + \dots + \vec{F}_{2k} + \dots + \vec{F}_{2N} + \vec{F}_2,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \dots + \vec{F}_{ik} + \dots + \vec{F}_{iN} + \vec{F}_i (k \neq i),$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\frac{d\vec{p}_N}{dt} = \vec{F}_{N1} + \vec{F}_{N2} + \dots + \vec{F}_{Nk} + \dots + \vec{F}_{N,N-1} + \vec{F}_N (k \neq N),$$

p_i – бөлүкчөнүн импульсу, $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_i, \dots, \vec{F}_N$ – тышкы күчтөр.

Бул теңдемелердин бардыгын кошобуз. Анын сол жагынан суммалык импульстан убакыт боюнча алынган биринчи туунду келип чыгат:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i.$$

Оң жагында болсо тышкы күчтөрдүн суммасы $\sum \vec{F}_i$ нөлгө барабар болбойт. Чындыгында эле ички күчтөрдү

$$(\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21}) + (\vec{F}_{13} + \vec{F}_{31}) + \dots + (\vec{F}_{ik} + \vec{F}_{ki}) + \dots + (\vec{F}_{N-1,N} + \vec{F}_{N,N-1})$$

түрүндө көргөзсөк болот. Ньютондун үчүнчү законуна ылайык ар бир кашаа нөлгө барабар. Демек, **системанын нерселерине аракет эткен ички күчтөрдүн суммасы дайыма нөлгө барабар:**

$$\sum_{i,k=1}^N \bar{F}_{i,k} = 0. \quad (4.1)$$

($i \neq k$)

муну эске алуу менен, төмөнкүгө ээ болобуз:

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \sum_{i=1}^N \bar{F}_i. \quad (4.2)$$

Демек, системанын суммалык импульсунан убакыт боюнча алынган биринчи туунду системанын нерселерине аракет эткен тышкы күчтөрдүн суммасына барабар экен.

Эгерде система туюк болсо, тышкы күчтөр жок, Ошондуктан (4.2) барабардыгынын оң жагы нөлгө барабар. Тиешелүү

түрдө $\frac{d\bar{p}}{dt} = 0$, демек, $\bar{p} = \text{const}$.

Ошентип биз материалдык чекиттердин туюк системасынын суммардык импульсу турактуу бойдон калат деген жыйынтыка келдик. Бул импульстун сакталуу законунун негизин түзөт.

Импульстун сакталуу законунун негизинде мейкиндиктин бир тектүүлүгү, б.а., мейкиндиктин касиеттеринин бардык чекиттердеги бирдейлиги жатат. Бөлүкчөлөрдүн өз ара жайланыштарын жана ылдамдыктарын өзгөртпөстөн, туюк механикалык системаны бир орундан экинчи орунга жарыш которуштуруу системасынын механикалык касиеттерин өзгөртпөйт. Жаңы орундагы системанын абалы мурунку жерде кандай болсо, так ошондой болот.

(4.2) ге ылайык бардык тышкы күчтөрдүн суммасы нөлгө барабар болсо, туюк эмес система үчүн деле импульс турактуу бойдон калат.

(4.2) тендемесиндеги бардык векторлорду кандайдыр бир x багытка проекциялап, төмөндөгүнү алабыз:

$$\frac{dp_x}{dt} = \sum_{i=1}^N F_{xi}, \quad (4.3)$$

$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{dp_x}{dt} \vec{i} + \frac{dp_y}{dt} \vec{j} + \frac{dp_z}{dt} \vec{k}$, мындан $\frac{d\vec{p}}{dt}$ векторунун x огуна болгон проекциясы $\frac{dp_x}{dt}$ болоору көрүнүп турат. (4.3)кө ылайык

суммардык импульстун кандайдыр бир багыттагы проекциясы сакталышы үчүн, тышкы күчтөрдүн суммасынын ушул багыттагы проекцияларынын нөлгө барабар болушу жетиштүү болот. Бул сумманын өзү нөлгө барабар болбошу да мүмкүн.

Абалы,

$$\vec{r}_c = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_N \vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i \quad (4.4)$$

радиусу менен аныкталган С чекити материалдык чекиттердин массаларынын борбору деп аталат. Мында m_i – i бөлүкчөнүн массасы, \vec{r}_i – бул бөлүкчөнүн абалын жазуучу радиус-вектор, m – системанын суммардык массасы. Оордук күчүнүн бир тектүү талаасында массалардын борбору системанын оордук борбору менен дал келээрин белгилей кетебиз.

\vec{r}_c ти координат окторуна проекциялап, массалардын борборунун декарттык координаттарын алабыз:

$$x_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i x_i, \quad y_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i y_i, \quad z_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i z_i. \quad (4.5)$$

\vec{r}_c ти убакыт боюнча дифференциалдап, массалардын борборунун ылдамдыгын табабыз:

$$\vec{\vartheta}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N m_i \vec{\vartheta}_i = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \frac{\vec{p}}{m}. \quad (4.6)$$

мында $\vec{\vartheta}_i$ – i бөлүкчөнүн ылдамдыгы, \vec{p}_i – импульсу, \vec{p} – системанын импульсу.

(4.6) га ылайык системанын суммардык импульсун системанын массасы менен массалардын борборунун ылдамдыгынын көбөйтүндүсү катарында алсак болот:

$$\vec{p} = m\vec{\vartheta}_c. \quad (4.7)$$

Бул туюнтманы (4.2) формуласына коюп, массалардын борборунун кыймылынын теңдемесин алабыз.

$$\frac{d(m\vec{\vartheta}_c)}{dt} = m\vec{a}_c = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i. \quad (4.8)$$

мында \vec{a}_c – массалардын борборунун ылдамдануусу. Ошентип, массалардын борбору системанын нерселерине тыштан аракет эткен бардык тышкы күчтөрдүн жыйынтыктоочу күчү аракет эткен массасы системанын массасына барабар материалдык чекит кыймылдаган сыяктуу кыймылдайт. Туюк система үчүн $\vec{a} = 0$. Бул болсо туюк системанын массаларынын борбору түз сызыктуу бир калыпта кыймылдайт же тынч абалда болот дегенди билгизет.

Массалардын борбору кандайдыр бир эсептөө системасына салыштырмалуу тынч абалда болсо, анда бул эсептөө системасы **массалардын борборунун системасы** (кыскача ц система) деп аталат. Бул система инерциалдуу болот. Өлчөөчү куралдар менен байланышкан эсептөө системасы **лабораториялык система** (кыскача л система) деп аталат.

Текшерүү суроолору

1. Реалдуу объектилерди материалдык чекиттердин системасы катарында кароонун мисалдарынан келтиргиле, чекиттердин ортосундагы аракет эткен күчтөрдүн жаратылышын ачып көргөзгүлө. Чекиттери өз ара аракет этишпеген система болушу мүмкүнбү?
2. Материалдык чекиттердин системасынын импульсу деп эмнени айтабыз? Системанын импульсун системага кирген бардык материалдык чекиттердин импульстарынын суммасы катарында кароодо кандай шарттарды колдонобуз?
3. Система 20 чекиттен турсун дейли. Ар бир чекитке канча ички күч аракет этет? Система N чекиттен турса, i чи чекитке аракет эткен күчтөрдүн суммасын жалпы түрдө жазгыла.

4. Ньютондун 3-законуна таянып, туюк системада ички күчтөрдүн суммасы нөлгө барабар экендигин көрсөткүлө.
5. Материалдык чекиттердин системасынын импульстарынын сакталуу законун айткыла. Кандай ой жүгүртүүнүн негизинде бул законго келээринерди түшүндүргүлө. Системанын толук импульсу $\sum \vec{p}_i$ эмнеден көз каранды? Системанын толук импульсу нөлгө барабар болушу үчүн координат башталмасын кандайча тандап алыш керек?. Системанын импульсунун сакталуу закону байкалган учурлардан мисал келтиргиле. Туюк эмес система үчүн кээ бир багыттарга карата импульс турактуу бойдон калаарын көрсөткүлө. Бул кайсы багыттар?
6. Импульстун сакталуу закону Ньютондун 3-законунун натыйжасы экендигин көргөзгүлө.
7. Системанын массаларынын борбору деп эмнени айтабыз? Массалардын борборун ага салыштырмалуу системанын импульсу нөлгө барабар мейкиндиктик чекит катарында аныктоого болобу?.
8. Системанын импульсунун сакталуу законун массалардын борборунун кыймылынын ылдамдыгы аркылуу айткыла.
9. Материалдык чекиттердин системасы үчүн Ньютондун экинчи законун айткыла, аны формула түрүндө жазгыла.
10. Системанын импульсунун өзгөрүшүнө жалгыз эле тышкы күчтөр себепкер экендигин түшүндүргүлө. Массалардын борборунун кыймылына системада ички күчтөрдүн жоктугу таасир этеби? Импульстун сакталуу законун үч скалярдык теңдеме катарында жазып, андан чыккан натыйжаны түшүндүргүлө.
11. Системанын массаларынын борбору эч бир материалдык чекит жок жерде болуп калышы мүмкүнбү? Системага аракет эткен тышкы күчтөрдүн суммасын тең аракет этүүчү деп айтсак болобу?

§ 2. Өзгөрмөлүү массадагы чекиттин кыймылы. Реактивдик кыймыл

2.1. Реактивдик кыймылдын принциби

Реактивдик кыймыл деп нерседен анын массасынын бөлүгү бөлүнгөндө пайда болгон кыймылды айтабыз.

Мисал катарында толкуну жок көлдүн үстүндө толтура таш салынган кайыктын ичиндебиз дейли. Ташты алып артка ыргытсак, кайык кандайдыр бир ылдамдык менен алдыга жылат. Кайыктын кыймылын системанын импульсунун горизонталдык түзүүчүсүнүн сакталуу законунун байкалышынын бир учуру катарында карасак болот. Системанын бир бөлүгү (таш) ички күчтөрдүн аракетин астында бир жакка багытталган кандайдыр бир импульска, экинчи бөлүгү (кайык) карама-каршы жакка багытталган так эле ушундай импульска ээ болушту.

Бизди кайыктын эле кыймылы кызыктырат. Каралган учурда кайыкты (ыргытылган таш тарабынан таштын реакциясына барабар) тышкы күч аракет эткен туюк эмес система катарында кароо ыңгайлуу болот (ташты ыргытып жатканда адамдын колу ташка аракет этсе, таш Ньютондун үчүнчү законуна ылайык модулу боюнча барабар, багыты боюнча карама-каршы күч менен адамдын колуна аракет этет). Ыргытылган таштын реакция күчү жалпы учурда ыргытылган нерсе, же бөлүкчө үчүн **реактивдик күч** деп аталат.

Ошентип, ташты ыргытканда пайда болгон кайыктын кыймылын реактивдик күчтүн аракетинин натыйжасы катарында түшүндүрдүк. Бир эле ташты ыргытканда реактивдүү күч кыска убакытта аракет этет. Эгерде ташты биринин артынан бирин тез-тез ыргытсак, кайыкка убакыт боюнча үзгүлтүктүү реактивдүү күч аракет этет. Бул учурда орточо реактивдик күч жөнүндө айтуу ылайык. Ташты ыргытуунун натыйжасында кайыктын массасы азаят. Ташты канчалык тез ыргытсак, орточо реактивдик күч ошончолук чоң болот, бирок кайыктын массасы да тезирээк азаят. Ошентип реактивдик күч кайыктын массасынын азайышынын ылдамдыгынан көз каранды болот экен.

Реактивдик күч ыргытылган таштын салыштырма ылдамдыгынан дагы көз каранды болоору ачык көрүнүп турат. Эгерде

ыргытылган таштын ылдамдыгы нөлгө баабар болсо, (ташты жөн эле таштап койсок) анда кайыкка эч кандай реактивдик күч аракет этпейт. Жогоруда каралган мисалда реактивдик күч мезгил-мезгили менен аракет этип жатты. Эгерде нерсе бөлүнүп-бөлүнүп ыргытылбастан, системалардан үзгүлтүксүз түрдө бөлүнсө, реактивдик күч турактуу мааниге ээ болот. Мындай учур ракеталарда атайын күйүүчү зат күйгөндө пайда болгон газдын бөлүнүп чыгышында байкалат.

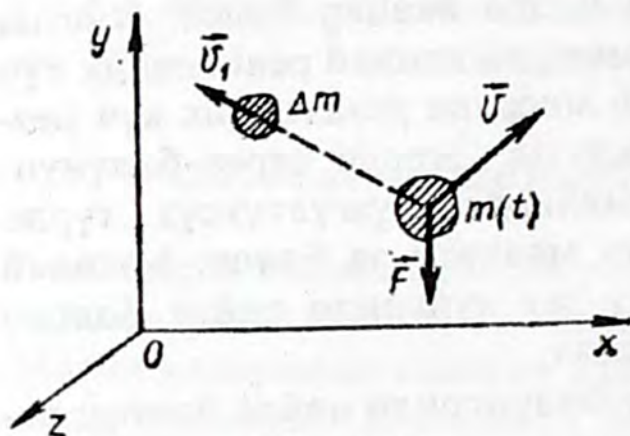
Биз нерседен анын бир бөлүгү бөлүнгөндө пайда болгон реактивдик күчтү карадык. Реактивдик күч нерсеге кыймылдаган бөлүкчөлөр, нерселер кошулганда да пайда болушу мүмкүн. Эгерде ошол эле тынч турган кайыкка жээктен таш ыргытсак, ал ыргытылган таштын багыты боюнча кыймылдайт. Ташты биринин артынан бирин ыргытып, таштын кыймылынын багыты менен дал келген убакыт боюнча мезгил-мезгили менен кайыкка аракет эткен реактивдик күчтү пайда кылабыз. Реактивдик күчтүн бул түрү деле нерсенин массасынын өзгөрүшүнүн ылдамдыгынан жана кошулган бөлүкчөлөрдүн, нерселердин салыштырма кыймылынын ылдамдыгынан көз каранды экени ачык.

Реактивдик кыймылдын динамикасынын негизги өзгөчөлүгүн белгилей кетүүбүз керек: реактивдик күч массасы турактуу өзгөргөн нерселерге аракет этет.

Мындай нерселердин кыймылдарын механиканын атайын бөлүгү – өзгөрмөлүү массадагы чекиттин динамикасы – изилдейт.

2.2. Реактивдик күчтүн формуласын чыгаруу. Өзгөрмөлүү массадагы чекиттин кыймыл теңдемеси

К инерциалдык эсептөө системасында (4.1–сүр.) убакыттын t моментинде $m(t)$ массасына, \vec{v} ылдамдыгына, \vec{p}_i импульсуна ээ нерсе кыймылдап бара жатсын дейли. t убактысынан $t+\Delta t$ убактысына чейин бул нерседен (негизги нерсе деп коелу) массасы m' болгон бөлүкчө \vec{v}_1 ылдамдыгы менен бөлүнсүн. Бөлүнгөн бөлүкчөнүн массасын негизги нерсенин акыркы жана баштапкы массаларынын айырмасы түрүндө берсек болот $m(t+\Delta t) - m(t) =$



4.1-сүрөт

Δm . Негизги нерсенин массасы азайгандыктан массалардын айырмасы Δm терс, ал эми m' оң мааниге ээ болгондуктан, $m' = -\Delta m$. Натыйжада негизги нерсенин массасы $m - m'$ же $m + \Delta m$, ылдамдыгы $\bar{v}_2 = \bar{v} + \Delta \bar{v}$ болуп калат.

Негизги нерседен жана бөлүнгөн бөлүкчөдөн турган системаны туюк эмес дейли,

ага \bar{F} тышкы күчтөрү (мисалы оордук күчү) аракет этсин. Чекиттердин системасы үчүн жалпыланган Ньютондун экинчи законуна ылайык Δt убакыт аралыгындагы системанын импульсунун өзгөрүшү ушул эле убакыт ичиндеги тышкы күчтүн импульсунун өзгөрүшүнө барабар.

$$\bar{p}_2 - \bar{p}_1 = \bar{F} \Delta t. \quad (4.9)$$

Системанын бөлүкчө бөлүнгөнгө чейинки жана бөлүнгөндөн кийинки импульстары тиешелүү түрдө төмөнкүгө барабар:

$$\bar{p}_1 = m \bar{v},$$

$$\bar{p}_2 = (m - m') (\bar{v} + \Delta \bar{v}) + m' \bar{v}_1 = (m + \Delta m) (\bar{v} + \Delta \bar{v}) - \Delta m \bar{v}_1. \quad (4.10)$$

(4.9) катнашы мындайча жазылат:

$$m \Delta \bar{v} + (\bar{v} - \bar{v}_1) \cdot \Delta m - \Delta m \cdot \Delta \bar{v} = \bar{F} \cdot \Delta t. \quad (4.11)$$

Δm массасын өтө кичине деп эсептеп (анда $|\Delta \bar{v}|$ да өтө эле кичине болот), (4.11) теңдемесиндеги $\Delta m \Delta \bar{v}$ мүчөсүн экинчи тартиптеги кичине чоңдук катары эске албай койсок болот. Натыйжада

$$m \Delta \bar{v} + (\bar{v} - \bar{v}_1) \cdot \Delta m = \bar{F} \cdot \Delta t.$$

болот. Бул барабардыктын бардык мүчөлөрүн Δt га бөлүп, андан соң $\Delta t \rightarrow 0$ кезиндеги чектикке өтөбүз (мында, негизги нерсе-

нин массасы үзгүлтүксүз өзгөрүлөт деп эсептелинет). Экинчи кошулуучуну барабардыктын оң жагына өткөрсөк,

$$m \frac{d\bar{\mathfrak{G}}}{dt} = (\bar{\mathfrak{G}}_1 - \bar{\mathfrak{G}}) \frac{dm}{dt} + \bar{F}, \quad (4.12)$$

мында m – негизги нерсенин массасынын заматтагы мааниси. (4.12) теңдемесинин оң жагы тышкы күч \bar{F} менен негизги нерседен массалардын тынымсыз бөлүнүшүнүн натыйжасында пайда болгон күчтүн суммасын берет. Бул экинчи күч – реактивдик күч. Ылдамдыктардын айырмасы $\bar{\mathfrak{G}}_1 - \bar{\mathfrak{G}} = \bar{\mathfrak{G}}$ бөлүнгөн бөлүкчөлөрдүн негизги нерсеге салыштырмалуу ылдамдыгын берет (салыштырмалуу ылдамдык). Ошентип, реактивдик күч үчүн формула

$$\bar{\Phi} = \bar{\mathfrak{G}} \frac{dm}{dt} \quad (4.13)$$

түрүнө ээ болот. Алынган формула бөлүкчө бөлүнгөн, кошулган учурлар үчүн тең орун алат.

Бөлүкчөлөр бөлүнгөндө пайда болгон реактивдик күч бөлүнгөн бөлүкчөлөрдүн салыштырма ылдамдыгы $\bar{\mathfrak{G}}$ га карама-каршы багытталган (себеби $\frac{dm}{dt} < 0$). Бөлүкчөлөр кошулганда, тескерисинче, реактивдик күчтүн багыты $\bar{\mathfrak{G}}$ нын багыты менен дал келет $\left(\frac{dm}{dt} > 0 \right)$.

Эгерде негизги нерседен секунда сайын, салыштырма ылдамдыгы $\bar{\mathfrak{G}}_1$ болгон $\frac{dm_1}{dt}$ массасы бөлүнсө жана салыштырма ылдамдыгы $\bar{\mathfrak{G}}_2$ болгон $\frac{dm_2}{dt}$ массасы кошулса, негизги нерсеге аракет эткен реактивдик күч

$$\bar{\Phi} = \bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 = \bar{\mathfrak{G}}_1 \frac{dm_1}{dt} + \bar{\mathfrak{G}}_2 \frac{dm_2}{dt}, \quad (4.14)$$

түрүндө аныкталат.

Кошулган масса бөлүнгөн массага барабар болгон

$$\left| \frac{dm_1}{dt} \right| = \frac{dm_2}{dt} = \mu_0 \text{ жекече учурду карасак,}$$

$$\vec{\Phi} = (\vec{\mathcal{G}}_2 - \vec{\mathcal{G}}_1) \mu_0. \quad (4.15)$$

Бул учурда реактивдик күч кошулган жана бөлүнгөн бөлүкчөлөрдүн салыштырма ылдамдыктарынын айырмасы жана массанын секунддук сарпталышы μ_0 аркылуу аныкталат. Мында негизги нерсенин массасы өзгөрүүсүз калаарын белгилей кетүү керек. Бул нерсенин массасы өзгөрбөгөндө реактивдик күчтүн кантип пайда болоорун көрсөткөн мисал болуп эсептелет. Мындай учур бөлүкчөлөр бир эле маалда бөлүнгөндө жана

кошулганда гана байкалат. Эгерде $\vec{\mathcal{G}}_2 = \vec{\mathcal{G}}_1$ болсо, (4.15) тен реактивдүү күчтүн нөлгө барабарлыгы келип чыгат.

(4.12) катнашына кайрылалы. Бул катнаш өзгөрмөлүү массадагы чекиттин кыймылынын теңдемеси деп аталат жана ал биринчи жолу 1897-жылы И.В.Мещерский тарабынан алынган.

Өзгөрмөлүү массадагы чекит кыймылынын теңдемеси жалпы учурда

$$m \frac{d\vec{\mathcal{G}}}{dt} = \vec{\Phi} + \vec{F}, \quad (4.16)$$

түрүнө ээ. Мында Φ – шартка жараша (4.13–4.15) катнаштары менен аныкталуучу реактивдик күч. Кыймылдын теңдемесин (4.16) бөлүкчө бөлүнгөн (же кошулган) жекече учур үчүн талдайбыз.

Эгерде бөлүнгөн бөлүкчөлөрдүн абсолюттук ылдамдыгы

$\vec{\mathcal{G}}_1 = 0$ болсо ($\vec{\mathcal{G}} = -\vec{\mathcal{G}}$), анда (4.16) теңдеме

$$m \frac{d\vec{\mathcal{G}}}{dt} = -\mathcal{G} \frac{dm}{dt} + \vec{F}$$

түрүнө ээ болот. Мындан

$$\frac{d(m\vec{\vartheta})}{dt} = \vec{F}.$$

Ошентип, өзгөрмөлүү массадагы чекиттин кыймылынын теңдемеси болуп Ньютондун экинчи законунун жалпы учурдагы түрү эсептелет.

Эгерде бөлүнгөн бөлүкчөлөрдүн салыштырма ылдамдыгы нөл болсо ($\vec{\vartheta}_1 - \vec{\vartheta} = 0$), анда (4.16)-теңдеме Ньютондун экинчи законунун масса турактуу кезиндеги жалпы түрүнө өтөт:

$$m \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = \vec{F}.$$

2.3. Ракеталардын кыймылы. К.Э. Циолковскийдин формуласы

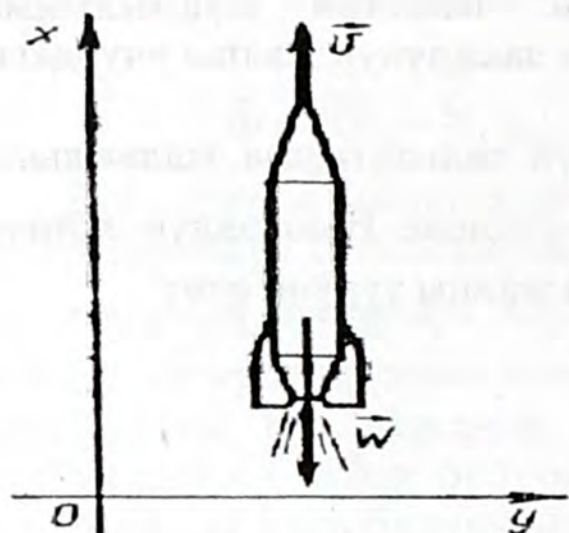
Ракетаны өзгөрмөлүү массадагы чекитке окшоштуруп алып, анын кыймылынын теңдемесин (4.16) – формула менен жазып алсак болот (бөлүкчө бөлүнгөн учур). Ракеталар үчүн бөлүнгөн бөлүкчөлөрдүн (күйгөн заттардын бөлүкчөлөрү) салыштырма ылдамдыгы турактуу болот (ал болгону күйүүнүн температура-сынан көз каранды). \vec{F} күчүн ракетага аракет эткен тышкы күчтөрдүн (оордук күчү, абанын каршылыгы, кээде инерция күчү) суммасы катары түшүнүүбүз керек. Ракета кыймылынын законун табуу үчүн кыймылдын теңдемесин эки жолу интегралдайбыз. Мында тышкы күчтөр координаттан көз каранды кандайдыр бир функция түрүндө берилет.

Биз маселени жалпы учур үчүн чыгарбайбыз. Ракетанын кыймылы жалгыз гана реактивдик күчтүн аракети астында болгон эң маанилүү жекече учурду карайлы (тышкы күчтөр жок дейли). Бул учур үчүн ракетанын кыймылынын теңдемеси

$$m \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = \vec{g} \frac{dm}{dt} \tag{4.17}$$

түрүнө ээ болот. x огуна ракетанын кыймылынын багыты боюнча багыттайбыз (4.2-сүр.). (4.17)-теңдеме бул окко проекция түрүндө төмөнкүчө жазылат:

$$m \frac{d\vartheta}{dt} = -\vartheta \frac{dm}{dt} \quad (4.18)$$



4.2-сүрөт

Он жакта терс белгинин пайда болушу $\vec{\vartheta}$ векторунун x тин терс маанилери тарапка багытталгандыгы менен түшүндүрүлөт (бул вектордун x огуна болгон проекциясы терс мааниге ээ). Барабардыкты dt га көбөйтүп, өзгөрмөлүүлөрдү өзүнчө топтоп, төмөндөгүнү алабыз:

$$d\vartheta = -\vec{\vartheta} \frac{dm}{m}$$

$\vec{\vartheta} = \text{const}$ экендигин эске алып, барабардыктын эки жагын тең интегралдасак,

$$\vartheta = -\vec{\vartheta} \ln m + C, \quad (4.19)$$

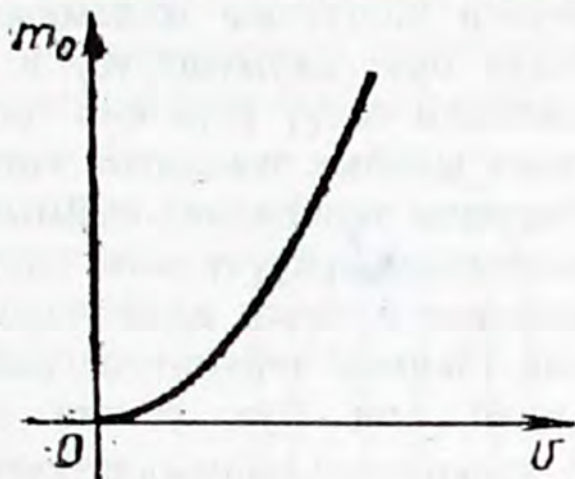
мында C – интегралдоонун турактуусу. Аны аныктоо үчүн баштапкы шартты пайдаланабыз: $t=0$ кезинде $\vartheta = 0$ жана масса $m=m_0$. Буларды (4.19) га койсок, $C = \vec{\vartheta} \ln m_0$ болот. Ошентип, ракетанын ылдамдыгы $\vartheta = -\vec{\vartheta} \ln m + \vec{\vartheta} \ln m_0$ закону боюнча өзгөрөт же

$$\vartheta = \vec{\vartheta} \ln \frac{m_0}{m}, \quad (4.20)$$

мында m_0 – ракетанын баштапкы массасы (ракета+күйүүчү зат), m – ракетанын аяккы массасы. Эгерде күйүүчү зат толугу менен сарпталса, m ракетанын тулкусунун массасын көрсөтөт.

(4.20) формуласы К.Э. Циолковский тарабынан 1908-жылы алынган жана анын ысмы менен аталат. Бул теңдемеден тышкы күчтөр жок кезде ракетанын ээ болгон аяккы ылдамдыгы бөлүнгөн бөлүкчөлөрдүн салыштырма ылдамдыгына жана ракетанын баштапкы жана аяккы массаларынын катышынын на-

туралдык логарифмасына түз пропорциялаш экендиги көрүнүп турат. Аяккы ылдамдык ракетанын массасы кандай закон боюнча өзгөрөөрүнөн көз каранды эмес, ракетанын баштапкы жана аяккы массасы гана маанилүү. 4.3-сүрөттө ракетанын баштапкы массасынын талап кылынган аяккы ылдамдыктан болгон көз карандылыгынын графиги көргөзүлгөн. Графиктен аяккы ылдамдыктын өсүшү менен баштапкы массанын кескин чоңоюшу көрүнүп турат. Бул чоң ылдамдыкка ээ боло алуучу ракеталарды курууда негизги кыйынчылыктарды туудурат.



4.3-сүрөт

Ракетанын максималдык жете ала турган ылдамдыгын баалап көрөлү.

Ылдамдыктын максималдык мааниси v күйүүчү кошулманын күйүүсүндө пайда болгон температуранын мүмкүн болгон

максималдык мааниси менен аныкталат. $\frac{m_0}{m}$ катнашынын максималдык мааниси ракетанын материалынын бышыктыгынан көз каранды болот. Азыркы техниканын жетишкендигинин абалында ракетанын массасы жалпы массанын (ракета+ күйүүчү зат) 10% нан кичине болушу мүмкүн эмес. Ошентип ылдамдыктын максималдык мааниси $v \approx 3$ км/с, массалардын катышы –

$\frac{m_0}{m} \approx 10$. Ошондуктан

$v_{\text{макс}} = 3 \ln 10 \approx 3 \cdot 2,8 \lg 10 \approx 7$ км/с.

Демек, Жердин тартуу күчүн эсепке албаганда да биринчи космостук ылдамдык деп аталган $v_1 \approx 8$ км/с ылдамдыкка жетүү мүмкүн эмес экен. Биринчи космостук ылдамдык – Жердин жасалма жандоочусун учурууга тиешелүү ылдамдык. Бирок биз Жердин жасалма жандоочусу эмес, ааламга саякат кылуучу космос кемелери бар экендигин билебиз. Аларды учуруу үчүн раке-

тага экинчи космостук ылдамдыкты $\mathfrak{V}_{II} = 11,2$ км/с бериш керек. Ошондуктан бул маселе кантип чечилет деген суроо туулушу мүмкүн.

Ракеталардын жардамы менен космостук кемелерге керек болгон баштапкы ылдамдыктарды берүүнүн жолун биринчи болуп орус окумуштуусу К. Циолковский сунуш кылган. Ал маселени чечүү үчүн көп тепкичтүү ракеталарды колдонуу талапка ылайык экендигин көргөзгөн. Алгач биринчи ракетанын (биринчи тепкичтин) кыймылдаткычтары иштешет. Качан бул ракетанын күйүүчү заты толук иштелип бүткөн соң, ал калган массадан бөлүнөт жана ушул моменттен баштап экинчи ракетанын (экинчи тепкичтин) кыймылдаткычтары иштей баштайт. Андан соң бул ракета да бөлүнүп, үчүнчү ракетанын (3-тепкичтин) кыймылдаткычтары иштей башташат ж.у.с.

Жердин жасалма жандоочуларын жана космос кемелерин учууда азыркы учурда үч тепкичтүү ракеталар колдонулат.

(4.20) формуласынан t боюнча интегралдоону жүргүзүп ракетанын кыймылынын законун алабыз:

$$x(t) = x_0 + \mathfrak{V} \int \ln \frac{m_0}{m(t)} dt,$$

мында x_0 -ракетанын баштапкы абалынын координаты.

Мындан ракетанын кыймылынын закону $x(t)$ массанын өзгөрүсүнүн (убакыт боюнча күйүүчү заттын сарп болушунан) законунан көз каранды болоору көрүнүп турат. Бирок күйүүчү заттын сарп болушунун закону ракетанын кыймылынын зако-

нун аныктаган менен, аяккы ылдамдык $\frac{m_0}{m}$ катнашынан гана

көз каранды болот. Адатта, турмушта массанын өзгөрүшүнүн төмөндөгүдөй эки законун ишке ашырууга умтулушат:

$$m(t) = m_0(1 - \alpha t),$$

$$m(t) = m_0 e^{-\alpha t},$$

мында $\alpha > 0$.

2.4. Реактивдик кыймылдаткычтар

Космостук мейкиндикте башкарылуучу кыймылды камсыз кылуучу бирден бир мүмкүнчүлүктү реактивдик кыймылдаткыч камсыз кылат. Жер үстүндөгү кээ бир унаалардын түрлөрүндө (суу алдында канаты бар кемелер, жарышуучу атайын автомобилдер ж.б.у.с.), самолеттордо реактивдүү кыймылдаткычтарды колдонуу алардын максималдык ылдамдыкка ээ болушун реактивдүү кыймылдаткычтар гана камсыз кылаары менен шартталган. Реактивдик кыймылдаткычтар эки негизги класка бөлүнүшөт: ракеталык жана аба-реактивдик. Ракеталык кыймылдаткычтарда (4.4-сүр.) күйүүчү зат (1) жана кычкылдандыруучу (2), үйлөгүчтөрдүн (3) жардамы менен күйгүзүү камерасына (4) берилет, күйүүдөн пайда болгон газ күйгүзүү камерасынан атайын тешиксопло (5) аркылуу агып чыгат. Натыйжада реактивдик күч пайда болот.



4.4-сүрөт

$$\vec{F} = \vec{g} \frac{dm}{dt}$$

Бул күч күйүүчү заттын жана кычкылдандыруучунун секунддук сарп болушунан жана күйүүнүн температурасынан (\vec{g} ылдамдыгынан) көз каранды болот. Соплонун кичирейиши газдардын агымынын ылдамдыгын чоңойтуу үчүн кызмат кылат.

Ракеталарда курамында күйүүчү затты жана кычкылдандыруучуну чогуу кармаган катуу түрдөгү күйүүчү заттар дагы колдонулат.

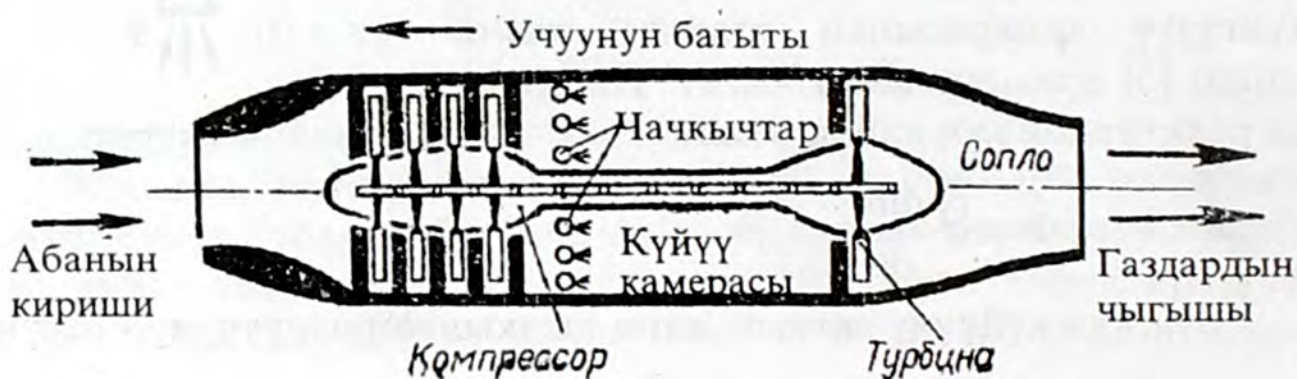
Аба-реактивдик кыймылдаткычтар бир эле мезгилде бөлүкчөлөрдүн кошулушу жана бөлүнүшүнө негизделген принципте иштейт. Ошондуктан реактивдик күч (4.14) формуласы аркылуу аныкталат.

Бул түрдөгү кыймылдаткычтар эки типке бөлүнөт: турбо реактивдик жана түз агуучу.

Турбореактивдик кыймылдаткычтын схемасы 4.5-сүрөттө көргөзүлгөн. Кыймылдаткычтын алды жагында абаны соруп кыскыч (компрессор) жайланышкан. Кысылган аба (кычкылдантуучу катарында) күйгүзүү камерасына берилет. Суюк күйүүчү зат күйгүзүү камерасына атайын чачкычтардын (форсункалар) жардамы менен чачылат. Кызыган газдар (күйүүдөн пайда болгон газдар жана аба) соплодон чыгып, компрессорду аракетке келтирүүчү газ турбинасын айлантат. Кыймылдаткычтын реактивдик күчү эки түзүүчүнүн суммасынан турат:

$$\vec{\Phi} = \vec{\Phi}_{\text{кир.}} + \vec{\Phi}_{\text{чыг.}}$$

мында $\vec{\Phi}_{\text{кир.}}$ – кирүүчү соплого сордурулган абанын реактивдик күчү, $\vec{\Phi}_{\text{чыг.}}$ – чыгуучу соплодон чыккан газдардын реактивдик күчү. Бул күчтөр карама-каршы багытталган болушат, $\vec{\Phi}_{\text{чыг.}}$ – учуунун багыты боюнча багытталаат.



4.5-сүрөт

Сордурулган абанын жана бөлүнүп чыккан газдардын массалары болжол менен барабар, себеби күйүүчү заттын массасын абанын массасына салыштырмалуу эске албай деле койсок болот. Демек, реактивдик күч (4.15) формуласы менен аныкталат:

$$\Phi = (\vartheta_2 - \vartheta_1) \mu_0,$$

мында μ_0 – 1 секунда ичинде кыймылдаткычка келип кирген абанын массасы. Кээ бир дарыядагы сүзүүчү кемелердин суу-реактивдик кыймылдаткычтары дагы ушул принципте иштешет.

Түз агуучу аба-реактивдик кыймылдаткычтары, эреже катарында үндөн тез учуучу самолеттордо баштапкы ылдамдыкка жетүүнү камсыз кылуучу башка типтеги кыймылдаткычтар менен чогуу колдонулат.

Ракеталарга салыштырмалуу аба-реактивдик кыймылдаткычтар төмөндөгүдөй артыкчылыктарга ээ болушат: а) аларга атайын кычкылдантуучунун кереги жок; б) алардагы реактивдик күч алдынан сордурулган абанын эсебинен пайда болот, бул күйүүчү затты үнөмдөөгө өбөлгө түзөт.

Текшерүү суроолору

1. Кандай кыймылды реактивдик деп айтабыз? Ал кандай күчтөрдүн аракетинин натыйжасында пайда болот? Бөлүкчөлөр бөлүнгөндө жана кошулганда реактивдик күчтөр кантип пайда болот? (жөнөкөй мисалдар менен түшүндүргүлө).
2. Бөлүкчө кошулган кездеги реактивдик күч үчүн формуланы чыгаргыла. Реактивдик күчтүн формуласын бөлүкчөлөр: а) бөлүнгөн; б) кошулган; в) бир убакытта бөлүнгөн жана кошулган учурлар үчүн жазгыла. Бул күчтөрдүн багыттарын көргөзгүлө.
3. Өзгөрмөлүү массадагы нерсенин кыймылынын теңдемесин жазгыла: а) жалпы учурдагысын; б) негизги массадан бөлүкчөлөр бөлүнгөн кездегисин; в) бөлүкчөлөр кошулгандагысын. Бөлүкчөлөр бөлүнгөн кездеги кыймылдын теңдемесин жазгыла.
4. Циолковскийдин формуласын чыгарып, эмне себептен космостук ылдамдыктарга бир тепкичтүү ракеталар менен жетүүгө мүмкүн эмес экендигин түшүндүргүлө. Көп тепкичтүү ракеталардын бир тепкичтүү ракеталардан артыкчылыгы эмнеде?
5. Аба-реактивдик, турбо-реактивдик жана түз агуучу реактивдик кыймылдаткычтардын принцибинин негизи эмнеде? а) ракеталык; б) аба-реактивдик кыймылдаткычтарынын ракеталык кыймылдаткычтардан артыкчылыгы эмнеде? Кайсы учурларда ракеталык кыймылдаткычтар алмаштыргыс касиетке ээ?

6. Тик атылган суунун агымындагы жайланышкан топту кармап турган күч менен ракетанын учуусун камсыз кылган күчтөрдүн ортосундагы айырмачылыктарды түшүндүргүлө.
7. Эгерде ракетадан бөлүнгөн газдардын жерге салыштырмалуу ылдамдыгы ракетанын өзүнүн ылдамдыгынан кичине болсо жана соплодон чыккан газдар ракетанын артынан ээрчий учса, ракетанын ылдамдыгы өсүшү мүмкүнбү?

§ 3. Жумуш жана энергия

Күндөлүк турмушта энергия жана жумуш түшүнүгү кеңири колдонулат. Бул түшүнүктөр бири-бири менен тыгыз байланышкан. “Энергия” деген сөз гректин “ишмердүүлүк” деген сөзүнөн келип чыккан. Жумуш энергиянын корунун эсебинен аткарылаары белгилүү жана тескерисинче, жумуш аткарып кандайдыр бир системанын энергиясын көбөйтүүгө болот. Мисалы, саатка “жем берүүдө” иш аткарып, биз зым оромонун энергиясын көбөйтөбүз, анын эсебинен сааттын кийинки жүрүшү камсыз болот. Энергия кыймылдын жана материянын бардык түрлөрүнүн аракеттенишүүлөрүнүн жалпы сандык чени болот. Энергия бардан жок болбойт, жоктон бар болбойт, ал бир түрдөн экинчи түргө өтүшү гана мүмкүн. Энергия түшүнүгү жаратылыштагы бардык кубулуштарды байланыштырат. Материянын кыймылынын ар түрдүүлүгүнө жараша механикалык, ички, электромагниттик, ядролук ж.б.у.с. энергиянын ар кандай түрлөрүн ажыратышат.

✓ Мындан ары биз механикалык энергияны жана жумушту карайбыз. Механикалык энергия эки түргө бөлүнөт; кинетикалык жана потенциалдык. Кинетикалык энергия (же кыймылдын энергиясы) каралып жаткан нерсенин массасы жана ылдамдыгы аркылуу аныкталат. Потенциалдык энергия (же абалдын энергиясы) бири-бири менен аракет этишкен нерселердин өз-ара жайланышынан көз каранды болот.

Жумуш күчтүн жана которулуштун векторлорунун көбөйтүндүсү катарында аныкталат. Ошондуктан векторлордун скалярдык көбөйтүндүсү жөнүндө кыскача түшүнүк бере кетели.

3.1. Векторлордун скалярдык көбөйтүндүсү

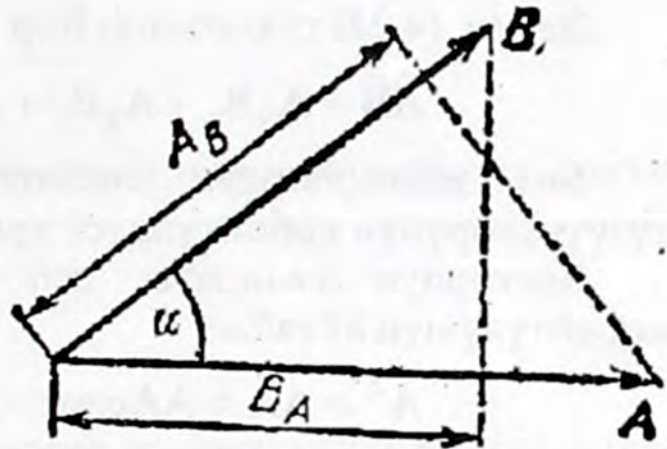
\vec{A} жана \vec{B} векторлорунун скалярдык көбөйтүндүсү деп ушул векторлордун модулдарынын алардын ортосундагы бурчтун косинусуна болгон көбөйтүндүсүнө барабар скалярдык чоңдукту айтабыз:

$$\vec{A}\vec{B} = AB \cos \alpha. \quad (4.21)$$

4.6. сүрөтүндө (4.21) туюнтмасын

$$\vec{A}\vec{B} = A_B B = AB_A \quad (4.22)$$

түрүндө элестетүүгө боло тургандыгы көргөзүлгөн. Мындан скалярдык көбөйтүндүнү көбөйтүлүүчү векторлордун биринин модулу менен экинчи вектордун модулунун биринчи вектордун багытына болгон проекциясынын көбөйтүндүсү катарында караса боло тургандыгы келип чыгат.



4.6-сүрөт

Векторлордун скалярдык көбөйтүндүсү коммутативдүүлүк жана дистрибутивдүүлүк касиетине ээ болушат. Коммутативдүүлүк деп көбөйтүндүнүн көбөйтүүчүлөрүнүн жайланыш тартибинен көз каранды болбо-стугу айтылат; $\vec{A}\vec{B} = \vec{B}\vec{A}$. Дистрибутивдүүлүк векторлордун суммаларынын көбөйтүндүсү жубу менен алынган кошулуучуларынын көбөйтүндүлөрүнүн суммасына барабар дегенди билгизет, мисалы:

$$(\vec{A}_1 + \vec{A}_2)(\vec{B}_1 + \vec{B}_2) = \vec{A}_1\vec{B}_1 + \vec{A}_1\vec{B}_2 + \vec{A}_2\vec{B}_1 + \vec{A}_2\vec{B}_2. \quad (4.23)$$

Мындай барабардык кошулуучулардын каалагандай саны үчүн орун алат.

Көбөйтүлүүчү векторлорду алардын түзүүчүлөрү жана координат окторунун орталары аркылуу алсак, төмөндөкүгө ээ болобуз:

$$\begin{aligned} \vec{A}\vec{B} &= (A_x\vec{i} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k})(B_x\vec{i} + B_y\vec{j} + B_z\vec{k}) = \\ &A_xB_x\vec{i}\cdot\vec{i} + A_xB_y\vec{i}\cdot\vec{j} + A_xB_z\vec{i}\cdot\vec{k} + A_yB_x\vec{j}\cdot\vec{i} + A_yB_y\vec{j}\cdot\vec{j} + \\ &A_yB_z\vec{j}\cdot\vec{k} + A_zB_x\vec{k}\cdot\vec{i} + A_zB_y\vec{k}\cdot\vec{j} + A_zB_z\vec{k}\cdot\vec{k}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Скалярдык көбөйтүүнүн касиетине жараша $\vec{e}_i \cdot \vec{e}_k$ көбөйтүндүсү $i \neq k$ болгондо, нөлгө барабар (себеби $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\cos\alpha = 0$), ал эми, ($i = k$ болсо) $\vec{e}_i \cdot \vec{e}_k = 1$.

Анда

$$\vec{i}\cdot\vec{i} = \vec{j}\cdot\vec{j} = \vec{k}\cdot\vec{k} = 1, \vec{i}\cdot\vec{j} = \vec{j}\cdot\vec{i} = \vec{i}\cdot\vec{k} = \vec{k}\cdot\vec{i} = \vec{j}\cdot\vec{k} = \vec{k}\cdot\vec{j} = 0.$$

Демек, (4.24) туюнтмасы бир топ эле жөнөкөйлөшөт:

$$\vec{A}\vec{B} = A_xB_x + A_yB_y + A_zB_z. \quad (4.25)$$

Биз векторлордун скалярдык көбөйтүндүсүн алардын түзүүчүлөрүнүн көбөйтүндүсү аркылуу алдык.

Вектордун квадраты деп анын өзүн-өзүнө скалярдык көбөйтүлүшүн айтабыз

$$\vec{A}^2 = \vec{A}\vec{A} = AA\cos\alpha = A^2, \quad (4.26)$$

бул туюнтманын эки жагын тең дифференциалдасак

$$2\vec{A}d\vec{A} = 2AdA \quad \text{же} \quad \vec{A}d\vec{A} = AdA. \quad (4.27)$$

Бул формула кийинчерээк бизге керек болот.

3.2. Кинетикалык энергия жана жумуш

Массасы m болгон, бир бөлүкчөдөн турган жыйынтыктоочусу \vec{F} ке барабар күчтөрдүн аракетин астында кыймылдаган эң жөнөкөй системаны карайбыз. Бөлүкчөнүн кыймылынын теңдемесин жазабыз:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Бул барабардыктын эки жагын тең бөлүкчөнүн элементардык которулушуна $d\vec{s}$ ке көбөйтөбүз:

$$m \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} ds = \vec{F} ds \quad (4.28)$$

$d\vec{s} = \vec{\vartheta} dt$ экендигин, dS которулушу радиус-вектордун өсүндүсү dr менен дал келээрин эске алып, (4.28) барабардыгынын сол жагын

$$m \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} \cdot \vec{\vartheta} dt = m \vec{\vartheta} d\vec{\vartheta}$$

түрүндө жазып алабыз. (4.27) формуласына ылайык $\vec{\vartheta} d\vec{\vartheta} = \vartheta d\vartheta$. Демек,

$$m \vec{\vartheta} d\vec{\vartheta} = m \vartheta d\vartheta = d\left(\frac{m\vartheta^2}{2}\right).$$

Алынган туюнтма менен (4.28) формуласынын сол жагын алмаштырсак

$$d\left(\frac{m\vartheta^2}{2}\right) = \vec{F} d\vec{s} \quad (4.29)$$

Эгерде бөлүкчөгө аракет эткен жыйынтыктоочу күч нөлгө барабар болсо, $d\left(\frac{m\vartheta^2}{2}\right) = 0$ жана

$$E_k = \frac{m\vartheta^2}{2} \quad (4.30)$$

чондугу турактуу болот. Бул чондук бөлүкчөнүн **кинетикалык энергиясы** деп аталат.

Масса менен ылдамдыктын көбөйтүндүсү бөлүкчөнүн импульсунун модулуна p га барабар экендигин көңүлгө алып, (4.30) туюнтмасын төмөндөгүчө жазып алсак болот:

$$E_k = \frac{p^2}{2m} \quad (4.31)$$

Эгерде бөлүкчөгө аракет эткен күч нөлгө барабар болбосо, dt убактысы ичинде кинетикалык энергия

$$dE_k = \vec{F}d\vec{s} \quad (4.32)$$

өсүндүсүнө ээ болот. Мында $d\vec{s}$ бөлүкчөнүн dt убакыт ичиндеги которулушу.

$$dA = \vec{F}d\vec{s} \quad (4.33)$$

чондугу \vec{F} күчүнүн dS жолундагы ($dS - d\vec{s}$ которулушунун модулу) аткарган жумушу деп аталат. (4.32) формуласындагы жумуш кыймылдаган бөлүкчөгө күчтүн аракет эткендеги кинетикалык энергиясынын өзгөрүлүшүн мүнөздөйт.

$$dE_k = dA. \quad (4.34)$$

(4.29) барабардыгынын эки жагын бөлүкчөнүн изин бойлото 1- чекиттен 2- чекитке чейин интегралдайбыз:

$$\int_1^2 d\left(\frac{m\vartheta^2}{2}\right) = \int_1^2 \vec{F}d\vec{s}.$$

Алынган барабардыктын сол жагы бөлүкчөнүн кинетикалык энергиясынын өсүндүсүн берет:

$$\frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2} = E_{k2} - E_{k1}.$$

Бул барабардыктын оң жагы 1- чекиттен 2- чекитке чейинки \vec{F} күчүнүн аткарган жумушуна A_{12} ге барабар:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}d\vec{s}.$$

Ошентип, биз

$$A_{12} = E_{k2} - E_{k1}. \quad (4.35)$$

катнашына ээ болдук.

Демек, бөлүкчөгө аракет эткен бардык күчтөрдүн натыйжалоочу күчүнүн аткарган жумушу бөлүкчөнүн кинетикалык энергиясын өстүрүүгө жумшалат.

3.3. Жумуш

(4.21) аныктамасына ылайык элементардык жумуштун (4.29) туюнтмасын

$$dA = \vec{F}d\vec{s} = F \cos \alpha \cdot dS \quad (4.36)$$

түрүндө көргөзсөк болот, мында F – күчтүн модулу, dS – күч аракет эткен чекиттин басып өткөн жолу, α – күчтүн вектору \vec{F} менен которулуштун векторунун ортосундагы бурч.

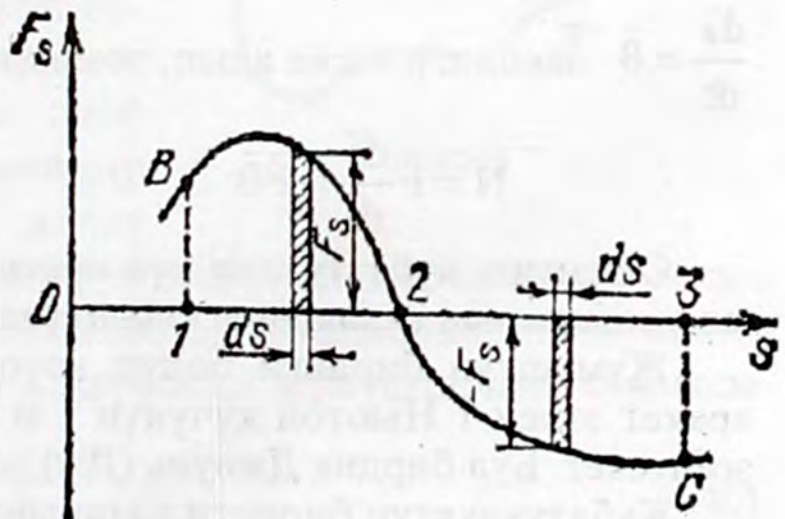
Эгерде $\alpha < \frac{\pi}{2}$ болсо, жумуш dA оң мааниге ээ жана кинетикалык энергиянын өсүндүсү дагы оң болот, демек, кинетикалык энергия өсөт. $\alpha > \frac{\pi}{2}$ болсо, жумуш жана кинетикалык энергиянын өсүндүсү терс мааниге ээ болушат, демек, кинетикалык энергия азаят.

$\alpha = \frac{\pi}{2}$ болсо, жумуш нөлгө барабар, кинетикалык энергия өзгөрүүсүз калат.

(4.21) ге ылайык жумуштун туюнтмасын

$$Da = F_s dS \quad (4.37)$$

түрүндө жазып алалы, мында F – которулуштун багытына карата күчтүн проекциясы, dS – элементардык жолго барабар которулуштун модулу. 4.7-сүрөтүндө F_s тин S тен болгон көз карандылыгынын графиги берилген. Жолдун 1-чекитинен 2-чекитине чейинки аткарылган жумуш оң мааниге ээ жана сан жагынан 1В2



4.7-сүрөт

фигурасынын оң белгиси менен алынган S_1 аянтына барабар: $A_{12}(=)S_1$. Жолдун 2-чекитинен 3-чекитине чейинки жумуш терс

мааниге ээ жана сан жагынан 2С3 фигурасынын терс белгиси менен алынган S_2 аянтына барабар: $A_{23}(=)-S_2$. Жумуш менен аянт сан жагынан гана барабар боло тургандыгын баса көрсөтүү үчүн барабардыктарды кашаанын ичине алдык. Жолдун бардык 1–3 узундугунда жумуш сан мааниси боюнча аянттардын айырмасына барабар: $A_{13}(=)S_1-S_2$.

Бөлүкчөгө бир нече күчтөр аракет эткен кезде, dS жолунда аткарылган жумуш төмөнкүгө барабар:

$$d\vec{A} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots)d\vec{s} = \vec{F}_1 d\vec{s} + \vec{F}_2 d\vec{s} + \dots$$

(мында векторлорду скалярдык көбөйтүүнүн дистрибутивдүүлүк касиети колдонулду). Оң жактагы ар бир кошулуучу тиешелүү күчтүн аткарган жумушун берет. Ошентип, бир нече күчтөрдүн суммасынын аткарган жумушу ар бир күчтүн өзүнчө аткаруучу жумуштарынын суммасына барабар деген жыйынтыкка келебиз:

$$A = A_1 + A_2 + \dots$$

Бул жыйынтык тажрыйба менен дал келет.

Убакыт бирдиги ичинде аткарылган жумуш **кубаттуулук** деп аталат. Кубаттуулук

$$N = \frac{dA}{dt}, \quad (4.38)$$

катнашы менен аныкталат, мында $dA - dt$ убактысында аткарылган жумуш. Мында dA нын ордуна (4.37) туюнтмасын коюп,

$\frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{v}$ экендигин эске алып, төмөндөгүнү алабыз,

$$N = \vec{F} \frac{d\vec{s}}{dt} = \vec{F} \vec{v} \quad (4.39)$$

Ошентип, **кубаттуулук күч менен күч аракет эткен чекиттин ылдамдыгынын скалярдык көбөйтүндүсүнө барабар.**

Жумуштун бирдиги болуп которулуштун багыты боюнча аракет эткен 1 Ньютон күчүнүн 1 м жолдогу аткарган жумушу эсептелет. Бул бирдик **Джоуль (Дж)** деп аталат.

Кубатуулуктун бирдиги катарында 1 секунда ичинде 1 Джоулга барабар аткарылган жумуш алынат. Бул бирдик **Ватт (Вт)** деп аталат. 10^3 ватты-киловатт (кВт), 10^6 ватты-Мегаватт (МВт) деп айтабыз. Техникада ат күчү деп аталган кубаттуулуктун өзгөчө бирдиги колдонулат. 1 ат күчү (а.к) = 736 Вт.

3.4. Консервативдик күчтөр

Өз ара тийишкен нерселердин ортосунда пайда болгон аракет этишүүдөн башка бири-биринен ар кандай аралыкта жайланышкан нерселердин ортосунда дагы аракет этишүүлөр байкалат. Буга Күн менен Жердин, Жер менен Айдын, Жер менен анын бетиндеги кандайдыр бир бийиктикке көтөрүлгөн нерселердин, электрлешкен нерселердин ортосундагы аракет этишүүлөр мисал боло алат. Мындай аракет этишүүлөр материянын өзгөчө түрү болгон **физикалык талаа** аркылуу ишке ашат. Ар бир нерсе өзүнүн айланасындагы мейкиндикте **күчтүк талаа** деп аталган өзгөчө абалды жаратат. Бул талаа өзүн башка нерселерге аракет эткен күчү аркылуу билгизет. Мисалы, Жердин түзгөн гравитациялык талаасында Жердин бетине жакын мейкиндиктин ар бир чекитинде жайланышкан массасы m болгон нерсеге $m \vec{g}$ күчү менен аракет этет.

Аткарган жумушу бөлүкчөнүн басып өткөн жолунан көз каранды болбостон, анын баштапкы жана акыркы абалдарынан көз каранды болгон күчтөр консервативдик деп аталышат. Каалагандай туюк жол үчүн консервативдик күчтөрдүн жумушу нөлгө барабар экендигин оңой эле көргөзсөк болот. Кандайдыр бир каалагандай туюк жолду алалы (4.8-сүр.). Каалагандай алынган 1 жана 2 чекиттери менен бул жолду I жана II бөлүккө бөлөбүз. Туюк жолдогу аткарылган жумуш бул бөлүк-төрдөгү аткарылган жумуштардын суммасынан турат:



4.8-сүрөт

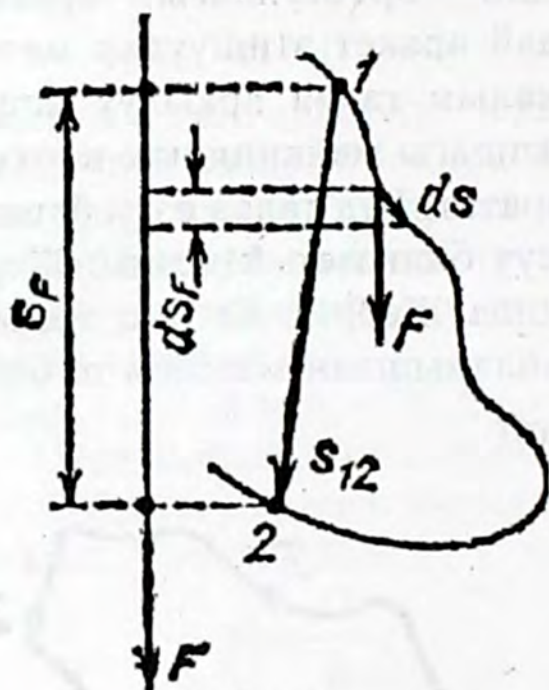
$$A = (A_{12})_I + (A_{21})_{II}. \quad (4.40)$$

Кыймылдын багытынын II бөлүктө тескери өзгөрүшү бардык $d\vec{s}$ элементардык которулуштарын – $d\vec{s}$ менен алмаштырууга алып келет, натыйжада $\int \vec{F} d\vec{s}$ интегралы белгисин теске-

риге өзгөртөт. Мындан $(A_{21})_{II} = -(A_{12})_{II}$ деген жыйынтык чыгарыбыз. (4.40)-та мындай алмаштырууну жүргүзсөк,

$$A = (A_{12})_I - (A_{12})_{II}.$$

Жумуштун жолдон көз каранды эместигинен бул туюнтма нөлгө барабар болот. Ошентип, консервативдик күчтөрдү ар кандай туюк жолдо аткарган жумушу нөлгө барабар боло турган күчтөр катарында аныктасак болот экен.



4.9-сүрөт

Эгерде бөлүкчөгө аракет эткен күчтөр талаанын бардык чекиттеринде модулу жана багыты боюнча бирдей болсо, анда талаа **бир тектүү** деп аталат. Эгерде буга кошумча талаа убакыт боюнча өзгөрбөсө, анда ал **турактуу** (стационардуу) деп аталат. Бир тектүү турактуу талаа үчүн $\vec{F} = \text{const}$. Бир тектүү турактуу талаада бөлүкчөгө аракет эткен күчтөр консервативдик боло тургандыгын далилдейбиз. Бул талаада каалагандай 1- жана 2-чекиттерин алып (4.9-сүр.), бөлүкчөнү биринчи чекиттен экинчи чекитке каалагандай из боюнча которулганда

аткарылган жумушту эсептейли. Жумуштун туюнтмасынан турактуу күчтү интегралдын белгисинин сыртына чыгарып жиберсек болот:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{s} = \vec{F} \int_1^2 d\vec{s}.$$

Элементардык которулуштардын суммасы бөлүкчөнүн 1-чекиттен 2-чекитке жылып которулушун \vec{s}_{12} ни берет, ошондуктан

$$A_{12} = \vec{F} \vec{s}_{12} = F s_F, \quad (4.41)$$

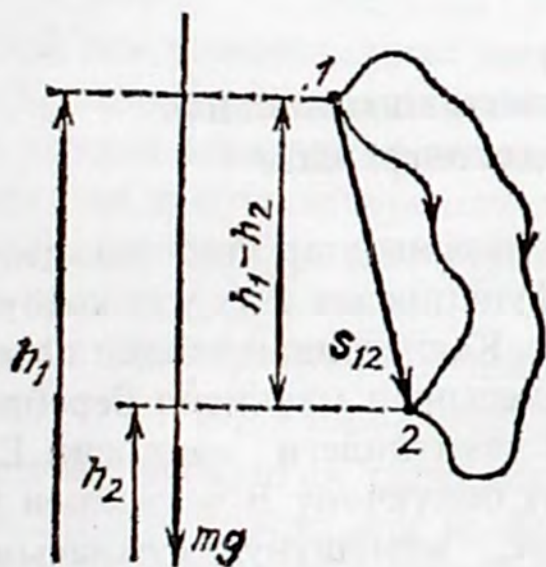
мында F – күчтүн модулу, $s_F = \bar{s}_{12}$ которулушунун күчтүн багытына болгон проекциясы. Алынган туюнтма болгону чекиттин 1- жана 2-абалы менен аныкталып, издин түрүнөн көз каранды болбойт. Ошентип, биз бир тектүү турактуу талаанын күчү консервативдик боло тургандыгын далилдедик.

Бир тектүү турактуу талаага Жер бетине жакын мейкиндиктин бөлүгүндөгү оордук күчүнүн $\vec{P} = m\vec{g}$ нын талаасы мисал боло алат. Бөлүкчөнүн үстүнөн издин түрүнөн көз каранды болгон \vec{P} күчүнүн аткарган жумушу (4.41) га ылайык төмөндөгүгө барабар.

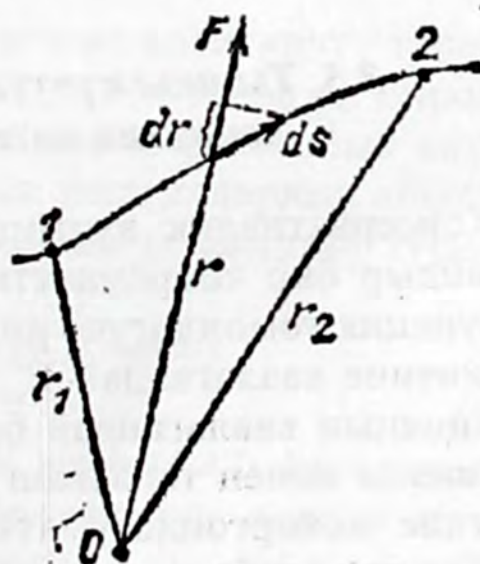
$$A_{12} = mg(h_1 - h_2), \quad (4.42)$$

мында $h_1 - h_2$ \vec{s}_{12} которулушунун күчтүн багытына, т.а., тик ылдый багытка болгон проекциясы (4.10-сүр.). Демек, $\vec{P} = m\vec{g}$ күчү консервативдүү экен.

Каалагандай чекитиндеги бөлүкчөгө аракет эткен күчтүн багыты кыймылсыз борбор аркылуу өткөн күчтүн модулу ошол борборго чейинки аралык r ден көз каранды болгон талаа борбордук деп аталат. Күч же борбордон, же күчтүк борборго багытталат (4.11-сүр.).



4.10-сүрөт



4.11-сүрөт

Бөлүкчөнүн үстүнөн борбордук турактуу күчтүк талаада аткарылган жумушту табалы. Мындай талаада күчтүн модулу $F(r)$ функциясы менен аныкталат. Элементардык жумушту

$$dA = \vec{F}d\vec{s} = F(r)ds_F$$

түрүндө алалы. Мында $F(r)$ – күчтүн модулу, ds_F – которулуштун күчтүн багытына болгон проекциясы. 4.11-сүрөтүндө күч борбордон багытталат (т.а., бөлүкчө күчтүк борбордон түртүлөт) жана $ds_F = dr$. Ал эми күч борборго багытталганда (т.а., бөлүкчө борборго тартылганда), $ds_F = -dr$. Тиешелүү түрдө түртүшүү учурунда $dA = F(r)dr$, тартышуу учурунда $dA = -F(r)dr$.

1-чекиттен 2-чекитке чейинки жолдогу жумуш dA дан интеграл алуу менен табабыз.

$$A_{12} = \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr \quad \text{түртүшүү учуру үчүн,} \quad (4.43)$$

$$A_{12} = - \int_{r_1}^{r_2} F(r)dr \quad \text{тартышуу учуру үчүн.} \quad (4.44)$$

Эки интеграл тең $F(r)$ функциясынын түрүнөн интегралдонун чектери r_1 ден жана r_2 ден көз каранды жана издин түрүнөн көз каранды эмес болушат. Мындан борбордук турактуу талаанын күчү консервативдик экен деген жыйынтыкка келебиз.

3.5. Тышкы күчтүк талаадагы материалдык чекиттин потенциалдык энергиясы

Консервативдик күчтөрдүн талаасынын ар бир чекитине кандайдыр бир координаттардын функциясын $E_p(x,y,z)$ коёбуз. Ал функция төмөндөгүчө аныкталат. Каалагандай тандап алган O чекитине каалагандай E_{po} функциясынын маанисин беребиз. Функциянын каалагандай башка B чекитиндеги маанисин E_{pb} функциясы менен талаанын күчтөрү бөлүкчөнү B чекитинен O чекитине которгондогу аткарган A_{bo} жумушунун суммасына барабар деп алабыз:

$$E_{pb} = E_{po} + A_{bo}. \quad (4.45)$$

$A_{\text{во}}$ жумушу жолдон көз каранды болбогондуктан, E_p функциясынын мааниси талаанын бардык чекиттеринде бир маанилүү аныкталат. (4.45) функциясы кинетикалык энергия E_k сыяктуу эле жумуштун өлчөмдүүлүгүнө ээ жана ал **тышкы күчтүк талаадагы бөлүкчөнүн потенциалдык энергиясы** деп аталат.



4.12-сүрөт

1- жана 2-чекиттер үчүн потенциалдык энергиялардын айырмасын карайлы (4.12-сүр.). (4.45) формуласына ылайык

$$E_{p1} - E_{p2} = (E_{p0} + A_{10}) - (E_{p0} + A_{20}) = A_{10} - A_{20} = A_{10} + A_{02},$$

($A_{20} = -A_{02}$ экендигин колдондук). Алынган катнаштын оң жагы талаанын күчтөрү бөлүкчөнүн үстүнөн О чекити аркылуу өткөн 1-чекиттен 2-чекитке чейинки жолдо аткарылган жумушту берет. Жумуш издин түрүнөн көз каранды болбогондуктан, ушундай эле жумуш каалагандай башка жолдо аткарылаары келип чыгат. Демек, биз консервативдик күчтөрдүн аткарган жумушу жолдун баштапкы жана акыркы чекиттериндеги E_p функцияларынын маанилеринин айырмасына, т.а., потенциалдык энергиянын азайышына барабар деген жыйынтыкка келебиз.

$$A_{12} = E_{p1} - E_{p2} \quad (4.46)$$

(4.45) тен потенциалдык энергия белгисиз аддитивдүү турактууга E_{p0} го чейинки тактыкта аныкталаары келип чыгат. Бирок бул эч кандай мааниге ээ эмес, себеби бардык физикалык катнаштарга же эки чекиттеги потенциалдык энергиялардын айырмасы же E_p функциясынын координаттар боюнча алынган туундулары киришет.

Өткөн параграфта оордук күчүнүн жумушу

$$A_{12} = mgh_1 - mgh_2, \quad (4.47)$$

барабар экендигин тапканбыз. (4.46) жана (4.47) формулаларын салыштыруу, массасы m болгон бөлүкчөнүн оордук күчүнүн талаасындагы потенциалдык энергиясы

$$E_p = mgh$$

туюнтмасы менен аныкталаарын берет, мында h бийиктиги каалагандай деңгээлден баштап өлчөнөт.

Дайыма оң мааниге ээ кинетикалык энергиядан айырмаланып, потенциалдык энергия оң же терс мааниге ээ болушу мүмкүн. Эгерде h бийиктиги Жердин бетине салыштырмалуу өлчөнсө, анда тереңдиги ℓ болгон чуңкурдун түбүндөгү таштын потенциалдык энергиясы $mg\ell$ ге барабар болот ($\ell > 0$ экендигин белгилей кетебиз, себеби тереңдик узундук сыяктуу эле терс болушу мүмкүн эмес).

Мейли, бөлүкчө консервативдик күчтөрдүн талаасында кыймылдасын дейли. 1-чекиттен 2-чекитке өткөндө анын үстүнөн аткарылган жумуш (4.46) формуласы менен аныкталат. (4.34) формуласына ылайык бул жумуш бөлүкчөнүн кинетикалык энергиясынын өсүндүсүнө барабар. Жумуш үчүн алынган бул эки туюнтмаларды барабарлап, $E_{p1} - E_{p2} = E_{k2} - E_{k1}$ катнашын алабыз, мындан

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}, \quad (4.48)$$

келип чыгат.

Кинетикалык жана потенциалдык энергиялардын суммасына барабар E чоңдугу бөлүкчөнүн толук механикалык энергиясы деп аталат. (4.48) формуласы $E_1 = E_2$, б.а. консервативдик күчтөрдүн талаасында кыймылдаган бөлүкчөнүн толук механикалык энергиясы турактуу бойдон калат дегенди билгизет.

Оордук күчүнүн талаасындагы бөлүкчө үчүн толук энергия

$$E = \frac{m\vartheta^2}{2} + mgh, \quad (4.49)$$

туюнтмасы менен аныкталат.

Кинетикалык жана потенциалдык энергиялар бири бирине өтүп турушат. Бирок бөлүкчөгө консервативдик күчтөрдүн потенциалдык энергиясын шарттаган күчтөрдөн башка күчтөр аракет этпесе, толук энергия турактуу бойдон калат. Бөлүкчө h бийиктигинен эркин түшөт дейли. Алгач анын кинетикалык энергиясы нөлгө барабар, ал эми потенциалдык энергиясы максималдык мааниге mgh ка ээ. Кинематикадан түшкөн нерсенин акыркы моменттеги ылдамдыгы $\vartheta = \sqrt{2gh}$ формуласы менен

аныкталаары белгилүү. Демек, түшүүнүн акырында бөлүкчөнүн кинетикалык энергиясы

$$E_k = \frac{m\vartheta^2}{2} = \frac{m(\sqrt{2gh})^2}{2} = mgh$$

барабар. Түшүүнүн акырында $h = 0$, $E_p = mgh = 0$. Ошентип потенциалдык энергия кинетикалык энергиянын эквиваленттүү санына айланды.

Эгерде потенциалдык энергия үчүн $E_p(x, y, z)$ туюнтмасы белгилүү болсо, талаанын ар бир чекитинде бөлүкчөгө аракет эткен күчтү тапсак болот. Бөлүкчө x окуна жарыш кыймылдап, анын x координаты dx өсүндүсүнө ээ болсун дейли. Мында талаанын күчтөрү бөлүкчөнүн үстүнөн $d\vec{A} = \vec{F}d\vec{s} = F_x ds_x$ жумушун аткарышат. ds которулушунун x окуна болгон проекциясы dx ка барабар, ошондуктан $dA = F_x dx$. Ошону менен бирге (4.46) формуласына ылайык бул жумуш потенциалдык энергиянын азайышына барабар болушу керек; $dA = -dE_p$. Жумуштун бул эки туюнтмасын барабарлап, $F_x dx = -dE_p$ экендигин табабыз, мындан

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x}.$$

Биз x боюнча туунду y жана z координаттары турактуу болгондо гана алынаарын белгилеп көрсөтүү үчүн $\frac{dE_p}{dx}$ тин ордуна

$\frac{\partial E_p}{\partial x}$ деп жазып алдык. Бул шарт аткарылганда, алынган туунду

жекече деп аталат. Ошентип, x огу боюнча күчтүн түзүүчүсү терс белгиси менен алынган потенциалдык энергиядан x өзгөрмөлүүсү боюнча алынган жекече туундуга барабар. Күчтүн y жана z огу боюнча түзүүчүлөрү үчүн дагы ушундай эле туюнтмалар алынат. Демек, биз төмөндөгүдөй катнаштарга ээ болобуз

$$F_x = -\frac{\partial E_p}{\partial x}, \quad F_y = -\frac{\partial E_p}{\partial y}, \quad F_z = -\frac{\partial E_p}{\partial z}. \quad (4.50)$$

Вектордук талдоодон вектордун түзүүчүлөрүнүн тиешелүү орталарга болгон көбөйтүндүлөрүнүн суммасы векторду берээри белгилүү. Анда күчтүн вектору үчүн:

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k} = - \left(\frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k} \right). \quad (4.51)$$

Түзүүчүлөрү x, y, z , координаттарынан көз каранды ϕ скалярдык функциясынын жекече туундулары $\frac{\partial E_p}{\partial x}, \frac{\partial E_p}{\partial y}, \frac{\partial E_p}{\partial z}$ болгон вектор ϕ функциясынын градиенти деп аталып, $\text{grad } \phi$ символу менен белгиленет:

$$\text{grad } \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \vec{k} \quad (4.52)$$

$\text{grad } \phi$ векторунун багыты ага бойлото ϕ функциясы эң чоң ылдамдык менен өскөн l огунын багыты менен дал келет жана модулу l огуна бойлото которулгандагы ϕ функциясынын өсүшүнүн ылдамдыгына $\frac{\partial \phi}{\partial l}$ ге барабар болот. Мисал катарында бир эле координаттан, x тен, көз каранды функцияны карап көрөлү. Мындай функция үчүн

$$\text{grad } \phi = \frac{d\phi}{dx} \vec{i}.$$

Бул учурда $\frac{d\phi}{dx} > 0$ болсо, l огу болуп x огу эсептелинет,

$\frac{d\phi}{dx} < 0$ болсо, l огу катары x огуна карама каршы ок алынат,

$\text{grad } \phi$ нин модулу $\left| \frac{d\phi}{dx} \right|$ ке, т.а., $\frac{d\phi}{dl}$ ге барабар.

(4.52) туюнтмасын ϕ функциясына **Гамильтондун оператору же набла оператору** деп аталган

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}, \quad (4.53)$$

операторунун аракетинин натыйжасы катарында карасак болот. Ошондуктан φ функциясынын градиентин $\vec{\nabla}\varphi$ түрүндө көргөзөбүз:

$$\text{grad}\varphi \equiv \vec{\nabla}\varphi$$

(4.51) жана (4.52) туюнтмаларын салыштыруудан

$$\vec{F} = -\text{grad}E_p \quad \text{же} \quad \vec{F} = -\vec{\nabla}E_p. \quad (4.54)$$

Ошентип консервативдик күч терс белгиси менен алынган бөлүкчөнүн потенциалдык энергиясынын градиентине барабар.

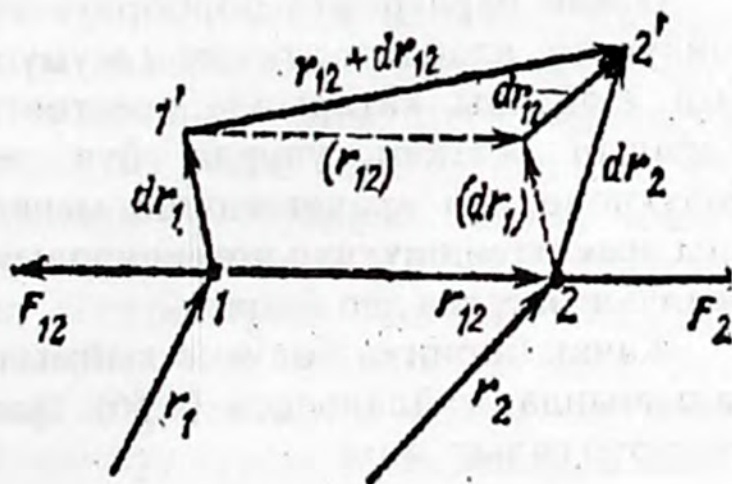
Эгерде система тышкы консервативдик күчтөрдүн талаасында жайланышкан, бири-бири менен аракет этишкен N бөлүкчөлөрдөн турса, бул системанын потенциалдык энергиясы ар бир бөлүкчөнүн потенциалдык энергияларынын суммасына барабар:

$$E_p = \sum_{i=1}^N F_{pi}. \quad (4.55)$$

Мында E_{pi} i -бөлүкчөнүн потенциалдык энергиясы. E_p функциясы бардык N бөлүкчөлөрдүн координаттарынан көз каранды. i -чи бөлүкчөгө аракет эткен күч $\vec{F}_i = -\vec{\nabla}E_{pi}$.

3.6. Аракет этишүүнүн потенциалдык энергиясы

Бири-бири менен аракет этишкен эки бөлүкчөдөн турган системаны карайбыз. Бөлүкчөлөрдүн аракет эткен күчтөрү эки бөлүкчө аркылуу өткөн түз сызыкты бойлото багытталсын жана бөлүкчөлөрдүн ортосундагы аралыктан көз каранды болсун дейли. Бул



4.13-сүрөт

күчтөр берилген система үчүн ички күчтөр болуп эсептелет. Мындай касиеттерге гравитациялык, электрдик (Кулондун законуна баш ийишкен) күчтөр ээ болоорун белгилей кетелиз.

Биринчи бөлүкчө \vec{dr}_1 ге, 2-бөлүкчө \vec{dr}_2 ге которулгандагы ички күчтөрдүн аткарган жумушун табабыз (бөлүкчөнүн которулушу $d\vec{s}$, анын радиус-векторунун өсүндүсүнө барабар экендигин эске алабыз). 4.13-сүрөтүнөн бул жумушту

$$\begin{aligned} dA &= \vec{F}_{12}d\vec{r}_1 + \vec{F}_{21}d\vec{r}_2 = \vec{F}_{12}d\vec{r}_1 + \vec{F}_{21}(d\vec{r}_1 + d\vec{r}_{12}) = \\ &= (\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21})d\vec{r}_1 + \vec{F}_{21}d\vec{r}_{12}, \end{aligned}$$

түрүндө көргөзсөк боло тургандыгы келип чыгат. Ньютондун үчүнчү законуна ылайык $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$, демек, $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$. Ошондуктан ички күчтөрдүн жумушу үчүн туюнтма жөнөкөй түргө ээ болот:

$$dA = \vec{F}_{21}d\vec{r}_{12} \quad (4.56)$$

Мындай жумуш биринчи бөлүкчө кыймылсыз болуп координат башталмасында жайланышып, ал эми экинчи бөлүкчө \vec{r}_{12} радиус-векторунун өсүндүсүнө барабар $d\vec{r}_{12}$ которулушуна ээ болгон учурда да аткарылмат. Мындан эки бөлүкчөнүн кыймылы кезиндеги ички күчтөрдүн аткарган жумушун бөлүкчөнүн бирөөнү кыймылсыз деп алып, экинчисин биринчи бөлүкчө түзгөн күчтөрдүн борбордук талаасында кыймылдайт деп эсептесек болот.

Өткөн параграфта борбордук күчтөр консервативдик болгондуктан, алардын аткарган жумушун потенциалдык энергиянын азайышы катарында эсептөөгө болоорун көргөзгөнбүз. Каралып жаткан учурда бул энергия системага кирген бөлүкчөлөрдүн аракеттениши менен шартталган, ошондуктан аны **аракеттенишүүнүн потенциалдык энергиясы же өз ара потенциалдык энергия** деп аташат.

Качан биринчи бөлүкчө кыймылсыз болуп, координат башталышында жайланышса (4.56) туюнтмасындагы индекстерди түшүрүп салып, аны

$$dA = \vec{F}d\vec{r}, \quad (4.57)$$

түрүндө жазсак болот, мында \vec{F} 2-бөлүкчөгө аракет эткен борбордук күч \vec{r} – ушул бөлүкчөнүн радиус-вектору.

Эгерде бөлүкчө күчтүк борборго тартылса, 1-чекиттен экинчи чекитке чейинки каалагандай жолдогу жумуш (4.44) туюнтмасы менен аныкталат. Бул жумушту потенциалдык энергиянын азайышына барабарлап, төмөндөгүнү алабыз:

$$A_{12} = - \int_{r_1}^{r_2} F(r) dr = E_{p_1} - E_{p_2} . \quad (4.58)$$

Бөлүкчөлөрдү гравитациялык тартуу учурунда

$$F(r) = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} .$$

Демек,

$$A_{12} = - \int_{r_1}^{r_2} F(r) dr = -\gamma m_1 m_2 \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{\gamma m_1 m_2}{r_2} - \frac{\gamma m_1 m_2}{r_1} . \quad (4.59)$$

(4.58) жана (4.59) катнаштарын салыштыруу эки бөлүкчөнүн гравитациялык аракеттенишүүсү үчүн

$$E_p = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r} , \quad (4.60)$$

туюнтмасын берет.

Аракеттенишүүнүн потенциалдык энергиясы тышкы күчтүн талаадагы потенциалдык энергия сыяктуу эле каалагандай аддитивдүү турактууга чейинки тактык менен өлчөнөт. Чындыгында эле (4.59) туюнтмасына каалагандай турактууну кошуу (4.58) формуласы боюнча эсептелген жумуштун маанисин өзгөртпөйт. Адатта, бул турактууну нөлгө барабар деп алышат. Ал эми мунун өзү бөлүкчөлөрдүн ортосундагы аралык чексиз чоң болгондо (т.а., алар аракет этишпегенде), потенциалдык энергия нөлгө барабар деп эсептелээрин билгизет. Мындай нормалоодо потенциалдык энергия терс болуп калат экен. Бул бөлүкчөлөрдү жакындатканда алардын ортосундагы тартылуу күчү оң иш аткарып жана тиешелүү түрдө потенциалдык энергиянын азайышы дагы оң болушу керек экендиги менен дал келишет.

(4.59) туюнтмасына окшош туюнтма аракеттенишүү күчүнүн модулу ортолорундагы аралыктын квадратына тескери пропорционалдуу өзгөргөн эки чекиттик q_1 жана q_2 заряддарынын өз ара аракеттенишүү энергиясы үчүн дагы алынат. Демек,

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

болсо, бул учурда

$$E_p = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r} \quad (4.61)$$

экендигин оңой эле далилдесек болот.

Система ортолорундагы аракеттенишүү күчтөр консервативдүү болгон N бөлүкчөдөн турса, анын өз ара аракеттенишүүсүнүн потенциалдык энергиясы жубу менен алынган бөлүкчөлөрдүн аракеттенишүү энергияларынын кошулушунан тураарын көргөзсө болот. Мисалы үч бөлүкчө үчүн

$$E_p = E_{p,12} + E_{p,23} + E_{p,31},$$

мында $E_{p,12}$ – биринчи жана экинчи бөлүкчөлөрдүн аракеттенишүү энергиясы ж.б. Бул туюнтманы

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,k=1 \\ (i \neq k)}}^3 E_{p,ik}, \quad (4.62)$$

түрүндө көргөзсөк болот, мында i жана k индекстери бири-биринен көз карандысыз 1, 2, 3 маанилерине ээ, $i = k$ учуру болбойт. Бул туюнтманын курамына $3 \cdot 2 = 6$ кошулуучу кирет. Сум-

манын астындагы $\frac{1}{2}$ көбөйтүндүсү биринчи жана экинчи бөлүкчөнүн аракеттенишүү энергиясы $E_{p,12}$ жана $E_{p,21}$ түрүндө суммага эки жолу киргендиги менен түшүндүрүлөт. Каалагандай N бөлүкчө үчүн

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,k=1 \\ (i \neq k)}}^N E_{p,ik} \quad (4.63)$$

Бул сумма $N(N-1)$ кошулуучудан турат (ар бир N бөлүкчө $N-1$ бөлүкчө менен аракеттенишет).

Бөлүкчөлөрдүн системасынын өз ара аракеттенишүү энергиясы алардын өз ара жайланышынан гана көз каранды болот. Эгерде бөлүкчөлөрдүн кыймылында алардын өз ара жайланышы өзгөрбөсө, анда алардын потенциалдык энергиясы өзгөрүүсүз калып, ички күчтөр жумуш аткарышпайт.

Потенциалдык энергияга өз ара аракеттенишкен бөлүкчөлөрдүн системасы эле ээ болбостон, деформацияланган туташ нерселер (чоюлган же кысылган зым оромомо) дагы ээ болушат. Бул убакытта потенциалдык энергия нерселердин ар кайсы бөлүкчөлөрүнүн өз ара жайланышынан көз каранды болот (мисалы зымдын оромдорунун ортосундагы аралыктан). Зым оромону x чоңдугуна чоюу же кысуу үчүн $A = kx^2/2$ жумушун аткаруу керек. Бул жумуш зым оромонун потенциалдык энергиясына өсүндү берүүгө жумшалат. Демек, зым оромонун потенциалдык энергиясынын x узарышынан болгон көз карандылыгы

$$E_p = \frac{kx^2}{2} \quad (4.64)$$

түрүнө ээ болот (мында деформацияланбаган зым оромонун энергиясы нөлгө барабар деп алынды).

Текшерүү суроолору

1. Турактуу күчтүн жумушу кантип эсептелет?
2. Бир тектүү жана борбордук гравитациялык талаалардагы жумушту эсептеп чыккыла.
3. Кубаттуулук деп эмнени айтабыз? Берилген кубаттуулук боюнча жумушту кантип аныктоого болот? $N = \vec{F}\vec{v}$ формуласын чыгаргыла. Бул формуланын физикалык мааниси кандай?
4. Жумуш жана кубаттуулук СИ жана СГС системаларында кандай бирдиктер менен өлчөнөт? Бул бирдиктердин аныктамасын айткыла жана алардын ортосундагы байланышты тапкыла.
5. Консервативдик күчтөр деп эмнени айтабыз? Консервативдик күчтөргө мисалдар келтиргиле. Гравитациялык жана серпилүү күчтөрү консервативдик экенин көргөзгүлө.

6. Нерсенин кинетикалык энергиясы деп эмнени айтабыз? Кинетикалык энергия $E_k = \frac{m\vartheta^2}{2}$ формуласы менен эсептелээрин көргөзгүлө. Кинетикалык энергия кандай бирдиктер менен өлчөнөт?
7. Кинетикалык энергиянын өзгөрүшү жөнүндөгү аныктаманы далилдегиле. Эмне себептен бул аныктама бардык күчтөрдүн тең аракет этүүчүсү үчүн гана туура экендигин түшүндүргүлө.
8. Потенциалдык энергия деп эмнени айтабыз? Ал эмнеден көз каранды? Эмне себептен потенциалдык энергия кандайдыр бир турактуу чондукка чейинки тактыкта аныкталаарын түшүндүргүлө. Бул турактуулук кантип тандалып алынат? Ал эмнеден көз каранды? Потенциалдык энергия кантип эсептелет? Ал кайсы бирдиктер менен өлчөнөт?
9. Күчтүн аткарган жумушу менен потенциалдык энергиянын өзгөрүшүнүн ортосундагы байланышты чыгаргыла. Бардык эле күчтөрдүн жумушун потенциалдык энергиялардын айырмасы менен туюнтса болобу?
10. Консервативдик күчтү потенциалдык энергия менен байланыштырган формуланы чыгаргыла (гравитациялык жана серпилүү күчтөрү үчүн).

3.7. Энергиянын сакталуу закону

Жогорудагы параграфтарда алынган жыйынтыктарды топтоштуралы. Бул үчүн тышкы консервативдик жана консервативдик эмес күчтөрдүн аракетине дуушарланып, бири-бири менен аракеттенишкен N бөлүкчөдөн турган системаны карайбыз. Бөлүкчөлөрдүн ортосундагы аракеттешүү күчтөрүн консервативдик деп боолголоп алабыз. Система бир орундан экинчи орунга которулганда, анын бөлүкчөлөрүнүн өз ара жайланышы өзгөрдү деп алып, алардын үстүнөн аткарылган жумушту аныктайбыз.

Тышкы консервативдик күчтөрдүн жумушу тышкы күчтүк талаада системанын потенциалдык энергиясынын азайышы катарында көргөзүлсө болот:

$$A_{12, \text{тыш, консерв}} = E_{p1}' - E_{p2}',$$

мында, E_p' (4.45) формуласы менен аныкталат.

Ички күчтөрдүн аткарган жумушу бөлүкчөлөрдүн өз ара аракеттенишүүсүнүн потенциалдык энергиясынын азайышына барабар:

$$A_{12, \text{ички}} = E_{p1}'' - E_{p2}'',$$

мында, E_{p1}'' (4.63) формуласы менен аныкталат.

Консервативдик эмес күчтөрдүн жумушун A_{12}^* аркылуу белгилейбиз. (4.34) формуласына ылайык бардык күчтөрдүн суммалык жумушу системанын кинетикалык энергиясын өстүрүүгө жумшалат. Системанын кинетикалык энергиясы бөлүкчөлөрдүн кинетикалык энергияларынын суммасына барабар:

$$E_k = \sum_{i=1}^N \frac{m_i v_i^2}{2}. \quad (4.65)$$

Демек,

$$(E_{p1}' - E_{p2}') + (E_{p1}'' - E_{p2}'') + A_{12}^* = E_{k2} - E_{k1}.$$

Бул катнаштын мүчөлөрүн төмөнкүчө топтойбуз:

$$(E_{k2} + E_{p2}' + E_{p2}'') - (E_{k1} + E_{p1}' + E_{p1}'') = A_{12}^*.$$

Кинетикалык жана потенциалдык энергиялардын суммасы системанын толук механикалык энергиясын берет:

$$E = E_k + E_p' + E_p''. \quad (4.66)$$

Ошентип биз консервативдик эмес күчтөрдүн жумушу системанын толук энергиясынын өсүндүсүнө барабар экендигин аныктадык:

$$E_2 - E_k = A_{12}^*. \quad (4.67)$$

Бул туюнтмадан консервативдик эмес күчтөр жок кезинде системанын толук механикалык энергиясы турактуу бойдон калат деген тыянак чыгат:

$$E = E_k + E_p' + E_p'' = \text{const}. \quad (4.68)$$

Бул механикалык энергиянын сакталуу закону болуп эсептелинет. Ал закон төмөнкүчө айтылат: **консервативдик күчтөрдүн гана аракети астында болгон материалдык чекиттердин системасынын толук механикалык энергиясы турактуу бойдон калат.**

Эгерде система туюк болсо жана бөлүкчөлөрдүн ортосундагы аракеттенишүү күчтөрү консервативдүү болсо, анда толук энергия болгону эки кошулуучуну өзүнө камтыйт:

$$E = E_k + E_p'',$$

мында E_p'' – өз ара аракеттешүүнүн потенциалдык энергиясы. Бул учурда механикалык энергиянын айтылышы төмөнкүчө: **Ортолорунда болгону консервативдик күчтөр аракет эткен материалдык чекиттердин туюк системасынын толук механикалык энергиясы турактуу бойдон калат.**

Энергиянын сакталуу законунун негизинде убакыттын бир тектүүлүгү, т.а., нерселердин координаттарынын жана ылдамдыктарынын маанисин өзгөртпөй, t_1 убакыт моментин t_2 убакыт моментине алмаштыруу механикалык системанын касиетин өзгөртпөйт деген убакыттын бардык моменттеринин бирдей маанилүүлүгү жатат. Система t_1 моментинен баштап кандай абалда болсо, t_2 моментинен баштаганда дагы ошондой абалда болот.

Консервативдик эмес күчтөр бар болсо, системанын толук механикалык энергиясы сакталбайт (4.66 ны кара). Сүрүлүү күчү, чөйрөнүн каршылык көрсөтүүчү күчтөрү консервативдик эмес күчтөрдөн болушат. Бул күчтөрдүн жумушу, адатта, терс мааниге ээ. Ошондуктан сүрүлүү күчү жана чөйрөнүн каршылык күчү бар кезде системанын толук механикалык энергиясы азайып, нерселердин ички энергиясына өтүп, аларды ысытат. Мындай кубулуш **энергиянын диссипациясы** (латындын диссипация-чачыроо деген сөзү) деп аталат. Консервативдик эмес күчтөр сөзсүз эле диссипативдик болушу керек эмес экендигин белгилей кетүүбүз зарыл.

Энергиянын сакталуу закону жалпылык мүнөзүнө ээ. Ал жаратылыштагы өтүп жаткан бардык процесстерге тиешелүү. Обочолонгон нерселердин жана талаалардын толук энергиясы дайыма турактуу бойдон калат: энергия болгону бир формадан экинчисине өтөт. Бул материянын жана анын кыймылынын түбөлүктүүлүгүнүн далили болуп эсептелет.

§ 4. Материалдык чекиттин статикасы

Статика – механиканын тең салмактуулукту изилдеген бөлүгү. Биз материалдык чекиттин тең салмактуулугун карайбыз.

Тең салмактуулуктун түрлөрү. Тең салмактуулук абалы материалдык чекиттин ылдамдыгы жана ага аракет эткен күчтөрдүн суммасы нөлгө барабар болушу менен мүнөздөлөт. Эгерде материалдык чекитти тең салмактуулук абалынан кичине эле четтетсек, анда ага аракет эткен күчтөр өзгөрүп, алардын суммасы нөлгө барабар болбой калышы мүмкүн. Күчтөрдүн суммасынын өзгөрүшүнө жараша тең салмактуулук үчкө бөлүнөт.

Эгерде нерсени (чекитти) тең салмактуу абалынан кыйшайткандагы күчтөрдүн суммасы нерсени тең салмактуу абалына кайтарса, анда мындай тең салмактуук **турактуу** деп аталат. Мындай тең салмактуулук ар бир реалдык нерсеге аракет этүүчү кокустан болгон кичинекей түртмөлөөлөргө моюн бербестен, каалагандай узак убакытка сакталышы мүмкүн.

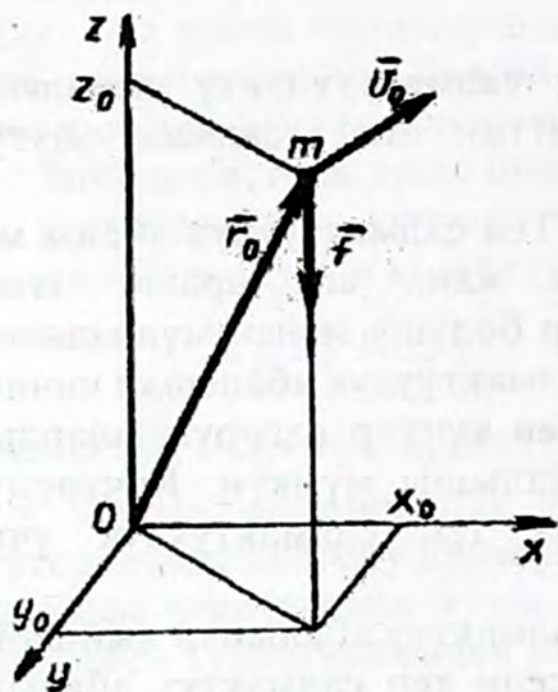
Эгерде нерсе кыйшайганда пайда болгон күч аны андан ары тең салмактуулук абалынан алыстатса, анда мындай тең салмактуулук **турактуу эмес** деп аталат.

Эгерде нерсени тең салмактуу абалынан чыгарганда күчтөр пайда болбосо, анда мындай тең салмактуулук **кайдыгер** деп аталат.

Ар түрдүү тең салмактуулук үчүн нерсенин потенциалдык энергиясы. Эгерде нерсе потенциалдык энергиясы минималдык мааниге ээ абалда болсо, анда бул абал турактуу тең салмактуу абалына туура келет. Эгерде нерсе потенциалдык энергиясы максималдуу мааниге ээ абалда болсо, анда бул абал турактуу эмес тең салмактуулук абалы болот.

Эгерде нерсенин консервативдик күчтөрдүн турактуу талаасындагы потенциалдык энергиясынын өзгөрүү закону $E_p = E_p(x)$ белгилүү болсо, анда бул функциянын графигинен нерсенин турактуу же турактуу эмес тең салмактуу абалдарынын координаттарын аныктасак болот.

4.14-сүрөтүндөгү көргөзүлгөн нерсенин потенциалдык энергиясынын графигинин x_1 жана x_3 координаттарына ээ абалы



4.14-сүрөт

турактуу эмес, x_2 абалы турактуу тең салмактуулук абалына туура келишет. Муну төмөндөгүчө текшерсек болот. Эгерде нерсени x_1 чекитинде тең салмактуу абалынан оң жакка кыйшайтсак, x огундагы жанымалык кыйшаюу бурчунун тангенсинин мааниси-не ээ $\frac{\partial E_p}{\partial x}$ туундусу терс, ал эми

күч $F = -\frac{dE_p}{dx}$ оң белгилерге ээ

болушат. Күчтүн оң белгиси ал координаттардын өскөн жагына багытталгандыгын көргөзөт. Эгерде нерсени x_1 абалынан сол-

го кыйшайтсак, тескерисинче $\frac{dE_p}{dx}$ оң, күч терс белгиге ээ бо-

лот. Бул болсо күч x координатынын кичирейген жагына багытталгандыгын билгизет. Демек, x_1 координатына туура келүүчү абал турактуу эмес тең салмактуулук абалы болот экен. x_2 абалына туура келүүчү абал турактуу тең салмактуу абал экендигин ушуга окшош эле көргөзсөк болот. Мисалы, зым оромого илинген күчтүн тең салмактуу абалын табалы. Күчтүн потенциалдык энергиясы эки түзүүчүдөн: зым оромонун серпилүү деформация-

сы менен шартталган $E_{p.сер} = \frac{kx^2}{2}$ жана гравитациялык аракет-

тенишүү менен шартталган $E_{p.грав} = -mgx$ (x огу ылдый багытталган) энергияларынан турат. Системанын толук энергиясы төмөнкүгө барабар:

$$E = E_{p.сер} + E_{p.грав}$$

же

$$E = \frac{kx^2}{2} - mgx.$$

Мындан x боюнча туунду алып, аны нөлгө барабарлайбыз

$$\frac{dE}{dx} = kx - mg = 0,$$

Бул тендемеден турактуу тең салмактуу абалынын координатын таап алабыз,

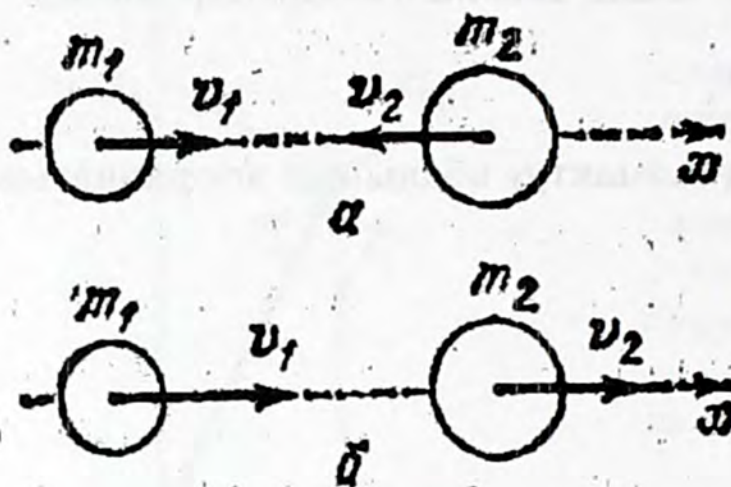
$$x = \frac{mg}{k}.$$

§ 5. Нерселердин кагылышы

Нерселер кагылышканда аздыр-көптүр деформацияланышат. Бул учурда кинетикалык энергиянын бөлүгү же бардыгы серпилүүчү деформациянын кинетикалык энергиясына же нерсенин ички энергиясына өтүп кетет. Ички энергиянын өсүшү нерселердин ысышына алып келет.

Кагылышуунун эки чектик учурун – абсолюттуу серпилүү эмес жана абсолюттуу серпилүү кагылышууларын – карайбыз. Абсолюттуу серпилүү эмес учурда серпилүүчү деформациянын потенциалдык энергиясы пайда болбойт; нерсенин кинетикалык энергиясынын бөлүгү же бардыгы ички энергияга айланат; кагылышуудан кийин нерселер бирдей ылдамдык менен кыймылдашат (б.а., бир нерсе сыяктуу) же тынч абалда болушат. Мындай кагылышууда импульстун сакталуу закону гана сакталат, ал эми механикалык энергиянын сакталуу закону аткарылбайт, себеби механикалык энергиянын бөлүгү же бардыгы ички энергияга өтүп кетет.

Кагылышууда нерселердин толук механикалык энергиясы сакталса, анда мындай кагылышуу абсолюттуу серпилүүчү деп аталат. Алгач кинетикалык энергиянын бөлүгү же бардыгы серпилүүчү деформациянын потенциалдык энергиясына өтөт. Андан соң нерселер бири-бирин түртүү менен, баштапкы формасына кайтып келишет. Натыйжада, серпилүү деформациясынын потенциалдык энергиясы кайтадан кинетикалык энергияга өтөт да, нерселер эки шарт менен – суммардык энергиялардын жана импульстардын сакталышы менен аныкталган ылдамдыктарга ээ болуп, чачырап кетишет.



4.15-сүрөт

Биз бир тектүү эки шардын борбордук кагылышууларын карайлы. Эгерде шарлар кагылышканга чейин алардын борборлору аркылуу өткөн түз сызыкты бойлото кыймылдашса, кагылышуу борбордук деп аталат (4.15-сүр.). Симметриянын түшүнүктөрүнө ылайык, кагылышкандан кийин деле шарлар ошол эле түз

сызыкты бойлото кыймылдашат. Шарлар алга умтулуу кыймылына ээ дейли (б.а., айлануу кыймылы жок). Шарларга аракет эткен тышкы күчтөр бири-бирин теңдешкендиктен, алар туюк системаны түзөт деп эсептейли.

Шарлардын массаларын m_1 жана m_2 , кагылышууга чейинки ылдамдыктарын \bar{v}_1 жана \bar{v}_2 деп белгилейбиз.

Абсолюттук серпилүү эмес кагылышуудан баштайлы. Импульстун сакталуу законуна ылайык шарлардын кагылышуудан кийинки суммардык импульсу кагылышууга чейинкидей эле болот. Ошондуктан

$$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = (m_1 + m_2) \bar{v}' ,$$

мында \bar{v}' - шарлардын кагылышкандан кийинки бирдей ылдамдыгы. Мындан

$$\bar{v}' = \frac{m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2}{m_1 + m_2} . \quad (4.69)$$

Сандык эсептөөлөрдү жүргүзүү үчүн 4.15-сүрөтүндөгү бардык векторлорду x огуна проекциялаш керек.

Эми абсолюттуу серпилүүчү кагылышууну карайбыз. Импульстун жана энергиянын сакталуу закондорунун тендемелерин жазабыз:

$$m_1 \bar{\vartheta}_1 + m_2 \bar{\vartheta}_2 = m_1 \bar{\vartheta}'_1 + m_2 \bar{\vartheta}'_2,$$

$$\frac{m_1 \bar{\vartheta}_1^2}{2} + \frac{m_2 \bar{\vartheta}_2^2}{2} = \frac{m_1 \bar{\vartheta}'_1{}^2}{2} + \frac{m_2 \bar{\vartheta}'_2{}^2}{2}.$$

Бул теңдемелерди төмөндөгүчө өзгөртүп түзүп алабыз:

$$m_1 (\bar{\vartheta}_1 - \bar{\vartheta}'_1) = m_2 (\bar{\vartheta}'_2 - \bar{\vartheta}_2) \quad (4.70)$$

$$\left[m_1 (\bar{\vartheta}_1 - \bar{\vartheta}'_1) \right] (\bar{\vartheta}_1 + \bar{\vartheta}'_1) = \left[m_2 (\bar{\vartheta}'_2 - \bar{\vartheta}_2) \right] (\bar{\vartheta}'_2 + \bar{\vartheta}_2), \quad (4.71)$$

(биз, $(\bar{A}^2 - \bar{B}^2) = (\bar{A} + \bar{B})(\bar{A} - \bar{B})$ эрежесин пайдаландык).

(4.70) жана (4.71) теңдемелерине кирген бардык векторлор коллинеарлуу. Коллинеарлуу векторлор үчүн $\bar{A} = \bar{B}$ жана $\bar{A}\bar{C} = \bar{B}\bar{D}$ барабардыктарынан $\bar{C} = \bar{D}$ келип чыгат. Ошондуктан

$$\bar{\vartheta}_1 + \bar{\vartheta}'_1 = \bar{\vartheta}'_2 + \bar{\vartheta}_2, \quad (4.72)$$

деп жазсак болот. (4.72) ни m_2 ге көбөйтүп, жыйынтыгын (4.70) тен алып, андан соң (4.72) ни m_1 ге көбөйтүп жыйынтыгын (4.60) ка кошуп, кагылышуудан кийинки шарлардын ылдамдыктарын табабыз:

$$\bar{\vartheta}'_1 = \frac{2m_2 \bar{\vartheta}_2 + (m_1 - m_2) \bar{\vartheta}_1}{m_1 + m_2}, \quad \bar{\vartheta}'_2 = \frac{2m_1 \bar{\vartheta}_1 + (m_2 - m_1) \bar{\vartheta}_2}{m_1 + m_2}. \quad (4.73)$$

$\bar{\vartheta}'_2$ үчүн жазылган туюнтма $\bar{\vartheta}'_1$ үчүн жазылган туюнтмадан 1 жана 2 индекстеринин орун алмашуусу менен гана айырмаланаарын белгилей кетебиз. Бул табигый нерсе, себеби кагылышууда шарлар толугу менен теңдеш болгондуктан, алардын кайсынысын биринчи, кайсынысын экинчи деп алгандын айырмасы жок.

Эсептөөлөрдү жүргүзүү үчүн бардык векторлорду x огуна проекциялап алабыз. 4.15-сүрөтүндөгү a учурун карайлы. Бул учурда $\bar{\vartheta}_1$ жана $\bar{\vartheta}_2$ векторлорунун проекциялары тиешелүү түрдө алардын оң жана терс белгилери менен алынган модулдарына барабар: $\vartheta_{1x} = \vartheta_1, \vartheta_{2x} = -\vartheta_2$. Ошондуктан

$$v'_{1x} = \frac{-2m_2 v_2 + (m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}, v'_{2x} = \frac{2m_1 v_1 - (m_2 - m_1)v_2}{m_1 + m_2}. \quad (4.74)$$

Мисал: $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 2$ кг, $v_1 = 1$ м/с, $v_2 = 3$ м/с болсун дейли. Бул сан маанилерди (4.74) формуласына койсок, $v'_{1x} = -(13/3)$ м/с, $v'_{2x} = -(1/3)$ м/с болоору келип чыгат. Эки проекция тең терс болуп калышты. Бул кагылышкандан кийин эки шар тең сол тарапты көздөй кыймылдайт дегенди билгизет. Демек, биринчи шар кыймыл багытын карама-каршыга өзгөрттү, экинчи шар кагылышкандан кийин баштапкы кыймыл багытын сактап калды, болгону анын ылдамдыктарынын модулу өзгөрдү (3 төн $1/3$ м/с га чейин).

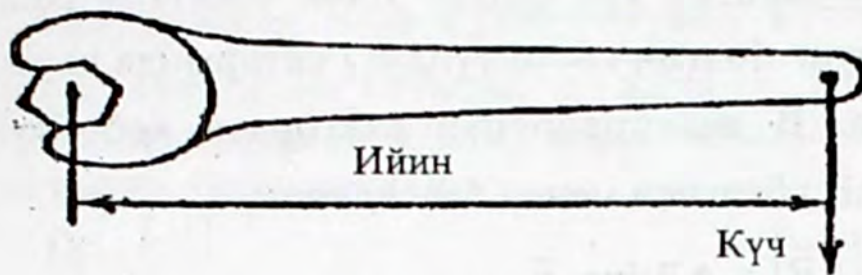
Шарлардын массалары бирдей болгон учур өзгөчө кызыгууну туудурат. Бул учурда (4.73) формуласынан

$$\bar{v}'_1 = \bar{v}_2, \bar{v}'_2 = \bar{v}_1.$$

Демек, бирдей массадагы шарлар борбордук кагылышууда ылдамдыктарын алмашышат. Мисалы, кагылышууга чейин шарлардын бирөө тынч абалда болсо, кагылышуудан кийин тынч абалда болуп калган башка шар кагылышууга чейин кандай ылдамдыкка ээ болсо, ошондой ылдамдык менен кыймылдайт. Борбордук абсолюттуу серпилүүчү кагылышууда кыймылдаган шар өзүнүн ылдамдыгын массасы бирдей болгон кыймылсыз шарга толугу менен берет.

§ 6. Күчтүн моменти

Күндөлүк турмуштан кандайдыр бир нерсени рычагдын жардамы менен бураганда (мисалы, ачкыч менен машиналардын бурамаларын тартканда) күчтүн эле модулу негизги ролду ойнобостон, рычагдын узундугу да чоң мааниге ээ болорун билебиз (4.16-сүр.).

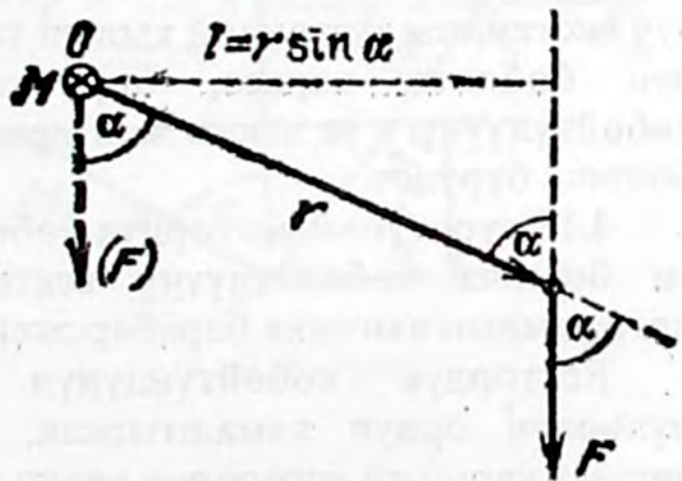


4.16-сүрөт

О чекитине салыштырмалуу **күчтүн моменти** деп модулу \vec{F} күчүнүн модулунун анын ийинине болгон көбөйтүндүсүнө барабар \vec{M} векторун айтабыз:

$$M = F \ell = Fr \sin \alpha. \quad (4.75)$$

Күчтүн ийни деп О чекитинен күч бойлото аракет кылган сызыкка чейинки түшүрүлгөн перпендикулярдын узундугун айтышат (4.17-сүр.). \vec{M} вектору күч жана О чекити жаткан тегиздикке күч шарттаган айлануунун багыты жана \vec{M} векторунун багыты оң бурамалуу системаны (оң сайлуу бураманын күчтүн аракет этүү багыты боюнча буралышы бураманын \vec{M} векторунун багыты боюнча которулусун шарттагандай болушу керек) түзгөндөй болуп перпендикулярдуу багытталат. \vec{M} векторунун багыты шарттуу түрдө аныкталгандыктан, ал псевдовектор болуп эсептелет.



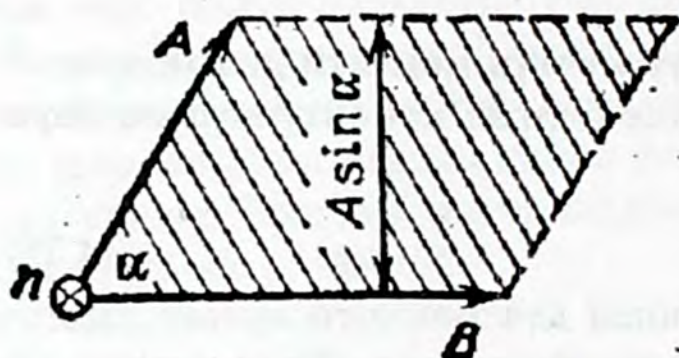
4.17-сүрөт

4.17-сүрөтүндө \vec{M} вектору ичинде чытыры бар тегерекче түрүндө көргөзүлгөн. Бул чийменин тегиздигине перпендикулярдуу жана бизден ары багытталган векторлордун белгилениши. Чийменин тегиздигине перпендикулярдуу жана “бизге” багытталган векторлор ичинде чекити бар тегерекче менен белгиленет.

Күчтүн моментин күч аракет эткен чекиттин радиус векторунун \vec{r} күчүнө болгон көбөйтүндүсү катарында карасак болот.

\vec{A} жана \vec{B} векторлорунун вектордук көбөйтүндүсү деп $[\vec{A}\vec{B}]$ (же $\vec{A}\times\vec{B}$) белгиси менен белгиленип,

$$[\vec{A}\vec{B}] = AB\sin\alpha \vec{n}, \quad (4.76)$$



4.18-сүрөт

формуласы менен аныкталган вектор аталат. Мында A жана B – көбөйтүлүүчү векторлордун модулдары, α – векторлордун ортосундагы бурч, \vec{n} – \vec{A} жана \vec{B} векторлору жаткан тегиздикке түшүрүлгөн нормалдын бирдик вектору (4.18-сүр.). \vec{n} – бирдик вектору-

нун багыты, \vec{A} , \vec{B} , \vec{n} векторлорунун удаалаштыгы оң бурамалуу системаны түзгөндөй кылып тандалып алынат, т.а. \vec{n} векторун бойлото караса, биринчи көбөйтүлүүчүдөн экинчи көбөйтүлүүчүгө эң кыска жол менен сааттын жебесинин жүрүшү боюнча бурулат.

4.18-сүрөтүнөн вектордук көбөйтүндүнүн модулу сан мааниси боюнча көбөйтүлүүчү векторлордон түзүлгөн параллелограммдын аянтына барабар экендиги көрүнүп турат.

Вектордук көбөйтүндүнүн аныктамасынан көбөйтүүчүлөрдүн ордун алмаштырсак, алынган вектордун белгиси карама каршыга өзгөрөөрү келип чыгат:

$$[\vec{A}\vec{B}] = -[\vec{B}\vec{A}]. \quad (4.77)$$

Ошентип скалярдык көбөйтүүдөн айырмаланып вектордук көбөйтүү коммутативдүү эмес экен.

Вектордук көбөйтүү дистрибутивдик касиетине ээ.

$$[(\vec{A}_1 + \vec{A}_2)(\vec{B}_1 + \vec{B}_2)] = [\vec{A}_1\vec{B}_1] + [\vec{A}_1\vec{B}_2] + [\vec{A}_2\vec{B}_1] + [\vec{A}_2\vec{B}_2], \quad (4.78)$$

мындай катнаш ар бир көбөйтүлүүчүдөгү кошулуучулардын каалагандай саны үчүн орун алат.

(4.76) формуласынан жана 4.18-сүрөтүнөн күчтүн моментинин \vec{M} дин модулу жана багыты, \vec{r} жана \vec{F} векторлорунун вектордук көбөйтүндүсүнүн модулу жана багыты менен дал келээри келип чыгат. Ошондуктан

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}] \quad (4.79)$$

деп жазсак болот. Мында \vec{r} – күчтүн momenti аныкталган чекиттен күч аракет эткен чекитке чейин жүргүзүлгөн радиус-вектор.

Күч катуу заттын чекиттеринин бирөөнө аракет эткенде, \vec{M} вектору күчтүн нерсени ал салыштырмалуу каралган O чекитинин айланасында айлантуу жөндөмдүүлүгүн мүнөздөйт. Ошондуктан күчтүн моментин **айлантуучу момент** деп дагы аташат. Эгерде нерсе O чекитинин айланасында каалагандай айлана алса, күчтүн аракети астында нерсе айлантуучу моменттин багыты менен дал келген октун айланасында бурулат.

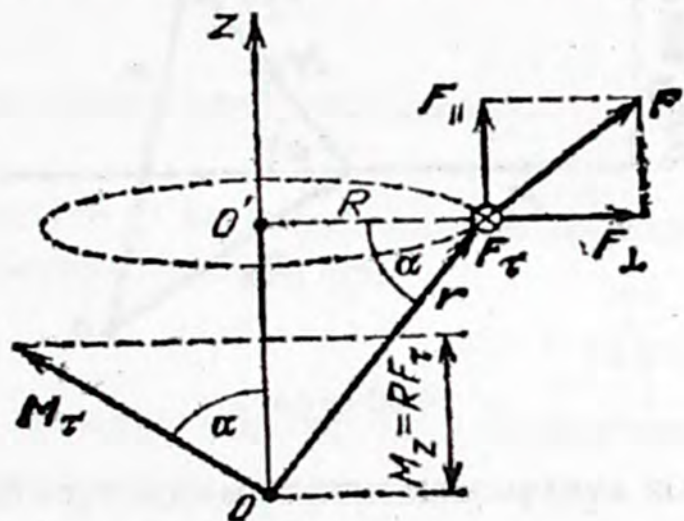
\vec{M} векторунун O чекити аркылуу өткөн каалагандай Z огуна болгон проекциясы ушул окко салыштырмалуу күчтүн momenti деп аталат:

$$M_z = [\vec{r}\vec{F}]_{\text{пр.}z} \quad (4.80)$$

Күчтү 4.19-сүрөтүндө көргөзгөндөй кылып үч түзүүчүгө ажыратабыз. Вектордук көбөйтүүнүн дистрибутивдүүлүк касиетин пайдаланып O чекитине салыштырмалуу \vec{F} күчүнүн моментин

$$\vec{M} = [\vec{r}, (\vec{F}_{\parallel} + \vec{F}_{\perp} + \vec{F}_{\tau})] = [\vec{r}\vec{F}_{\parallel}] + [\vec{r}\vec{F}_{\perp}] + [\vec{r}\vec{F}_{\tau}] = \vec{M}_{\parallel} + \vec{M}_{\perp} + \vec{M}_{\tau}$$

түрүндө көргөзсөк болот, мында $\vec{M}_{\parallel} - \vec{F}_{\parallel}$ күчүнүн momenti ж.б.

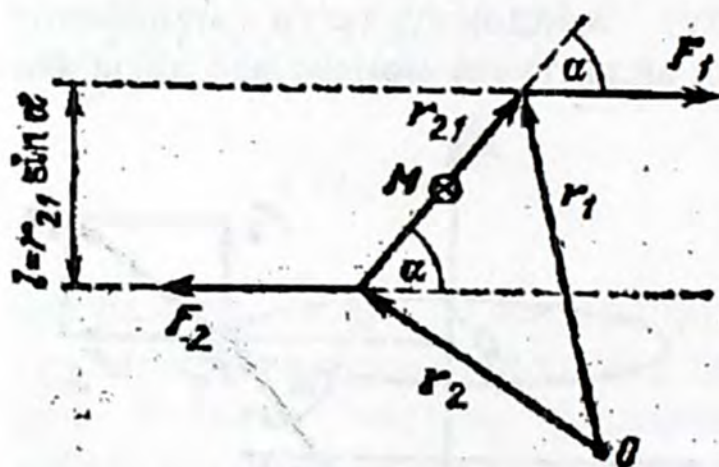


4.19-сүрөт

\vec{M} векторунун z огуна болгон проекциясы күчтүн түзүүчүлөрүнүн моменттеринин проекцияларынын суммасына барабар. $\vec{M}_{//}$ жана \vec{M}_{\perp} моменттери z огуна перпендикулярдуу, ошондуктан алардын проекциялары нөлгө барабар. Демек,

$$M_z = (\vec{M}_{\tau})_{\text{пр.}z} = M_{\tau} \cos \alpha = r F_{\tau} \cos \alpha = R F_{\tau} \quad (4.81)$$

\vec{F} күчүнүн үч түзүүчүсүнүн ичинен z огунун айланасындагы айланууну \vec{F}_{τ} күчү гана пайда кылат, бул айлануу O чекитине салыштырмалуу күчтүн ийни R канчалык чоң болсо, ошончолук оңой болот.



4.20-сүрөт

Бир сызыкты бойлото аракет кылышпаган, модулу боюнча барабар, багыты боюнча карама каршы күчтөр күчтөрдүн жубу деп аталат (4.20-сүр.). Күчтөр бойлото аракет эткен түз сызыктардын ортосундагы l аралыгы жуптуктун ийни деп аталат. O чекитине салыштырмалуу суммар-

дык күчтүн моменти төмөндөгүгө барабар:

$$\vec{M} = [\vec{r}_1 \vec{F}_1] + [\vec{r}_2 \vec{F}_2].$$

$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$ экендигин эске алып,

$$\vec{M} = [\vec{r}_1 \vec{F}_1] - [\vec{r}_2 \vec{F}_2] = [(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \vec{F}_1] = [\vec{r}_{21} \vec{F}_1], \quad (4.82)$$

деп жазсак болот, мында $\vec{r}_{21} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ (4.20-сүр.). Алынган туюнтма O чекитинин абалынан көз каранды болбойт. Ошондуктан күчтөрдүн жубунун моменти каалагандай чекитке салыштырмалуу бирдей болот. \vec{M} вектору күч жаткан тегиздикке перпендикулярдуу болот, ал эми анын модулу күчтөрдүн бирөөнүн ийинге болгон көбөйтүндүсүнө барабар. Эки бөлүкчөнүн ортосундагы гравитациялык жана кулондук аракет этишүүлөрдүн

күчтөрү ийни нөлгө барабар жуптукту төзүшөт. Ошондуктан алардын каалагандай чекитке салыштырмалуу суммардык моменти нөлгө барабар. Мындан ички күчтөрдүн моменттери жубу менен бири-бирин теңдешет жана бөлүкчөлөрдүн каалагандай системасы үчүн **бардык ички күчтөрдүн моменттеринин суммасы дайыма нөлгө барабар** деген келип чыгат:

$$\sum_{i=0}^n \vec{M}_{i,\text{ички}} = 0. \quad (4.83)$$

Тиешелүү түрдө каалагандай z огуна салыштырмалуу суммардык момент дагы нөлгө барабар болот:

$$\sum_{i=0}^n M_{i,\text{ички},z} = 0. \quad (4.84)$$

§7. Импульстун моментинин сакталуу закону

Күчтүн моментине окшош эле O чекитине салыштырмалуу материалдык чекиттин **импульсунун моменти** деп

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] = [\vec{r}, m\vec{v}], \quad (4.85)$$

вектордук чоңдугун айтабыз, мында r – бөлүкчөнүн O чекитине салыштырмалуу абалын мүнөздөөчү радиус вектор, \vec{p} – бөлүкчөнүн импульсу. Бул чоңдуктун $rp\sin\alpha$ га барабар модулун импульстун ийни ℓ менен \vec{p} векторунун модулунун көбөйтүндүсү катарында көргөзсөк болот (4.21-сүр.):

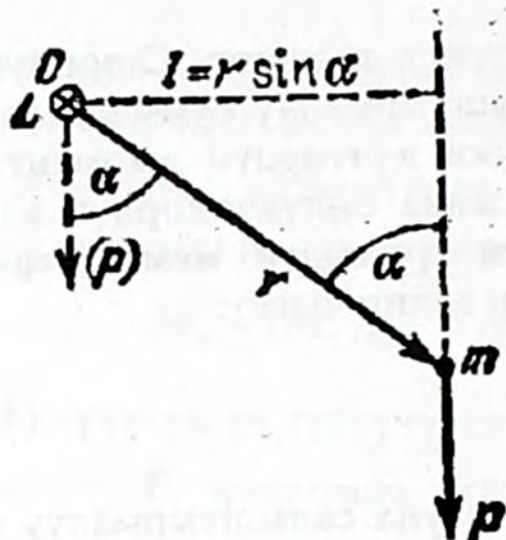
$$L = \ell p. \quad (4.86)$$

Бөлүкчөнүн импульстун моментине ээ болушу анын кыймылынын изинен көз каранды болбойт. Жекече эки учурду карайлы.

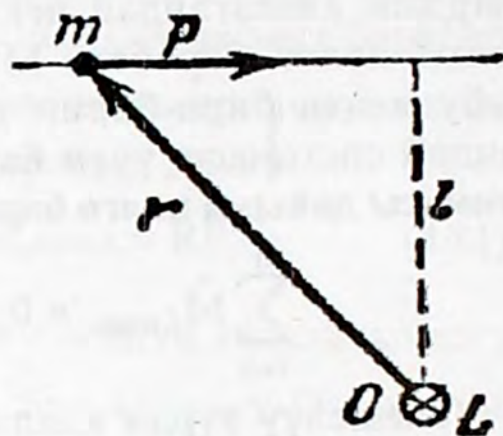
1. Бөлүкчө түз сызыктуу изди бойлото кыймылдасын дейли (4.22-сүр.). Импульстун моментинин модулу

$$L = m v \ell. \quad (4.87)$$

Ылдамдыктын модулунун өзгөрүшүнүн эсебинен гана өзгөрүшү мүмкүн.



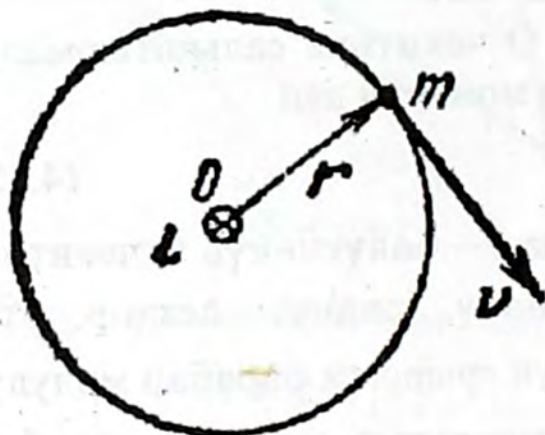
4.21-сүрөт



4.22-сүрөт

2. Бөлүкчө радиусу r ге барабар айлана боюнча кыймылда-сын (4.23-сүр.). Айлананын борборуна салыштырмалуу импульстун momenti төмөнкүгө барабар,

$$L = m \vartheta r \quad (4.88)$$



4.23-сүрөт

жана жогорудагы учур сыяктуу эле ылдамдыктын модулу-нун өзгөрүшүнүн эсебинен өзгөрүшү мүмкүн. \vec{r} векторунун багытынын тынымсыз өзгөрүшүнө карабастан, \vec{L} векторунун багыты турактуу бойдон калат.

\vec{L} векторунун O чекити аркылуу өткөн каалагандай z огуна болгон проекциясы **бөлүкчөнүн**

ушул окко салыштырмалуу импульсунун momenti деп аталат:

$$L_z = [\vec{r}\vec{p}]_{\text{пр.}z} \quad (4.89)$$

Импульстун моментинин өзгөрүшү эмнеден көз каранды болоорун тактайлы. Ал үчүн (4.85) туюнтмасын убакыт боюнча дифференциалдайбыз:

$$\frac{d}{dt} \vec{L} = \frac{d}{dt} [\vec{r}, m\vec{v}] = \left[\vec{r}, m \frac{d\vec{v}}{dt} \right] + \left[\frac{d\vec{r}}{dt}, m\vec{v} \right],$$

Ньютондун экинчи законуна ылайык $m \frac{d\vec{\vartheta}}{dt} = \vec{F}$ -бөлүкчөгө ара-

кет эткен жыйынтыктоочу күч; $\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\vartheta}$. Ошондуктан

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{r}\vec{F}] + [\vec{\vartheta}, m\vec{\vartheta}],$$

деп жазып алсак болот. Мында экинчи көбөйтүндү коллинеардык векторлордун көбөйтүндүсү, ошондуктан ал нөлгө барабар.

Биринчи кошулуучу импульстун моменти \vec{L} – салыштырмалуу каралган О чекитине салыштырмалуу күчтүн моменти. Ошентип, биз

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} \quad (4.90)$$

катнашына ээ болдук. Демек, **импульстун моментинин убакыттын өтүшү менен өзгөрүшүнүн ылдамдыгы бөлүкчөгө аракет эткен күчтүн суммалык моментине барабар** экен.

(4.90) теңдемесиндеги векторлорду О чекити аркылуу өткөн каалагандай z огуна проекциялап,

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z \quad (4.91)$$

катнашын алабыз.

Тышкы жана ички күчтөр аракет эткен бөлүкчөлөрдүн системасын карайбыз. Системанын О чекитине салыштырмалуу импульсунун моменти деп ар бир бөлүкчөнүн импульстарынын моменттеринин \vec{L}_i нин суммасын айтабыз:

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \vec{p}_i], \quad (4.92)$$

убакыт боюнча дифференциалдасак,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{d\vec{L}_i}{dt}. \quad (4.93)$$

(4.90) го ылайык ар бир бөлүкчө үчүн,

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \vec{M}_{i,\text{ички}} + \vec{M}_{i,\text{тышкы}}$$

деп жазсак болот, мында $\vec{M}_{i,\text{ички}}$ жана $\vec{M}_{i,\text{тышкы}}$ – i -бөлүкчөгө аракет эткен ички жана тышкы күчтөрдүн моменттери. Бул барабардыкты (4.93) гө коюп,

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_{i,\text{ички}} + \sum_{i=1}^n \vec{M}_{i,\text{тышкы}}$$

туюнтмасын алабыз. Бул суммадагы ар бир кошулуучу i -бөлүкчөгө аракет эткен күчтөрдүн моментинин суммасын берет. Суммалоо ар бир бөлүкчө үчүн жүргүзүлөт. Эгерде кайсы бөлүкчөгө аракет эткенин эске албастан суммалоону ар бир күч үчүн жүргүзсөк, анда суммалоодогу i индексин жазбай деле койсок болот.

(4.93) гө ылайык ички күчтөрдүн суммалык моменти нөлгө барабар. Ошондуктан акырында

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_{i,\text{тышкы}}, \quad (4.94)$$

туюнтмасын алабыз. (4.94) формуласы (4.2) формуласы менен окшош. Бул формулаларды салыштыруудан системанын импульсунан убакыт боюнча алынган туунду тышкы күчтөрдүн суммасына барабар болгон сыяктуу системанын импульсунун моментинен убакыт боюнча алынган туунду тышкы күчтөрдүн моменттеринин суммасына барабар деген тыянакка келебиз.

(4.94) формуласындагы векторлорду O чекити аркылуу өткөн каалагандай z огуна проекциялап

$$\frac{dL_z}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_{i,\text{тышкы}z}, \quad (4.95)$$

тендемесин алабыз.

Эгерде система туюк болсо (тышкы күчтөр жок болсо), (4.95) барабарлыгынын оң жагы нөлгө барабар, демек, \vec{L} вектору убакыт боюнча өзгөрбөйт. Мындан материалдык чекиттердин туюк системасынын импульсунун моменти турактуу бой-

дон калат деген импульстун моментинин сакталуу закону келип чыгат. Ошондой эле туюк системанын O чекити аркылуу өткөн каалагандай z огуна салыштырмалуу импульсунун моменти да турактуу бойдон калат.

Эгерде тышкы күчтөрдүн суммасы нөлгө барабар болсо, импульстун моменти туюк эмес система үчүн да сакталат. (4.95) ге ылайык системанын импульсунун моменти z огуна салыштырмалуу ушул окко салыштырмалуу тышкы күчтөрдүн моменттеринин суммасы нөлгө барабар шарты аткарылганда, сакталат.

Импульстун моментинин сакталуу законунун негизинде мейкиндиктин изотроптүүлугу, б.а., мейкиндиктин касиетинин бардык багыт боюнча бирдейлиги жатат. Бөлүкчөлөрдүн туюк системасын, алардын өз ара жайланышын жана салыштырма ылдамдыктарын өзгөртпөстөн буруу системанын механикалык касиетин өзгөртпөйт. Бурулуудан кийин бөлүкчөлөрдүн бири бирине салыштырмалуу кыймылы бурулуу болбогондо кандай болушу керек болсо, ошондой бойдон калат.

Текшерүү суроолору

1. Консервативдик талаада кыймылдаган материалдык чекиттин механикалык энергиясынын сакталуу законунун маңызы эмнеде? $E_k + E_p = E = \text{const}$ катнашы кантип алынаарын түшүндүргүлө.
2. Механикалык энергиянын сакталуу законун: а) консервативдик күчтөр аракет эткен; б) консервативдик эмес күчтөр аракет эткен туюк системалар үчүн айткыла жана жазгыла.
3. Жөнөкөй эсептөөлөр менен эркин түшкөн нерсенин толук механикалык энергиясы турактуу чоңдук экенин далилдегиле.
4. Массасы 1 кг нерсени 1 м бийиктикке а) акырын, турактуу, кичине ылдамдык жана б) 2 м/с^2 ылдамдануусу менен көтөргөндө, аткарылган жумушту аныктагыла.
5. Материалдык чекиттин тең салмактуулугунун канча жана кандай түрлөрүн билесинер? Тең салмактуулуктун ар бир

түрүнө мисал келтиргиле. Тең салмактуулук абалынын тегерегинде потенциалдык энергия кандай өзгөрөт?

6. Нерселердин кагылышы кайсы белгилери боюнча абсолюттуу серпилүүчү жана серпилүүчү эмес болуп бөлүнүшөт?
7. Серпилүүчү эмес кагылышуу процессин сүрөттөгүлө. Кагылышканда нерселердин бири акырындап, экинчиси ылдамданаарын түшүндүргүлө. Эки шар кагылышканда кандай күчтөр пайда болот жана алар эмнеден көз каранды?
8. Борбордук, абсолюттуу серпилүүчү эмес кагылышуу учурундагы шарлардын аяккы ылдамдыгы үчүн формуланы чыгаргыла жана талдоо жүргүзгүлө. Кагылышкан нерсенин бардык кинетикалык энергиясы нерсени деформациялоого жумшалышы үчүн эмне кылуу керек? Эмне себептен дөшүнү балкага караганда чоң кылып жасашат?
9. Абсолюттуу серпилүүчү кагылышууда нерселер эмне болушат? Кагылышуу процесси канча этапка бөлүнөт? Кагылышуу процессинде нерселердин потенциалдык жана кинетикалык энергиялары кандай өзгөрүшөт?
10. Түз сызык боюнча кыймылдаган материалдык чекит импульстун моментине ээ болобу?
11. Системанын толук импульсунун моментине аныктама бергиле жана анын сакталуу законун айткыла.

5-БАП

ИНЕРЦИАЛДЫК ЭСЕПТӨӨ СИСТЕМАСЫ ЖАНА САЛЫШТЫРМАЛУУЛУК ПРИНЦИБИ РЕЛЯТИВИСТИК МЕХАНИКАНЫН ЭЛЕМЕНТТЕРИ

§1. Инерциалдык эсептөө системасы жана Галилейдин салыштырмалуулук принциби. Галилейдин өзгөртүп түзүүсү

1.1. Салыштырмалуулук принциби

Жогоруда бардык эсептөө системаларын инерциалдык жана инерциалдык эмес деген эки класска бөлүүгө боло тургандыгын белгилеп кеткенбиз. Берилген нерсенин кыймылын кинематикалык түрдө жазуу үчүн каалагандай эсептөө системасы жарактуу. Бирок кыймылды жазуу инерциалдык эсептөө системасында гана өтө жөнөкөй түргө ээ болот.

Көптөгөн байкоолор көргөзгөндөй, инерциалдык эсептөө системалары бир маанилүү касиетке ээ: бардык инерциалдык эсептөө системаларында бардык физикалык кубулуштар бирдей өтүшөт. Бул аныктама **салыштырмалуулуктун принциби** деп аталат. Мындан кандайдыр бир инерциалдык эсептөө системасында аныкталган физикалык законду эч өзгөрүүсүз каалагандай экинчи бир инерциалдык эсептөө системасында колдонууга боло тургандыгы келип чыгат. Ал эми кандайдыр бир инерциалдык эмес эсептөө системасында аныкталган физикалык законду эч өзгөртүүсүз башка инерциалдык эмес эсептөө системасында колдонууга болбойт. Бир эле кубулуш бардык эсептөө системаларында бирдей өткөндүктөн, салыштырмалуулук принциби инерциалдык системанын ичинде жүргүзүлгөн эч бир физикалык тажрыйбанын жардамы менен эсептөө системасы тынч тураарын же бир калыпта түз сызыктуу кыймылдаарын аныктоого

мүмкүн эмес деген аныктама болуп эсептелинет. Ошентип **инерциалдык эсептөө системаларын бири–биринен айырмалоо принцибинде мүмкүн эмес.**

Жогоруда айтылган салыштырмалуулук принциби ХХ кылымдын чегинде аныкталган. Ал Галилейдин көптөгөн механикалык тажрыйбалардын негизинде белгилүү болгон механикалык салыштырмалуулук принцибинин жалпыланышы болуп эсептелет.

1.2. Галилейдин салыштырмалуулук принциби

Галилейдин салыштырмалуулук принцибинин азыркы айтылышы төмөндөгүчө; **бардык инерциалдык эсептөө системаларында бир эле механикалык кубулуш бирдей өтөт жана эсептөө системасы тынч абалда экендигин же бир калыпта жана түз сызыктуу кыймылдарын берилген инерциалдык системанын ичинде жүргүзүлгөн тажрыйба менен аныктоого мүмкүн эмес.**

Тынч абалдагы жана кыймылдаган эсептөө системаларындагы бардык механикалык кубулуштардын бирдей өтүшү бардык инерциалдык эсептөө системаларында динамиканын бир эле негизги закону – Ньютондун экинчи закону – аракет этээрин далилдейт. Ньютондун экинчи закону баштапкы шарттар бирдей болгондо ар кандай системаларда физикалык процесстер бирдей өтөөрүн шарттайт. Бул болсо Ньютондун экинчи закону бардык инерциалдык эсептөө системаларында бирдей математикалык жазылышка ээ болушу керек дегенди билгизет.

Мисал катарында бир калыпта кыймылдаган кеменин каютасындагы эркин түшкөн нерсенин кыймылын каюта жана ошондой эле жээк менен байланышкан эсептөө системаларына салыштырмалуу карап көрөлү. Эки эсептөө системасында тең нерсенин кыймылы Ньютондун законуна баш иет. Бирок бул эсептөө системаларындагы баштапкы шарттар бирдей эмес. “Каюта” эсептөө системасында баштапкы ылдамдык нөлгө барабар, “жээк” эсептөө системасында нерсенин ылдамдыгы кеменин жээке салыштырмалуу ылдамдыгына барабар. Ошондуктан бир эле кубулуш ар бир эсептөө системаларында ар башкача кабыл алынат: “каюта” эсептөө системасында нерсенин кыймылы түз сызыктуу, ал эми “жээк” эсептөө системасына карата

ийри сызыктуу болот. Бирок бул айырмачылык каралган эсептөө системаларында динамиканын ар түрдүү закондорунун аракет этиши менен эмес, бар болгону бир эле кубулуш үчүн бул эсептөө системаларында ар түрдүү баштапкы шарттар орун алгандыгы менен шартталат.

1.3. Галилейдин өзгөртүү түзүүсү

Механиканын закондорун математикалык түрдө жазуунун түрү бир инерциалдык эсептөө системасынан экинчи инерциалдык эсептөө системасына өткөндө өзгөрбөсүн көргөзөбүз. Бул үчүн биринчи K инерциалдык эсептөө системасында берилген x, y, z координаттарынан жана t убактысынан ушул биринчи инерциалдык эсептөө системасына салыштырмалуу бир калыпта жана түз сызыктуу кыймылдаган экинчи K' инерциалдык эсептөө системасындагы x', y', z' координаттарына жана t' убактысына өтүүнүн формулаларын аныкташыбыз керек.

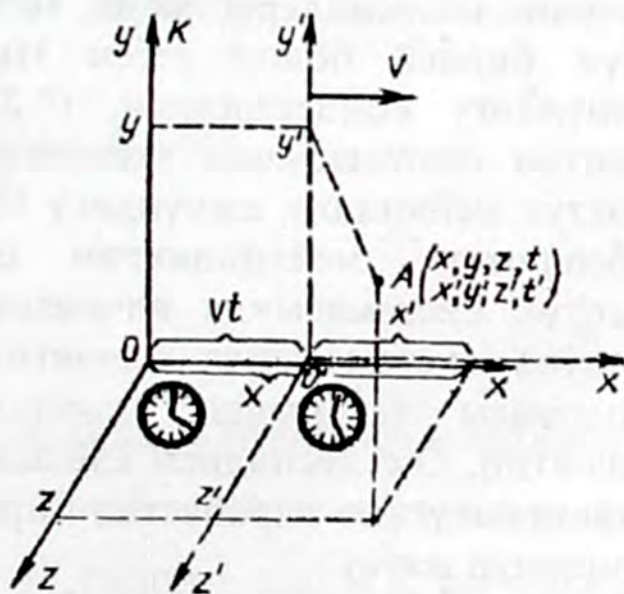
Бул формулалардын түрүн 5.1-сүрөтүнөн көрсөк болот.

5.1-сүрөтүндө K – тынч абалдагы эсептөө системасы, K' – K эсептөө системасына салыштырмалуу X огунун багыты боюнча v ылдамдыгы менен кыймылдаган эсептөө системасы. Убакытты өлчөө эки координат системасындагы сааттар боюнча алардын координат башталмалары дал келишкен моменттен тартып башталсын дейли. Күндөлүк турмуштан эгер V ылдамдыгы жарыктын ылдамдыгынан алда канча кичине болсо

($V \ll c$), эки эсептөө системасындагы бирдей сааттар бирдей убакыттарды көргөзөөрүн билебиз. Башкача айтканда, убакыт эки системада тең бирдей өтөт.

$$t = t'$$

(5.1)



5.1-сүрөт

Эгерде К системасындагы А чекити мейкиндиктин x, y, z координаттарына ээ болсо, 5.1-сүрөтүнөн А чекитинен координаттары K' системасында

$$x' = x - Vt, y' = y, z' = z \quad (5.2)$$

болоору келип чыгат же вектордук жазылышы

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{V}t \quad (5.3)$$

түрүндө болот. Мында \vec{r} – А чекитинин К системасындагы радиус вектору, \vec{r}' – ошол эле чекиттин K' системасындагы координаты.

Эгерде чекиттин K' системасындагы координаттары белгилүү болсо,

$$x = x' + Vt, y = y', z = z' \quad (5.4)$$

же

$$\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t$$

(5.1) жана (5.2) же (5.1) жана (5.4) теңдемелери **Галилейдин өзгөртүп түзүүлөрү** деп аталат.

Галилейдин өзгөртүп түзүүсүндөгү (5.1) катнашы бардык эсептөө системалары жана мейкиндиктин бардык чекиттери үчүн бирдей болот деген Ньютондун абсолюттук убакыт жөнүндөгү концепциясын, (5.2) катнашы бир инерциалдык эсептөө системасынан экинчисине өткөндө өзгөрбөгөн абсолюттук мейкиндик жөнүндөгү Ньютондун идеясын туюнтушат. Абсолюттук мейкиндиктин өзгөрбөгөндүгү, кыймылдаган эсептөө системасында өлчөнгөн x' кесиндиси кыймылсыз К эсептөө системасында өлчөнгөн x жана Vt кесиндилеринин айырмасы катарында аныкталгандыгынан көрүнүп турат. Ошентип, O/x' кесиндиси кайсыл эсептөө системасында К же K' өлчөнгөндүгүнө карабастан бирдей узундукка ээ болору божомолдонуп жатат.

Ньютондун мейкиндиги Евклиддин геометриясына баш иет. Евклиддин геометриясы өз кезегинде катуу нерсенин тынч абалда же бир калыпта түз сызыктуу $V \ll c$ (c -жарыктын ылдамдыгы) ылдамдыгы менен кыймылдаган кезинде ээ болгон мейкиндиктин касиетинин математикалык абстракциясы болуп эсептелет.

1.4. Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнүн натыйжалары

Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнөн күндөлүк тажрыйбадан кенири белгилүү болгон натыйжалар келип чыгат. Алардын кээ бирөөлөрүнө токтололу.

Окуялардын бир мезгилдүүлүгү жана узактыгы. $t=t'$ барабардыгынан К системасындагы бир мезгилдүү эки окуя К' системасында да бир мезгилдүү боло тургандыгы келип чыгат. Ошондой эле бир эле окуянын узактыгы бардык инерциалдык эсептөө системаларында бирдей болоруу айдан ачык. Окуялардын узактыгы жана бир мезгилдүүлүгү Ньютондун механикасында абсолюттук мүнөзгө ээ.

Ыламдыктарды өзгөртүп түзүү. Ыламдыктын К' системасындагы түзүүчүлөрү берилсин дейли.

$$g'_x = \frac{dx'}{dt}, g'_y = \frac{dy'}{dt}, g'_z = \frac{dz'}{dt}.$$

Бул катнаштар К системасына өткөндө кандай өзгөрөөрүн билүү үчүн x', y', z' координаттарынын ордуна алардын (5.1) жана (5.2) деги маанилерин коюу керек. $dt' = dt$ экендигин эске алып, төмөндөгүлөрдү алабыз:

$$g'_x = \frac{d}{dt}(x - Vt) = \frac{dx}{dt} - V = g_x - V$$

же вектордук түрүндө:

$$\frac{d\vec{r}'}{dt} = \frac{d\vec{r}}{dt} - \vec{V}, \vec{g}' = \vec{g} - \vec{V}. \quad (5.5)$$

Ошентип, К эсептөө системасындагы нерсенин ыламдыгы \vec{g} ошол эле нерсенин К' системасындагы ыламдыгынан \vec{V} чондугуна айырмаланат (\vec{V} – К' системасынын К системасына салыштырмалуу кыймылынын ыламдыгы). \vec{g}' ыламдыгын салыштырмалуу \vec{g} ны абсолюттук жана \vec{V} ны ташуучу ыламдыктар деп атоо кабыл алынган. Ошентип ыламдыктарды вектордук кошуунун эрежеси (5.5) (параллелограмм эрежеси) Ньютондун мейкиндиктин жана убакыттын абсолюттугу жөнүндөгү түшүнүгүнөн келип чыгат.

Ылдамданууларды өзгөртүп түзүү. K' системасында ылдамдануулардын компоненттери берилсин дейли:

$$a'_x = \frac{d^2 x'}{dt^2}, a'_y = \frac{d^2 y'}{dt^2}, a'_z = \frac{d^2 z'}{dt^2}.$$

x', y', z' тердин ордуна алардын (5.2) деги маанилерин коюп жана $dt' = dt$ экендигин эске алып,

$$a'_x = \frac{d^2 x'}{dt^2} = \frac{d g'_x}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} - V \right) = \frac{d^2 x}{dt^2} = a_x, \quad (5.6)$$

$$a'_y = a_y, a'_z = a_z$$

же вектордук түрдө:

$$\vec{a}' = \vec{a}.$$

Ылдамдыктан айырмаланып ылдамдануу абсолюттук мүнөзгө ээ, бир эле нерсенин ылдамдануусу бардык эсептөө системаларында бирдей болот.

Нерсенин массасын өзгөртүп түзүү. Ньютондун механикасы нерсенин массасы нерсенин кыймылы каралып жаткан эсептөө системасынан көз каранды болбойт деген ($V \ll C$ кезинде жүргүзүлгөн тажрыйбалар менен далилденген) айдан ачык жобого таянат. Бардык инерциалдык эсептөө системаларында бир эле нерсенин массалары бирдей жана нерсенин кыймылынын ылдамдыгынан көз каранды болбойт:

$$m' = m \quad (5.7)$$

Күчтү өзгөртүп түзүү. Ньютондун механикасында күчтөр нерселердин аракет этишүүсүнүн чени болуп эсептелет. Адатта, күчтөр нерселердин (же бир эле нерсенин бөлүкчөлөрүнүн) ортосундагы аралыктан, өз ара аракетте болгон нерселердин кыймылынын салыштырмалуу ылдамдыктарынан жана убакыттан көз каранды болушу мүмкүн. Бирок аралык жана убакыт бир инерциалдык эсептөө системасынан экинчисине өткөндө өзгөрбөйт. Ошондой эле нерселердин бири-бирине салыштырмалуу кыймылдарынын ылдамдыктары (салыштырмалуу ылдамдык) дагы өзгөрбөйт. Ошондуктан нерселердин ортосундагы аракет этишүү күчтөрү бир инерциалдык эсептөө системасынан (K') башка инерциалдык эсептөө системасына (K) өткөндө өзгөрбөйт:

$$\vec{F}' = \vec{F}. \quad (5.8)$$

Башкача айтканда, бардык эсептөө системаларында берилген нерселердин ортосундагы аракет этишүү күчтөрү бирдей мааниге ээ болушат.

Динамиканын негизги законун өзгөртүп түзүү. Динамиканын негизги закону (Ньютондун экинчи закону) кыймылсыз эсептөө системасында төмөндөгүчө жазылат:

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (5.9)$$

Кыймылдаган эсептөө системасы K' ке өткөндө, (5.9) га кирген чоңдуктар өзгөрүүсүз калат:

$$\vec{F} = \vec{F}', m = m', \vec{a} = \vec{a}'. \quad (5.9')$$

Ошондуктан, Ньютондун экинчи закону K' системасында төмөндөгүдөй түргө ээ болот:

$$\vec{F}' = m'\vec{a}' \quad (5.10)$$

жана ал (5.9') га ылайык бул закондун K системасындагы математикалык жазылышына толугу менен дал келет.

Ошентип, Ньютондун экинчи закону абсолюттук мүнөзгө ээ. Бул болсо $V \ll c$ кезиндеги тажрыйбалар далилдегендей, бардык инерциалдык эсептөө системаларында механикалык кубулуштар бирдей өтөт дегенди билгизет.

Инварианттуулук. Бир инерциалдык эсептөө системасынан экинчисине өткөндө өзгөрбөгөн физикалык чоңдуктарды жана физикалык закондорду Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө карата инварианттуу (өзгөрбөгөн) деп аташат.

Инварианттуулук жөнүндөгү түшүнүктү киргизүү менен биз минтип айта алабыз: тигил же бул физикалык закон бир инерциалдык эсептөө системасынан экинчисине өткөндө өзүнүн формасын өзгөртпөөсү жана Галилейдин салыштырмалуулук принцибин канагаттандырышы үчүн ал Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө карата инварианттуу болушу керек. Муну менен өзгөртүп түзүүлөрдүн тигил же бул закондун тууралыгынын критерийи боло ала турган негизги ролу аныкталууда. Эгерде каралып жаткан закон Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө карата инварианттуу болсо, анда ал Ньютондун механикасынын алкагында туура, инварианттуу эмес болсо, закон ката болуп эсептелет.

Текшерүү суроолору

1. Салыштырмалуулук принцибинин маңызы эмнеде? Галилейдин салыштырмалуулук принцибинин негизи эмнеде?
2. Галилейдин өзгөртүп түзүүлөрү кантип алынат? Ньютондун мейкиндик жана убакыт жөнүндөгү түшүнүктөрүнүн ролу кандай?
3. Ылдамдануу жана куч, импульс жана импульстун моменти, кинетикалык, потенциалдык жана толук энергиялар бир инерциалдык эсептөө системасынан экинчисине өткөндө кандайча өзгөртүлүп түзүлүшөт?
4. Кандай чондуктар жана закондор Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө карата инварианттуу деп аталышат?
5. Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө карата Ньютондун закондорунун, импульстун жана импульстун моменттеринин сакталуу закондорунун, кинетикалык энергиянын сакталуу законунун инвариантуулугун көргөзгүлө.

§ 2. Лоренцтин өзгөртүп түзүүсү.

Атайын салыштырмалуулук теориясынын элементтери

2.1. Лоренцтин өзгөртүп түзүүсү

Механиканын бардык закондору Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө карата инварианттуу болоорун жогоруда айтып кеттик. Бирок физиканын башка закондору да бул өзгөртүп түзүүлөргө карата инварианттуу болушабы? Салыштырмалуулук принцибинин кеңири маанисинде физиканын бардык закондору Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө карата инварианттуу болушу керек. Болбосо бир эле физикалык кубулуш ар башка инерциалдык эсептөө системаларында ар башка өтүп калышат.

Максвеллдин теңдемелери менен туюнтулган, физиканын фундаменталдык закону болуп эсептелинген, электродинамиканын закондорун карайлы. Максвеллдин теңдемелери Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө инварианттуу эмес экендигин жөнөкөй эле текшерүү менен көргөзсөк болот. Мындай күтүүсүз жыйынтык XX кылымдын чегинде физиктерди таң калтырып, аларды; а) Максвеллдин теңдемелерин туура эмес деп, андан баш тартуу;

б) салыштырмалуулук принцибин четке кагуу; в) Галилейдин өзгөртүп түзүүсүн туура эмес деп эсептөө жана аларды башкалар менен алмаштыруу сыяктуу үч мүмкүнчүлүктүн ичинен бирөөнү тандоо проблемасына алып келип такады.

1905-жылы Эйнштейн жана андан көз карандысыз Пуанкаре Максвеллдин жана салыштырмалуулук принцибинин теңдемелеринин тууралыгын алардын кеңири маанилеринде моюнга алып, үчүнчү мүмкүнчүлүктү тактоо керек экендигин көргөзүштү. Эки инерциалдык эсептөө системалары үчүн координаттарды өзгөртүп түзүүнүн жаңы түрү, Максвеллдин теңдемелери инварианттуу (формасы боюнча өзгөрүүсүз) болгондой болушу керек. Максвеллдин теңдемесинен жарык электромагниттик толкун жана ал вакуумда $c=3 \cdot 10^8$ м/с ылдамдыгы менен таралаары келип чыгат. Анда бул теңдемелердин инварианттуулугунан жарыктын таралуу ылдамдыгынын бардык инерциалдык эсептөө системаларындагы турактуулугу келип чыгышы керек. Жарыктын таралуу ылдамдыгынын ар кандай инерциалдык эсептөө системаларындагы турактуулугу жана анын таралуу багытынан көз каранды эместиги бир катар физикалык тажрыйбалар аркылуу далилденген.

Жаңы өзгөртүп түзүүлөрдү Эйнштейн төмөндөгүдөй эки постулаттын негизинде сунуш кылган:

1. Бардык инерциалдык эсептөө системаларында физикалык закондор бирдей, демек, закондорду жазуунун математикалык формасы өзгөртүп түзүүлөргө карата инварианттуу болуусу керек.

2. Жарыктын вакуумдагы ылдамдыгы бардык эсептөө системаларында бирдей жана анын таралуу багытынан, булагынын жана кабылдагычынын кыймылынан көз каранды болбойт.

Жарыктын ылдамдыгынын турактуулугун Галилейдин өзгөртүп түзүүсү менен түшүндүрүүгө болбойт. Чындыгында эле K' эсептөө системасындагы (5.1-сүр) жарыктын ылдамдыгын c га барабар десек, Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө ылайык K системасында ал $(c+V)$ га барабар болмок. Ньютондук механиканын жоболорунун негизинде эмне үчүн $c+V=c$ болоорун түшүндүрүү мүмкүн эмес.

Бул кыйынчылыктан чыгуу үчүн көнүмүш болуп калган Ньютондук мейкиндиктин жана убакыттын абсолюттуулугу жөнүндөгү түшүнүгүнөн баш тартуубуз керек. Эйнштейндин

гениалдуулугу – биринчилерден болуп жөнөкөй жана жеткиликтүү ой жүгүртүүлөрдүн негизинде мейкиндиктин жана убакыттын касиеттеринин өзгөрөөрлүгүн, алардын инерциалдык эсептөө системалары байланышкан материалдык объектилердин кыймылынан көз каранды экенин түшүнүп, бир жыйынтыкка келгендигинде. Мейкиндик жана убакыт жөнүндө көнүмүш болуп калган түшүнүктөрдү жокко чыгаруу өз убагында физика илиминин “кризисине” алып келген.

Ошентип, изделип жаткан өзгөртүп түзүүлөр Галилейдикинен башкача болушу керек, антпесе жарыктын ылдамдыгы ар башка эсептөө системаларында бирдей боло алышпайт. Ошону менен бирге, белгилүү шарттарда бул өзгөртүп түзүүлөр Галилейдикине өтүп кетиши керек. Жогоруда айтылган постулаттарга таянып, Эйнштейн төмөнкүдөй жаңы өзгөртүп түзүүлөрдү алган (белгилөөлөр 5.1-сүрөтүндөгүдөй);

$$\begin{aligned}x' &= \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, & x &= \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \\y' &= y, & y &= y', \\z' &= z, & z &= z',\end{aligned}\tag{5.11}$$

$$t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

Мында V – K' жана K инерциалдык эсептөө системаларынын салыштырмалуу кыймылынын ылдамдыгы, c – жарыктын

вакуумдагы ылдамдыгы, $\beta = \frac{V}{c}$.

(5.11) катнашы аларды биринчи болуп чыгарган Голландиялык физик Г.А.Лоренцтин урматына Лоренцтин өзгөртүп түзүүсү деп аталат. Лоренцтин өзгөртүп түзүүсүнө тиешелүү эки маанилүү учурга көңүл буралы:

1. Лоренцтин өзгөртүп түзүүсүнүн формулаларында убакыт дагы өзгөртүп түзүүгө дуушар болот. Бул болсо мурда айтылгандай, убакыттын салыштырмалуулугун жана анын эсептөө системасын тандоодон гана эмес, координаттан дагы көз карандылыгын туюнтат.

2. Өзгөртүп түзүүнүн формулаларында убакыт тең укуктуу-төртүнчү координата катарында каралат. Бул болсо жаңы теорияда мейкиндик жана убакыт бири биринен бөлүнбөй тургандыгын күбөлөйт. (Ньютондун механикасында мейкиндик жана убакыт бири биринен көз каранды эмес болушаарын эске салабыз).

Эгерде $\frac{V}{c} \ll 1$ (т.а., качан $V \ll c$ болгондо) болсо, Лоренцтин өзгөртүп түзүүсү Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө өтөөрүн көргөзүү көп кыйынчылыкты туудурбайт. Ошентип Галилейдин өзгөртүп түзүүсү, аны менен кошо бүт Ньютондун механикасы нерселердин жана эсептөө системаларынын кичине ылдамдыктарында гана орун алаары ачык көрүнүп турат. Жаңы теория Ньютондун механикасы жакындаштырылган теория экендигин көргөзөт жана ошону менен бирге классикалык механиканын колдонулуу чегин так баалап берет.

2.2. Атайын салыштырмалуулук теориясындагы мейкиндик жана убакыт

Лоренцтин өзгөртүп түзүүсүнөн келип чыккан, мейкиндиктин жана убакыттын кээ бир маанилүү өзгөчөлүктөрүн талдап чыгалы.

Ньютондун механикасында кандайдыр бир инерциалдык эсептөө системасындагы бир мезгилдүү окуялар бардык башка инерциалдык эсептөө системаларында да бир мезгилдүү болушат. Бул абал атайын салыштырмалуулуктун теориясында кандай болоорун карап көрөлү. Кыймылдаган K' системасындагы x_1' жана x_2' чекиттеринде бир мезгилде (t' моментинде) эки окуя болду дейли (мисалы эки шам күйсүн). Кыймылсыз K эсептөө системасында бул окуялар убакыттын ар кандай t_1 жана t_2 моменттеринде болушат (5.11 теңдемелер системасындагы оң мамычадагы төртүнчү теңдемени кара):

$$t_1 = \frac{t' + \frac{x_1' V}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, t_2 = \frac{t' + \frac{x_2' V}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

себеби

$$x_1' \neq x_2'$$

Ошентип атайын салыштырмалуулук теориясында бир эсептөө системасындагы бир мезгилдүү эки окуя башка эсептөө системасында бир мезгилдүү эмес катары кабыл алынат.

Окуялардын узактыгынын салыштырмалуулугу. Убакыттын жайлоо эффектиси. Кыймылдаган K' эсептөө системасында кыймылсыз x_1' чекитинде узактыгы $\Delta t' = t_2' - t_1'$ болгон окуя болуп өтсүн дейли, мында t_1' жана t_2' – окуянын башталыш жана аякташ моменттери (t_1' жана t_2' K' эсептөө системасындагы кыймылсыз сааттар менен өлчөнөт). Кыймылсыз K системасындагы байкоочу өзүнүн системасындагы сааттар боюнча t_1' жана t_2' моменттери менен (5.11) катнашы аркылуу байланышкан окуянын башталыш жана бүтүш моменттери t_1 жана t_2 лерди белгилейт:

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{x_1' V}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}, t_2 = \frac{t_2' + \frac{x_2' V}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

мындан K эсептөө системасындагы окуянын узактыгы төмөндөгүгө барабар

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (5.12)$$

б.а., окуя K' системасына караганда узагыраак созулгандай көрүнөт (убакыттын жайлоо эффектиси). Демек, бир эле окуянын узактыгы ар башка инерциалдык эсептөө системаларында ар кандай болушат экен. Окуя болгон чекит жана саат кыймылсыз болгон эсептөө системасында окуя эң кыска узактыкка ээ болот.

Узундуктун салыштырмалуулугу. K' кыймылдуу эсептөө системасында x' огун бойлото узундугу $\Delta l' = x_2' - x_1'$ болгон кесинди (мисалы сызгыч) тынч абалда жайланышсын дейли. Мында x_1' жана x_2' – убакыттын бир эле t' моментинде (же ар кандай t_1' жана t_2' моменттеринде, себеби, K' системасында сызгыч тынч абалда болгондуктан, бул эч кандай мааниге ээ эмес) белгиленген кесиндинин башталышынын жана аягынын коорди-

наттары. Кесиндинин тынч абалда жайланышкан эсептөө системасындагы узундугун өздүк узундук деп айтабыз жана аны l_0 деп белгилейбиз. Биздин учурда $\Delta l' = l_0$. Ушул эле кесиндинин К эсептөө системасында өлчөнгөн узундугу кандай болушу мүмкүн?

К эсептөө системасындагы байкоочу үчүн кесинди V ылдамдыгы менен кыймылдайт. Кыймылдаган кесиндинин узундугун өлчөө үчүн К системасындагы байкоочу убакыттын бир эле t моментинде (өзүнүн системасындагы сааттар боюнча) кыймылдаган кесиндини эки башынын абалын x огунда белгилеп алышы керек. Кесиндинин баштары x огун бойлото которулуп тургандыктан, белгилөөнү сөзсүз убакыттын бир эле моментинде кылуу керек. Бул белгилөөлөр тиешелүү түрдө x_1 жана x_2 болсун дейли. Бирок x_1 жана x_2 координаттары x_1' жана x_2' координаттары менен төмөндөгүдөй катнаштар аркылуу байланышкан:

$$x_1' = \frac{x_1 - Vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}, x_2' = \frac{x_2 - Vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

мындан

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

$x_2 - x_1 = l$ деп белгилеп алып, $x_2' - x_1' = l_0$ экендигин эске алып төмөндөгүнү алабыз:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \beta^2}. \quad (5.13)$$

Ошентип, К системасындагы байкоочу кыймылдаган кесиндинин узундугу анын тынч абалда жайланышкан системада өлчөнгөн узундугуна караганда $\sqrt{1 - \beta^2}$ эсе кичине экендигин аныктайт.

Демек, байкоочуга салыштырмалуу кыймылдаган каалагандай инерциалдык эсептөө системасында бардык кесиндилер системанын кыймылынын багыты боюнча кыскарышат жана системанын ылдамдыгы канчалык чоң болсо, кыскаруу ошончолук чоң болот.

Ылдамдыктарды өзгөртүп түзүү (ылдамдыктарды кошуунун релятивисттик эрежеси). К' эсептөө системасында нерсе x' (жана x) огу боюнча багытталган ϑ' ылдамдыгына ээ болсун дейли:

$$\vartheta' = \frac{dx'}{dt'}$$

К эсептөө системасында бул нерсенин ылдамдыгы төмөнкүгө барабар:

$$\vartheta = \frac{dx}{dt}$$

ϑ жана ϑ' ылдамдыктарынын ортосундагы катнашты аныктайбыз.

$\frac{dx}{dt}$ туундусун (5.11) катнаштарынан туюнтулган dx жана dt дифференциалдарынын катыштары катары карайбыз.

$$dx = \frac{dx' + Vdt'}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}}, dt = \frac{dt' + V \frac{dx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}}$$

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + Vdt'}{dt' + \frac{V}{c^2} dx'} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + V}{1 + \frac{V}{c^2} \frac{dx'}{dt'}}$$

$\frac{dx'}{dt'} = \vartheta'$ болоорун эске алып, бул туюнтманы төмөндөгүчө кайтадан жазсак болот:

$$\vartheta = \frac{\vartheta' + V}{1 + \frac{\vartheta'V}{c^2}} \quad (5.14)$$

Ошентип, Ньютондун механикасындагыдай болуп абсолюттук ылдамдык ϑ салыштырмалуу ылдамдык ϑ' менен ташуучу ылдамдык V нын суммасына барабар болбойт (ылдамдык үчүн параллелограммдын эрежеси сакталбайт). Бирок $\frac{\vartheta'V}{c^2} \ll 1$

шарты аткарылганда жакындатылган классикалык формуланы алабыз:

$$\vartheta \approx \vartheta' + V.$$

(5.14) катнашынан абсолюттук ылдамдык ϑ эч качан жарыктын ылдамдыгы c дан чоң болбосу көрүнүп турат. Чындыгында эле $\vartheta' = c$ дейли, анда

$$\vartheta = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}} = \frac{c + V}{c + V} c = c.$$

§ 3. Релятивисттик динамиканын элементтери

3.1. Релятивисттик формадагы Ньютондун закону

Эгерде Ньютондун экинчи закону

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \quad (5.15)$$

нерсенин импульсу инерциалдык эсептөө системасында

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{\vartheta}}{\sqrt{1 - \frac{\vartheta^2}{c^2}}} \quad (5.16)$$

түрүндө аныкталса, Лоренцтин өзгөртүп түзүүсүнө карата инварианттуу болоорун Эйнштейн көргөзгөн, мында $\vec{\vartheta}$ – тандалып алынган эсептөө системасындагы нерсенин ылдамдыгы; m_0 – ушул эсептөө системасындагы кыймылсыз нерсенин массасы (тынч абалдагы масса); c – жарыктын вакуумдагы ылдамдыгы. Тажрыйбалар көргөзгөндөй, K системасынан ага карата X багыты боюнча турактуу ϑ ылдамдыгы менен кыймылдаган K' системасына өткөндө (5.1-сүр.), күчтүн компоненттери төмөнкүдөй формулалар боюнча өзгөртүлүп түзүлүшү керек:

$$F'_x = F_x,$$

$$F'_y = \frac{F_y}{\sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}},$$

$$F'_z = \frac{F_z}{\sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}}.$$

Башка инерциалдык системага өткөндө күчтөрдүн сактал-
башы күчтөр көз каранды болушкан кесиндилердин узундугу-
нун жана убакыттын аралыгынын өзгөрүүсү менен шартталат.

Ошентип, Ньютондун экинчи закону релятивисттик форма-
да төмөндөгүдөй түргө ээ болот:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{g}}{\sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}} \right) = \vec{F}. \quad (5.17)$$

Ылдамдыктын өзгөрүүсүнүн релятивисттик закону. Нерсеге
ылдамдыкка жарыш турактуу күч аракет эткенде, анын ылдам-
дыгы кандай өзгөрөөрүн табуу үчүн, кыймылдын релятивисттик
тендемесин интегралдоо керек. F күчүнүн жана \vec{g} ылдамдыгы-
нын жарыштыгын эске алуу менен, (5.17) формуласын
төмөндөгүчө жазабыз

$$d \left(\frac{m_0 g}{\sqrt{1 - \frac{g^2}{c^2}}} \right) = \vec{F} dt.$$

Интегралдасак:

$$\frac{m_0 g}{\sqrt{1 - \left(\frac{g}{c}\right)^2}} = Ft + C.$$

Эгер $t = 0$ болгондо, $\vartheta = 0$ десек, интегралдоонун турактуусу $C = 0$ болот. Алынган теңдемени ϑ га салыштырмалуу чыгарып:

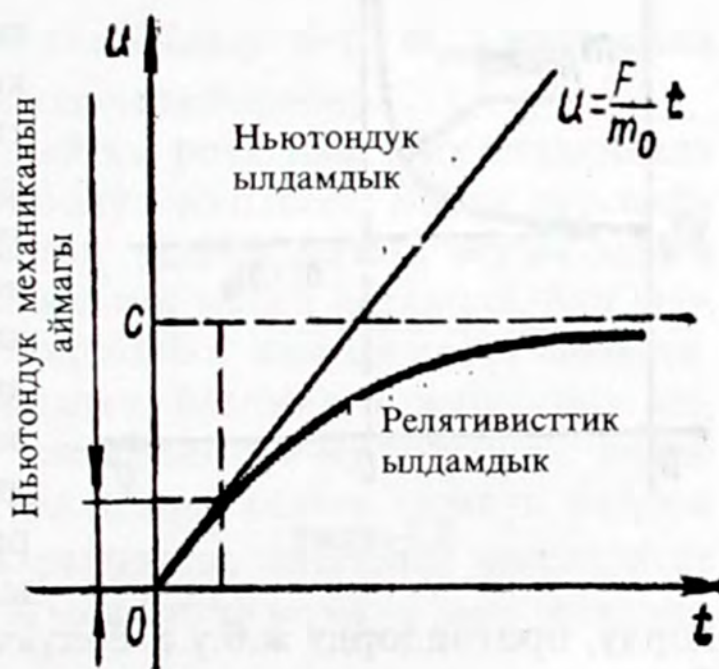
$$\vartheta = \frac{\frac{F}{m_0} t}{\sqrt{1 + \left(\frac{\frac{F}{m_0} t}{c}\right)^2}}, \quad (5.18)$$

боло тургандыгын табабыз. Мындан ылдамдыктын өзгөрүүсүнүн релятивисттик закону Ньютондун закону $\left(\vartheta = \frac{F}{m_0} t\right)$ менен дал келбеси көрүнүп турат.

(5.2) сүрөтүндө $\vartheta(t)$ функциясынын графигинин Ньютондук жана релятивисттик көз карандылыктары көрсөтүлгөн. Релятивисттик законго ылайык ылдамдык акырындык менен өсүп, эч качан жарыктын ылдамдыгынан чоң болбойт жана салыштырмалуулук теориясынын талабын канагаттандырат.

Графиктен ылдамдыктын өзгөрүүсүнүн Ньютондук закону убакыттын алгачкы моменттеринде,

б.а., $\frac{F}{m_0} t \ll c$ шарты аткарылганда гана туура болоору көрүнүп турат.



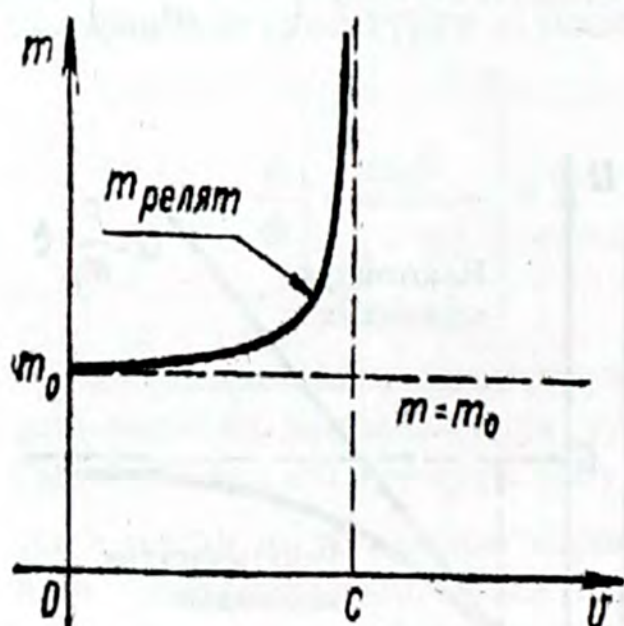
5.2-сүрөт

3.2. Релятивисттик импульс жана масса

Эгерде импульсту (5.16) катнашы менен аныктасак, Ньютондун экинчи закону инварианттык формага ээ болот. Ньютондун механикасындагы импульс $p = m_0 v$ (5.17) деги релятивисттик импульс менен $\frac{v^2}{c^2} \ll 1$ шарты аткарылганда гана дал келет

(5.17) туюнтмасына кирген

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5.19)$$



5.3-сүрөт

чондугун релятивисттик масса, т.а., v ылдамдыгы менен кыймылдаган нерсенин массасы катары кароо керек. $v \rightarrow 0$ кезде релятивисттик масса тынч абалдагы массага умтулаары ($m \rightarrow m_0$) ачык көрүнүп турат. Тынч абалдагы масса нерсе тынч абалда жайланышкан бардык эсептөө системалары үчүн бирдей болгон инварианттуу чоңдук. Ылдамдыктын өсүшү менен массанын релятивисттик өсүшү атайын ылдамдаткычтарда электрон-

дорду, протондорду ж.б.у.с. бөлүкчөлөрдү ылдамдатуу тажрыйбаларында текшерилип далилденген, ага кошумча, бул көз карандылык ар түрдүү элементардык бөлүкчөлөрдүн кагылышууларын изилдөөчү тажрыйбаларда да далилденген. Массанын ылдамдыктан көз карандылыгынын $m(v)$ графиги 5.3 сүрөтүндө көргөзүлгөн

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

чоңдугун Ньютондун биномунун формуласы боюнча ажыратсак болот:

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\beta^2 + \frac{3}{8}\beta^4 \dots$$

Эгерде $\beta \ll 1$ болсо, анда ажыратуудагы биринчи эки мүчө менен гана чектелсек болот, анда (5.19) туюнтмасы төмөнкүдөй түргө ээ болот

$$m = m_0(1 + \frac{1}{2}\beta^2) = m_0 + \frac{m_0\beta^2}{2} = m_0 + \frac{m_0 v^2}{2c^2} \quad (5.20)$$

Ошентип, кыймылдаган нерсенин массасы m нерсенин кинетикалык энергиясынан

$$m_{\text{кый}} = \frac{E_{\text{кин}}}{c^2}$$

түрүндө көз каранды болгон кандайдыр бир $m_{\text{кый}}$ массасына кошулган тынч абалдагы m_0 массасына барабар.

Ньютондук механикадагыдай эле релятивисттик механикада да масса инерттүүлүктүн чени болуп эсептелет. Бирок нерсенин инерттүүлүгү турактуу болбостон, ылдамдыктын өсүшү менен өсүп отурат (5.3 сүр.) Физикалык тил менен айтканда, бул нерсенин ылдамдыгы канчалык чоң болсо, аны өзгөртүү ошончолук кыйын болот дегенди билгизет. Ылдамдык жарыктын ылдамдыгына жакындаганда, нерсенин инерттүүлүгү аябай өскөндүктөн, ылдамдыктын андан ары өсүшү мүмкүн болбой калат. Качан $v \rightarrow c$ шарты аткарылганда, массанын чексиздикке умтулушу жарыктын ылдамдыгына жетүү мүмкүн эмес экендиги менен түшүндүрүлөт.

3.3. Релятивисттик энергия. Масса менен энергиянын байланышы

Тынч абалдагы массасы m_0 болгон эркин нерсеге \vec{F} толук күчү аракет этсин дейли. Ушул күчтүн жумушун эсептейли.

$d\vec{l}$ которулушундагы элементардык жумуш төмөндөгүгө барабар:

$$dA = \vec{F} d\vec{l}$$

мында \vec{F} (5.17) боюнча аныкталат.

Жөнөкөй математикалык эсептөөлөргө толугу менен токтолбой, жумуштун акыркы туюнтмасын алабыз:

$$A = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + C, \quad (5.21)$$

мында ϑ – нерсенин ылдамдыгы, C – интегралдоонун турактуусу, $\beta = \frac{\vartheta}{c}$ формулада нерсенин тынч абалдагы массасы m_0 өзгөрбөйт деп алынды. Ошондуктан толук күчтүн жумушу нерсеге кинетикалык энергия берүү үчүн гана жумшалат десек болот:

$$A = E_{\text{кин}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + C \quad (5.21')$$

интегралдоонун туруктуусу C $\vartheta = 0$ кезинде нерсенин кинетикалык энергиясы $E_{\text{кин}} = 0$ шартынан аныкталат. (5.21') катнашынан:

$$C = m_0 c^2$$

келип чыгат. Анда кинетикалык энергиянын формуласы

$$E_{\text{кин}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - m_0 c^2 \quad (5.22)$$

түрүнө ээ болот же $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ релятивисттик массасын киргизсек:

$$E_{\text{кин}} = mc^2 - m_0 c^2 \quad (5.22')$$

болот. Ошентип, кинетикалык энергия нерсенин кыймылдаган кездеги жана тынч абалындагы энергияларынын айырмасы катарында туюнтулду. Кыймылдаган нерсе релятивисттик массадан көз каранды энергияга ээ болот. Демек, биз нерсе кандай абалда болбосун, ал

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m_0 c^2 + E_{\text{кин}} \quad (5.23)$$

толук релятивисттик энергияга ээ болот деген жыйынтыкка келебиз. Эгерде нерсе тынч абалда болсо, анын энергиясы төмөндөгүгө барабар:

$$E = m_0 c^2 \quad (5.24)$$

(5.24) формуласы нерсе толугу менен тынч абалдагы массага ээ эмес, материянын түрүнө, б.а., нерсенин электромагниттик нурлануусуна өтүп кеткенде, нерседен алына турган максималдык энергияны туюнтат.

Ошентип, бул закон зат менен байланышкан энергиянын нурлануу менен байланышкан энергияга өтүүсүнүн (жана тескерисинче) принципалдык мүмкүнчүлүгүн көргөзүп турат. Б.а., (5.24) формуласы тынч абалдагы массага ээ материалдык объектилердин – заттардын тынч абалдагы массага ээ эмес материалдык объектилерге – нурланууга (жана тескерисинче) энергиянын санынын сакталышы менен өтүүсүнүн принципалдык мүмкүнчүлүгүн көргөзүп турат.

Мындай өтүүлөрдүн классикалык мисалы болуп электрон менен позитрондун биригүү реакциясы эсептелет, натыйжада электрон менен позитрон жашоосун токтотуп, энергиясы эки бөлүкчөнүн тынч абалдагы энергияларынын суммасына барабар электромагниттик нурланууга өтүп кетет (бөлүкчөлөр кинетикалык энергияларга ээ эмес деп эсептеп жатабыз).

Тескери өтүүнүн мисалы болуп электромагниттик нурлануунун квантынан электрон – позитрон жуптугунун пайда болушу эсептелет.

Принцибинде, ар кандай бөлүкчө антибөлүкчө менен аракеттенишип, нурланууга өтүп кетиши мүмкүн. Бирок биздин дүйнөдө антибөлүкчөлөр жок (антпесе биз болмок эмеспиз). Ошондуктан мисалы, бир килограмм таштын, темирдин же урандын тынч абалдагы потенциалдык энергиясын нурлануунун энергиясына өткөзө албайбыз. Себеби буга протондор менен нейтрондордун (бизге белгилүү заттардын атомдорунун ядросундагы бөлүкчөлөр) жалпы санынын сакталуу закону тоскоол болот.

Бирок тынч абалдагы $E_0 = m_0 c^2$ энергиясынын бир бөлүгү нурлануунун энергиясына өтүшү мүмкүн. Эгерде тынч абалдагы массасы m_0 болгон нерсе ΔE энергиясын бөлүп чыгара турган болсо, анда нерсенин тынч абалдагы массасы Δm ге азайышы керек жана тынч абалдагы энергия мурункусундай эле тынч абалдагы масса менен төмөнкүдөй катнаш аркылуу байланышы керек:

$$E_0 - \Delta E = (m_0 - \Delta m)c^2 = m_0 c^2 - \Delta m c^2.$$

Мындан $\Delta E = \Delta m c^2$ экендиги келип чыгат.

Δm чоңдугу массанын дефектиси деп аталат. Ал нерсе ΔE энергиясын бергенде, анын массасы канчага азаярын, же тескерисинче, нерсе ΔE энергиясын жутса, массасы канчага чоңоёрун көргөзөт.

Релятивисттик кинетикалык энергия. (5.23) барабардыгынан релятивисттик кинетикалык энергияны туюнтабыз:

$$E_{\text{кин}} = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2.$$

Нерсенин ылдамдыгы анча чоң болбогон учурда $\left(\frac{v}{c} \ll 1\right)$,

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

туюнтмасын Ньютондун биномунун формуласы боюнча ажыратсак болот

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = -1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots$$

жана биринчи эки мүчөсү менен чектелсек,

$$E_{\text{кин}} = m_0 c^2 \left(1 + \frac{v^2}{2c^2}\right) - m_0 c^2 = \frac{m_0 v^2}{2}.$$

болот. Бул болсо кинетикалык энергиянын кадимки (релятивисттик эмес) формуласы.

Ошентип, кинетикалык энергиянын кадимки формуласы болгону кичине ылдамдыктар үчүн гана туура. Кинетикалык энергиянын каалагандай ылдамдык үчүн так формуласы ($m_0 = \text{const}$ кезинде) (5.22') релятивисттик формуласы менен эсептелет.

3.4. Энергия менен импульстун байланышы

Нерсенин энергиясы жана анын импульсу релятивисттик масса менен төмөнкүдөй катнаштар аркылуу байланышат:

$$E = mc^2,$$

$$\vec{p} = m\vec{v},$$

мында v – нерсенин ылдамдыгы. Эки барабардыкты тең квадратка көтөрүп, экинчисин c^2 көбөйтөбүз:

$$E^2 = m^2 c^4,$$

$$p^2 c^2 = m^2 v^2 c^2.$$

Биринчи теңдемеден экинчисин алабыз:

$$E^2 - p^2 c^2 = \frac{m_0 c^4 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)} = m_0^2 c^4$$

мындан изделип жаткан энергия менен импульстун байланышын алабыз:

$$E^2 - p^2 c^2 = m_0^2 c^4. \quad (5.25)$$

Тынч абалдагы масса m_0 жана вакуумдагы жарыктын ылдамдыгы c бардык инерциалдык эсептөө системасында турактуу мааниге ээ. Бул чоңдуктар Лоренцтин өзгөртүп түзүүсүнө карата инварианттуу. Энергия E менен импульс p жалпысынан бир инерциалдык эсептөө системасынан экинчисине өткөндө өзгөрүшөт. Бирок (5.25) тен $E^2 - p^2 c^2$ айырмасы бардык эсептөө

системасында сакталаары көрүнүп турат. Ошентип, $E^2 - p^2 c^2$ чоңдугу Лоренцтин өзгөртүп түзүүсүнө карата дайыма инварианттуу. Бул E^2 менен $p^2 c^2$ чоңдуктарынын ортосундагы табылган байланыштын баалуу өзгөчөлүгү болуп эсептелет.

(5.25) тен релятивисттик энергия E ни туюнтабыз:

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m_0^2 c^4}. \quad (5.26)$$

Мындан тынч абалда массага ээ болбогон нерселер (материалдык объектилер) дагы релятивисттик энергияга ээ болоорукелип чыгат. Азыркы убакытта мындай касиетке ээ эки бөлүкчө белгилүү: фотон жана нейтрино. Бул бөлүкчөлөрдүн энергиясы жана импульсу төмөнкүдөй аныкталат:

$$E = pc, \quad (5.27)$$

$$p = \frac{E}{c}. \quad (5.28)$$

Бул болсо фотондордун агымы (жарык) жана ошондой эле нейтринолордун агымы басым көрсөтүшү керек дегенди билгизет. Жарыктын басымы Лебедев тарабынан өлчөнгөн.

Текшерүү суроолору

1. Салыштырмалуулук принциби деп эмнени айтабыз. Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнүн маңызы эмнеде?
2. Галилейдин өзгөртүп түзүүсүн жазып, анын кантип алынаарын түшүндүргүлө.
3. Галилейдин өзгөртүп түзүүсүн колдонуп ылдамдыктарды кошуунун законун алгыла.
4. Кандай чоңдуктар (закондор) Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнө карата инварианттуу болушат?
5. Лоренцтин өзгөртүп түзүүсүнүн формулаларын жазгыла жана анын өзгөчөлүктөрүн түшүндүргүлө.
6. Эйнштейндин постулаттарын айткыла жана анын маңызын ачып көргөзгүлө.
7. Ньютондун законунун релятивисттик түрдөгү формуласын жазып, анын физикалык маңызын түшүндүргүлө.
8. Релятивисттик күч, импульс, энергия деп эмнени айтабыз. Энергия менен массанын байланышы кандай болот?

6-БАП

ИНЕРЦИАЛДЫК ЭМЕС ЭСЕПТӨӨ СИСТЕМАСЫ

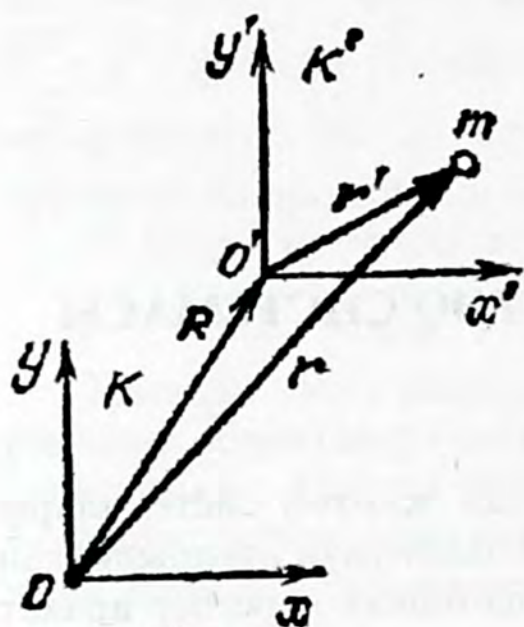
Ньютондун закондору аткарылбаган эсептөө системалары инерциалдык эмес деп аталат. Инерция законунун аткарылбаган себеби мындай эсептөө системаларында башка нерселер аракет этпеген нерсе өзүнүн тынч абалын же бир калыптагы түз сызыктуу кыймылын сактабайт. Ньютондун экинчи законунун аткарылбашы нерсеге башка нерселер аракет этпесе деле анын ылдамданууга ээ болушунан көрүнүп турат. Акырында, инерциалдык эмес эсептөө системаларында Ньютондун үчүнчү закону да аткарылбайт, себеби нерсеге кандайдыр бир инерция күчү аракет эткенде, ал карама-каршы аракет кылбайт (анткени карама-каршы аракет этүүчү нерсе жок).

Кандайдыр бир инерциалдык эсептөө системасына салыштырмалуу ылдамданууга ээ болуу менен кыймылдаган бардык эсептөө системалары инерциалдык эмес болуп эсептелет. Инерциалдык эмес эсептөө системаларын эки түргө бөлсөк болот: инерциалдык эсептөө системаларына салыштырмалуу бир калыптагы же өзгөрмөлүү ылдамданууга ээ болуу менен, алга умтулуп кыймылдаган системалар жана кандайдыр бир борборго же окко салыштырмалуу турактуу же өзгөрмөлүү бурчтук ылдамдык менен айланган системалар.

Системанын каалагандай кыймылын ушул аталган эки кыймылдын суммасы катарында карасак болот.

§ 1. Инерция күчү

Инерциалдык эмес эсептөө системаларында Ньютондун закондорунун сакталбашын кандайдыр бир инерциалдык эсептөө системасында тынч абалда жайланышкан нерсенин мисалында



6.1-сүрөт

көрсөк болот. Бул учурда нерсеге күчтөр аракет жасашпайт: $\vec{F} = 0$. Бирок инерциалдык эсептөө системасына салыштырмалуу ылдамдануу менен кыймылдаган инерциалдык эмес эсептөө системасында нерсе нөлгө барабар эмес, \vec{a} ылдамдануусуна ээ болот. Бирок $\vec{F} = 0$ болгондуктан, $\vec{F} = m\vec{a}$ барабардыгы сакталбайт. 6.1 сүрөтүндө эки эсептөө системасы көрсөтүлгөн. Мында K инерциалдык эсептөө системасы, ал эми K' системасы K га салыштырмалуу кандайдыр бир

\vec{a} ылдамдануусу менен кыймылдайт, демек, ал инерциалдык эмес. 6.1 сүрөтүндө көргөзүлгөн радиус векторлор

$$\vec{r} = \vec{R} + \vec{r}',$$

катнашы аркылуу байланышкан. Бул катнашты эки жолу убакыт боюнча дифференциалдасак төмөнкүдөй барабардыкты алабыз:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2\vec{R}}{dt^2} + \frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}. \quad (6.1)$$

Бул барабардыктагы $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ мүчөсү бөлүкчөнүн K система-

сындагы ылдамдануусун туюнтат, $\frac{d^2\vec{r}'}{dt^2}$ – K' системасынын баш-

талышынын K системасына салыштырмалуу ылдамдануусу жана аны \vec{w} вектору аркылуу белгилейбиз. K' эсептөө системасы K эсептөө системасына салыштырмалуу алга умтулуп кыймылдасын дейли, анда (6.1) катнашын төмөндөгүчө жазып алсак болот:

$$\vec{a} = \vec{w} + \vec{a}', \quad (6.2)$$

мында, \vec{a}' – бөлүкчөнүн K' системасындагы ылдамдануусу (6.2) барабардыгын бөлүкчөнүн массасы m ге көбөйтөбүз жана Ньютондун экинчи законуна ылайык $m\vec{a}$ көбөйтүндүсү бөлүкчөгө башка нерселердин аракет эткен күчү \vec{F} ти берээрин эске алабыз. Натыйжада,

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{w}, \quad (6.3)$$

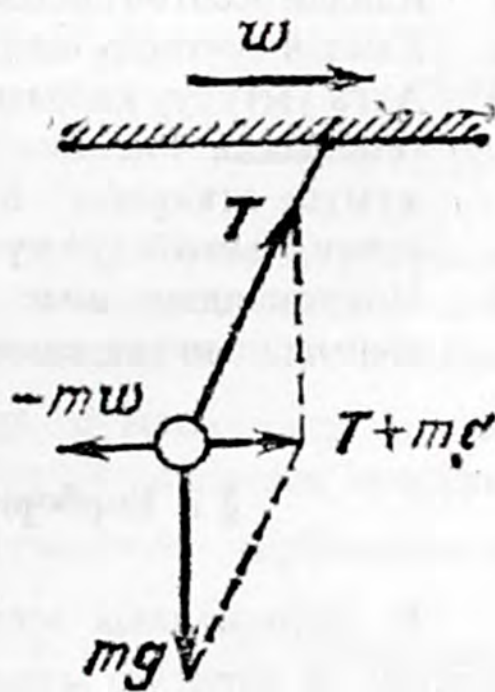
теңдемеси келип чыгат.

Ошентип, K' системасына салыштырмалуу бөлүкчө өзүн ага чын күч \vec{F} тен башка кошумча, “жалган” $F'_{\text{ин}} = -m\vec{w}$ күчү аракет эткендей көрсөтөт. Бул кошумча күч **инерция күчү** деп аталат. Инерция күчүнүн белгиленишин эске алып, (6.3) теңдемесин төмөндөгүчө жазабыз:

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{\text{ин}}. \quad (6.4)$$

Инерциалдык эмес эсептөө системасы үчүн жазылган бул теңдеме түрү боюнча Ньютондун экинчи законунун теңдемесине окшош. Ошондуктан инерция күчүн киргизүү нерселердин кыймылын каалагандай эсептөө системаларында бир эле теңдеменин жардамы менен жазууга мүмкүнчүлүк берет. Бул инерция күчү түшүнүгүн колдонуунун маңызы болуп саналат.

Айтылгандарды түшүндүрүү үчүн төмөндөгүдөй мисалды карайбыз. Турактуу \vec{w} ылдамдануусу менен кыймылдаган поезддин вагонунда вагонго салыштырмалуу тынч абалдагы шарик жипке илинип турсун дейли (6.2-сүр.). Биз инерциалдык эсептөө системасы деп эсептеген жерге салыштырмалуу шарик вагон сыяктуу эле \vec{w} ылдамдануусуна ээ болот. Бул ылдамдануу шарикке жипти чоюу күчү \vec{T} вектору менен оордук күчү $m\vec{g}$ нын суммасына барабар $\vec{F} = m\vec{w}$



6.2-сүрөт

күчү аркылуу берилет. Шариктин вагонго салыштырмалуу ылдамданууга ээ эместигин формалдуу түрдө \vec{F} күчү $-m\vec{w}$ ге барабар инерция күчү менен теңдешет деп түшүндүрсөк болот.

Инерция күчү нерселердин бири-бирине аракет этиши менен шартталбаса да, ылдамдануу менен кыймылдаган эсептөө системасында жайланышкан байкоочу үчүн чын эле сезилет. Ал күчтөрдүн чындыгында сезилерине биз күн сайын кандайдыр бир унаанын жүргүнчүсү катары күбө болуудабыз. Мисалы, автобус тез токтогондо же тез ордунан жылганда бизди алга жүткүнткөн же артка чалкалаткан күчтү сезебиз. Бул күчтү сезүү салмакты сезгендей эле таасир калтырат. Себеби инерция күчү салмак сыяктуу эле массалык күч болуп эсептелет жана алар биздин денебиздин бардык элементтерине аракет этишет.

Жерде жайланышкан байкоочу үчүн инерциалдык күчтөр жок. Автобус токтогондо жана кыймылдаганда, дененин жүткүнүүсүн жана чалкалашын ал Ньютондун биринчи законунан ылайык нерселердин бир калыптагы кыймылын, же тынч абалын сактоого умтулуусу аркылуу түшүндүрөт.

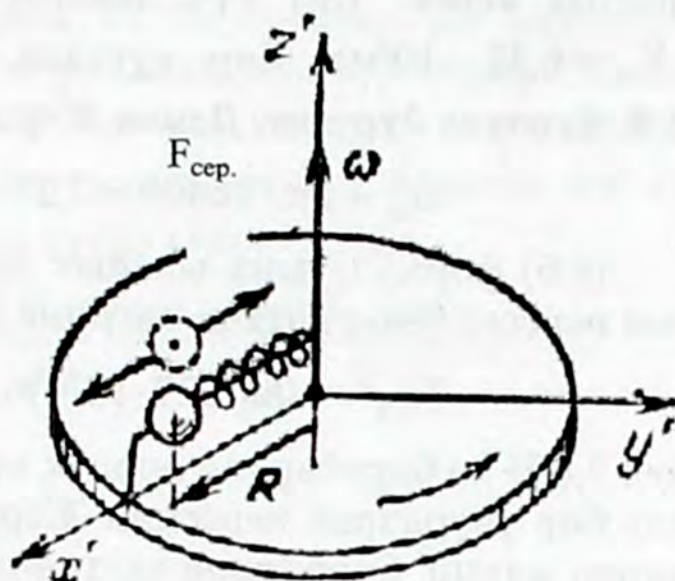
Текшерүү суроолору

1. Кандай эсептөө системаларын инерциалдык эмес деп аташат?
2. Кандай күчтөрдү инерциалдык жана Ньютондук деп атайбыз?
3. Алга умтулуу кыймылына ээ инерциалдык эмес эсептөө системасында инерция күчү кантип табылат? Инерция күчү жумуш аткарабы? Бул күч кандай багытталган? Инерция күчүн Ньютондун күчтөрү менен кошсок болобу?
4. Инерциалдык эмес эсептөө системасындагы нерсе үчүн кыймылдын теңдемесин (Ньютондун законун) жазгыла.

§ 2. Борбордон четтөөчү инерция күчү

К инерциалдык эсептөө системасына салыштырмалуу турактуу $\vec{\omega}$ бурчтук ылдамдыгы менен айланган инерциалдык эмес K' эсептөө системасында жайланышкан нерсени карайлы (алга умтулуу кыймылы жок). Мисал катарында кыймылсыз

октун айланасында айланган дисканы карайбыз. Дисканын огуна зым оромо менен туташтырылган шарик кийгизилген радиалдык багытточу бекитилген (6.3-сүр.). Диск айланбаса, зым оромо чоюлбайт. Диск айлана баштаганда, зым оромо серпилүү күчү $F_{\text{сер}}$ шариктин массасы m менен анын ылдамдануусунун $a = -\omega^2 \vec{R}$ көбөйтүндүсүнө барабар болгуча чоюлат.



6.3-сүрөт

$$\vec{F}_{\text{сер}} = -m\omega^2 \vec{R} \quad (6.5)$$

(\vec{R} айлануу огуна перпендикулярдуу)

Диск менен байланышкан K' эсептөө системасына салыштармалуу шарик тынч абалда болот. Муну формалдуу түрдө K' системасында шарикке $\vec{F}_{\text{сер}}$ күчүнөн сырткары инерция күчү да аракет этет деп түшүндүрсөк болот.

$$\vec{F}_{\text{ин}} = \vec{F}_{\text{б.ч}} = m\omega^2 \vec{R} \quad (6.6)$$

Бул күч радиусту бойлото октон дисканын четин көздөй багытталат.

(6.6) формуласы аркылуу туюнтулган күч борбордон четтөөчү инерция күчү деп аталат. Ал күч айланган эсептөө системаларында пайда болуп, бул системада нерсе тынч абалда болгондугунан же ага салыштырмалуу $\vec{\mathcal{G}}'$ ылдамдыгы менен кыймылдарынан көз каранды эмес. Бул көз каранды эместик (6.6) формуласынын курамына $\vec{\mathcal{G}}'$ мүчөсүнүн кирбегенинен көрүнүп турат.

Суткалык айланышына карата Жер айланган гиганттык дискага (т.а., шарга) окшош. Ошондуктан Жер менен байланышкан эсептөө системаларындагы нерселерди караган кездеги так эсептөөлөрдө борбордон четтөөчү инерция күчүн эске алы-

шыбыз керек. Бул күч экватордо максималдык мааниге ээ ($R_3 = 6,38 \cdot 10^6 \text{ м}$). Бир суткада, б.а., 86400 секундада Жер 2π бурчуна бурулат. Демек Жердин бурчтук ылдамдыгы

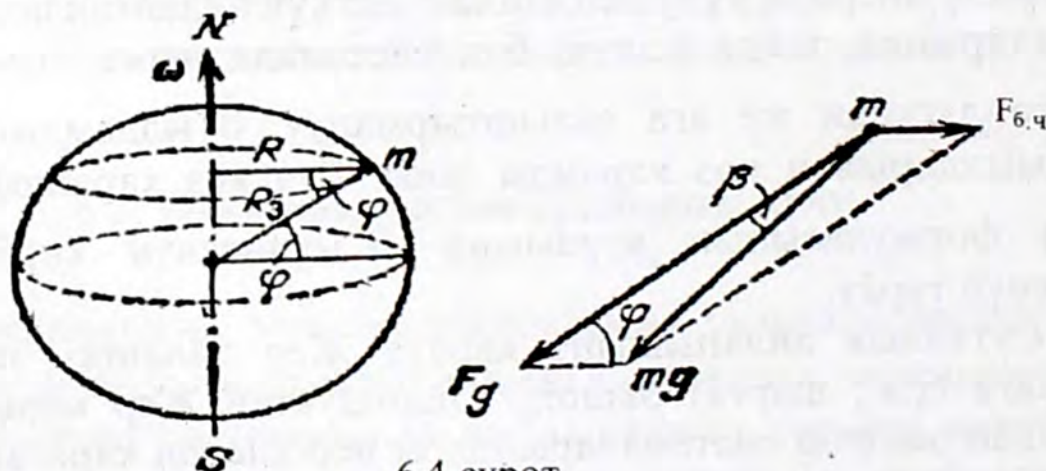
$$\omega_{\text{ж}} = 2\pi / 86400 = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с.}$$

(6.6) формуласына ылайык экватордо массасы $m=1$ кг болгон нерсеге аракет эткен инерция күчү төмөндөгүгө барабар

$$F_{6.ч} = 1,00(7,27 \cdot 10^{-5})^2 6,38 \cdot 10^6 = 0,0337 \text{ Н,}$$

бул 9,8 Н го барабар mg оордук күчүнүн $1/29$ түзөт. Ошондуктан кээ бир учурларда нерсенин Жерге салыштырмалуу кыймылын карап жатып, борбордон четтөөчү инерция күчүн көңүлгө албай койсок болот.

Эркин түшүү ылдамдануусу \vec{g} – нерсенин Жерге, тактап айтканда, айланган эсептөө системасына салыштырмалуу ылдамдануусу. Бул системада нерсени Жер өзүнө тарткан \vec{F}_g гравитациялык күчүнөн башка, модулу $m_{\text{ж}}^2 R_{\text{ж}}^2 \cos \varphi$ ге барабар $\vec{F}_{6.ч}$ борбордон четтөөчү инерция күчүн да эске алышыбыз керек (6.4-сүр.) Демек, $m\vec{g}$ оордук күчү \vec{F}_g жана $\vec{F}_{6.ч}$ күчүнүн жыйынтыктоочусу болот экен. $m\vec{g}$ күчүнүн багыты жүк чойгон тик багыт деп аталган жиптин багыты менен дал келет. 6.4-сүрөттөн тик багыт Жердин борборуна дал келбей, аны менен β бурчун түзөөрү көрүнүп турат. Бул бурчту аныктоо үчүн синустар теоремасын пайдаланабыз.



6.4-сүрөт

Синустар теоремасы боюнча үч бурчтуктардын жактарынын катышы ушул жактардын каршысындагы бурчтардын синустарынын катышына барабар. β бурчуна узундугу сан мааниси боюнча $F_{б.ч}$ гө, φ бурчуна, узундугу сан мааниси боюнча mg га барабар үч бурчтуктун жактары туура келет. Демек,

$$\frac{\sin \beta}{\sin \varphi} = \frac{F_{б.ч}}{mg} = \frac{m\omega_{ж}^2 R_{ж} \cos \varphi}{mg} = \frac{\omega_{ж}^2 R_{ж} \cos \varphi}{g},$$

мындан

$$\sin \beta = \frac{\omega_{ж}^2 R_{ж}}{2g} \sin 2\varphi$$

(биз $2\sin\varphi\cos\varphi = \sin 2\varphi$ экендигин эске алдык). Чондуктардын сан маанилерин коебуз, $\omega_{ж} = 7,27 \cdot 10^{-5}$ рад/с, $R_{ж} = 6,38 \cdot 10^6$ м, $g = 9,81$ м/с. Анда

$$\sin \beta = 0,0018 \sin 2\varphi \quad (6.7)$$

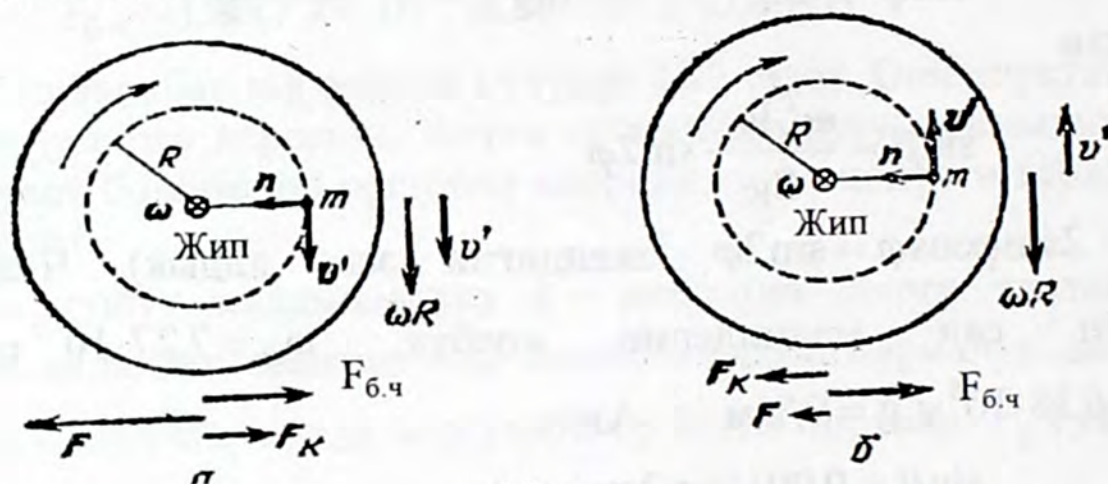
(6.7) ден тик багыттын четтеши нөлдөн (экватордо, $\varphi = 0$, жана уюлда $\varphi = 90^\circ$) 0,0018 радианга же β' га ($\varphi = 45^\circ$ кендигинде) чейин өзгөрөөрү келип чыгат.

$F_g - mg$ айырмасы уюлда нөлгө барабар, экватордо максималдык мааниге ээ болуп, mg күчүнүн 0,3 % түзөт. Жердин сүйрүлүгүнөн гравитация күчү F_g өзүнчө да кеңдик боюнча өзгөрүп, уюлда экватордокуга караганда 0,2 ге чоң. Жыйынтыгында, эркин түшүүнүн ылдамдануусу кеңдик боюнча экватордо $9,780$ м/с², уюлда $9,832$ м/с² чейин өзгөрөт, $g = 9,80665$ м/с² чоңдугу эркин түшүүнүн ылдамдануусунун нормалдуу (стандарттык) мааниси катарында кабыл алынган.

§ 3. Кориолис күчү

Өткөн параграфта биз айланган эсептөө системасына салыштырмалуу кыймылсыз абалда болгон нерселерди карадык. Нерселер кыймылдаганда, борбордон четтөөчү инерция күчүнөн башка Кориолис күчү деп аталган дагы бир инерция күчү пайда болот.

Инерциалдык эсептөө системасына (же кыймылсыз эсептөө системасы деп коебуз) салыштырмалуу горизонталдык тегиздикте турактуу $\bar{\omega}$ бурчтук ылдамдыгы менен айланган дисканы алалы (6.5-сүр.). Дискага салыштырмалуу радиусу R болгон айлана боюнча дисканын огуна жип менен байланган материалдык чекит (бөлүкчө) бир калыпта $\bar{\vartheta}'$ ылдамдыгы менен кыймылдасын дейли.



6.5-сүрөт

Айлананын чекиттеринин сызыктуу ылдамдыгы ωR ге барабар. 6.5.а-сүрөтүндө бөлүкчөнүн кыймылсыз системага салыштырмалуу ылдамдыгы $\bar{\vartheta}$ $\vartheta' + \omega R$ ге барабар модулга ээ. Ошондуктан бөлүкчөнүн кыймылсыз системадагы ылдамдануусу төмөндөгүгө барабар:

$$\bar{a}_n = \frac{\vartheta'^2}{R} \bar{n} = \frac{(\vartheta' + \omega R)^2}{R} \bar{n} = \frac{\vartheta'^2}{R} \bar{n} + \omega^2 R \bar{n} + 2\vartheta' \omega \bar{n}. \quad (6.8)$$

Мында $\left(\frac{\vartheta'^2}{R}\right) \bar{n}$ кошулуучусу бөлүкчөнүн дискага (т.а., айланган эсептөө системасына) салыштырмалуу ылдамдануусун \bar{a}'_n туюнтат. Бөлүкчөнүн массасы m менен \bar{a}_n дин көбөйтүндүсү жипти чоюучу күч \bar{F} ти берет. Демек,

$$\bar{F} = m \bar{a}'_n + m \omega^2 R \bar{n} + 2m \vartheta' \omega \bar{n},$$

деп жазсак болот. Мындан

$$m\vec{a}'_n = \vec{F} - m\omega^2 R\vec{n} - 2m\vartheta'\omega\vec{n}. \quad (6.9)$$

Дискадагы байкоочу бөлүкчөгө “чыныгы” \vec{F} күчүнөн башка айлануу огуна дисканын четине багытталган эки кошумча күч да аракет этээрин байкашы керек. Биринчи күч бизге белгилүү борбордон четтөөчү инерция күчү $\vec{F}_{б.ч} = -m\omega^2 R\vec{n}$ (мында $R\vec{n} = \vec{R}$ – айлануу огуна бөлүкчөгө жүргүзүлгөн вектор). $-2m\vartheta'\omega\vec{n}$ ге барабар, экинчи күч

$$\vec{F}_к = 2m[\vartheta'\omega], \quad (6.10)$$

түрүндө көргөзүлсө болот. Чындыгында эле $[\vartheta'\vec{\omega}]$ вектордук көбөйтүндөсүнүн модулу $\vartheta'\omega$ га барабар ϑ' жана $\vec{\omega}$ векторлорунун ортосундагы бурч тик, ал эми багыты \vec{n} векторунун багытына карама каршы. (6.10) формуласы менен аныкталган инерция күчү Кориолис күчү болуп эсептелет.

(6.5 б) сүрөтүндө көргөзүлгөн учур үчүн эгерде $\vartheta' > \omega R$ болсо $\vec{\vartheta}$ ылдамдыгынын модулу $\vartheta' - \omega R$ ге, эгерде $\omega R > \vartheta'$ болсо, $\omega R - \vartheta'$ ке барабар. Тиешелүү түрдө (6.8) жана (6.9) формулаларындагы $\vartheta'\omega$ көбөйтүндүсүн камтыган кошулуучу белгисин карама каршыга өзгөртөт, ошондуктан экинчи кошумча күч $2m\vartheta'\omega\vec{n}$ ге барабар. Бул учур үчүн дагы экинчи кошумча күч (6.10) формуласы менен көргөзүлсө болот.

Биз (6.10) формуласын бөлүкчөнүн ылдамдыгы борбору K' системасынын айлануу огуна жаткан, айланага жаныма боюнча багытталган учур үчүн алдык. Бул формула Кориолистин күчүн ϑ' ылдамдыгынын багыты айлануу огуна салыштырмалуу каалагандай болгон учур үчүн да аныктаарын көргөзсөк болот. Бул формуладан бөлүкчө инерциалдык эмес системада айлануу огуна жарыш кыймылдаганда, Кориолис күчүнүн пайда болбосу келип чыгат.

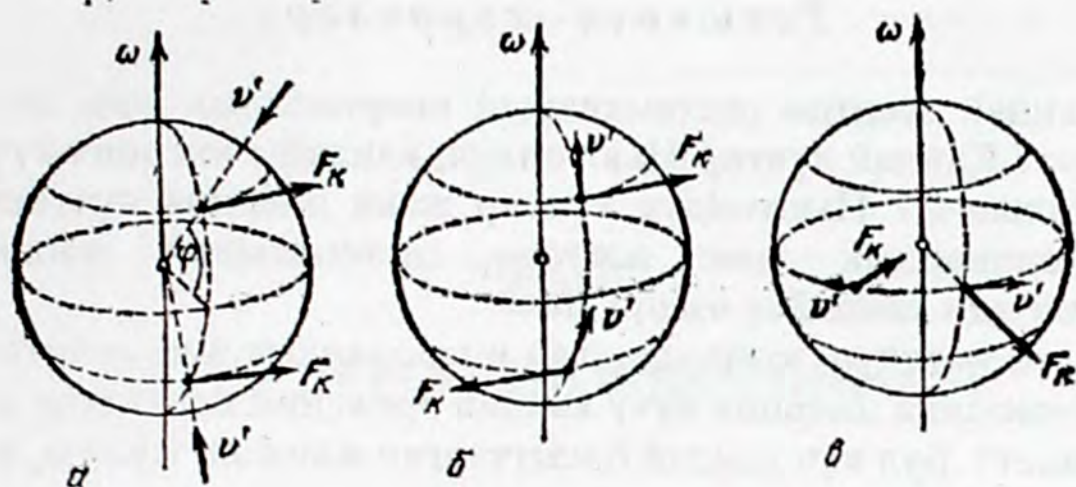
Эки вектордун көбөйтүндүсү аларга перпендикулярдуу үчүнчү векторду берет. Ошондуктан (6.10) формуласынан төмөндөгүлөр келип чыгат:

1) Кориолис күчү $\vec{\omega}$ векторуна перпендикулярдуу, б.а., дайыма эсептөө системасынын айлануу огуна перпендикуляр тегиздикте жатат;

2) Кориолис күчү $\vec{\Omega}'$ ылдамдыгына перпендикулярдуу, демек, ал бөлүкчөнүн үстүнөн жумуш аткарбайт. Бул күч $\vec{\Omega}'$ ылдамдыгынын багытын гана өзгөртүп, анын модулун өзгөрүүсүз калтырат.

(6.10) формуласын эске тутууга төмөндөгүдөй ой жүгүртүү өбөлгө түзөт. Кориолис күчү бөлүкчө айланган эсептөө системасына салыштырмалуу кыймылдаганда пайда болот, б.а., төмөндөгүдөй шарттар аткарылышы керек; а) бөлүкчөнүн массасы m ; б) бөлүкчөнүн ылдамдыгы $\vec{\Omega}'$ жана в) системанын бурчтук ылдамдыгы $\vec{\omega}$ “бар болушу керек”. Кориолистин күчү дал ушул үч чоңдуктар менен аныкталаары анык. Скалярдык чоңдук m , эки вектордук чоңдуктар $\vec{\Omega}'$ жана $\vec{\omega}$ дан жаңы векторду алуунун эң жөнөкөй ыкмасы төмөндөгүчө: алгач $\vec{\Omega}'$ жана $\vec{\omega}$ векторлорун көбөйтүп, андан соң анын жыйынтыгын m ге көбөйтөбүз. Натыйжада $m[\vec{\Omega}' \vec{\omega}]$ туюнтмасын алабыз. Ал (6.10) формуласынан эки көбөйтүндүсүнө гана айырмаланат. $[\vec{\Omega}' \vec{\omega}]$ көбөйтүндүсүндөгү көбөйтүүчүлөрүнүн жайланыш тартибин эске тутууну төмөндөгүчө жеңилдетүү ыңгайлуу; бөлүкчөнү мүнөздөөчү чоңдуктар m жана $\vec{\Omega}'$ формуласынын башында жанаша жайланышат, эсептөө системасын мүнөздөөчү $\vec{\omega}$ чоңдугу формуланын аягында өзүнчө турат. 6.6-сүрөтүндө Жер бетине жакын жайланышкан нерселерге Кориолис күчүнүн аракет этиши көргөзүлгөн.

Эркин түшкөндө Кориолис күчү нерсени чыгышка кыйшайтат. Бул кыйшаюу Жер бетинин каралган ордунун кеңдигинин синусуна пропорциялаш, демек, ал экватордо эң чоң мааниге ээ болуп, уюлда нөлгө барабар. Экватордо 30 м бийиктиктен (болжол менен 10 кабат үйдүн бийиктиги) эркин түшкөн нерсенин кыйшаюуусу 3,6 мм болот.



6.6-сүрөт

Кориолис күчүн алыскы аралыкка атууларда эске алып, тиешелүү түзөтүүлөрдү киргизүү керек. Түндүккө багытталган замбиректен атканда, түндүк жарым шарда снаряд чыгышка, түштүк жарым шарда батышка кыйшайт (6.6.б-сүр.). Меридиан боюнча түштүккө атканда, кыйшаюу тескерисинче болот. Экватор боюнча чыгышка атканда, Кориолис күчү снарядды көтөрөт, батышка атканда Жерди көздөй басат (6.6.в-сүр.).

6.6.б-сүрөтүнөн меридианды бойлото каалагандай багытта (түндүк же түштүк) кыймылдаган нерсеге аракет эткен Кориолис күчү нерсенин кыймылынын багытына жараша түндүк жарым шарда оңго, түштүк жарым шарда солго багытталаары көрүнүп турат. Бул аракеттин натыйжасында түндүк жарым шарда дайыма дарыялардын (меридиан боюнча аккан) оң жээги, түштүк жарым шарда сол жээги көтөрүлүп турат.

Жердин суткалык айланышынын негиздүү далили болуп Кориолис күчүнүн аракети астында маятниктин термелүү тегиздигинин айланышы эсептелет. Тиешелүү тажрыйба 1851-жылы Парижде Фуко тарабынан 67 метр узундуктагы маятникти колдонуу менен жүргүзүлгөн. Ошондуктан Жердин айланышын көргөзүүчү маятниктер **Фуконун маятниктери** деп аталат. Узундугу 98 м болгон мындай маятник Санкт-Петербургдагы Исаакий соборунда илинип турат.

Текшерүү суроолору

1. Кандай эсептөө системаларын инерциалдык эмес деп аташат? Кандай күчтөр Ньютондук, кандайы инерция күчү деп аталышат? Ньютондук күчтөр жана инерция күчтөрү бир инерциалдык эмес эсептөө системасынан экинчисине өткөндө кандайча өзгөрүшөт?
2. Алга умтулуп кыймылдаган инерциалдык эмес эсептөө системасында инерция күчү кандай эреженин негизинде эсептелинет? Бул күч кандай багытталган жана ал жумуш аткара алабы?
3. Нерсенин кыймыл законун (Ньютондун экинчи закону) инерциалдык эмес эсептөө системасында жазгыла.
4. Айланган эсептөө системасында кандай инерция күчтөрү аракет этишет? Кандай күчтү борбордон четтөөчү деп айтышат? Бул күчтү кантип эсептөөгө болот? Анын багыты кандай?
5. Кандай инерция күчтөрүн кориолисттик деп аташат? Кориолис күчтөрү аракет эткен учурлардан мисал келтиргиле. Кориолис күчүн кантип эсептөөгө болот? Кориолис күчүнүн пайда болуу себебин түшүндүргүлө.
6. Кориолис күчү айланган системадагы нерсенин кыймылынын ылдамдыгынан көз каранды болобу?
7. Жерде кандай инерция күчтөрү байкалат? Нерсенин салмагы деп эмнени айтабыз? Бул күчтүн жаратылышы кандай?
8. Эмне себептен эркин түшүүнүн ылдамдануусу кеңдиктен көз каранды болоорун түшүндүргүлө.
9. Салмаксыздык кайсы учурда пайда болот? Салмаксыздык байкалган учурлардан мисалдарды келтиргиле.

7-БАП

КАТУУ НЕРСЕНИН МЕХАНИКАСЫ

§ 1. Катуу нерсенин кинематикасы

Катуу заттын каалагандай кыймылын жөнөкөй эки кыймылдын: алга умтулуучу жана айлануу кыймылынын жыйындысы катары кароого боло тургандыгын көргөзсөк болот.

1.1. Алга умтулуучу кыймыл

Нерсенин өзүнө-өзү жарыш кыймылдагандагы кыймылын алга умтулуучу кыймыл деп атайбыз. Мындай кыймылда нерседеги оюбузда каалагандай жүргүзүлгөн түз сызык өзүнө-өзү жарыш кыймылдайт. Алга умтулуучу кыймыл түз сызыктуу, ийри сызыктуу, бир калыпта жана бир калыпта эмес болушу мүмкүн. Мисалы, жолдун түз сызыктуу бөлүгүндөгү вагондун кыймылы түз сызыктуу алга умтулуучу кыймыл болуп эсептелет жана ал бир калыптагы же ылдамдатылган ж.б.у.с. болушу мүмкүн.

Эс алуу багындагы “шайтан дөңгөлөгү” адам отурган орундуктун кыймылы айлана боюнча алга умтулуучу кыймыл болуп эсептелет.

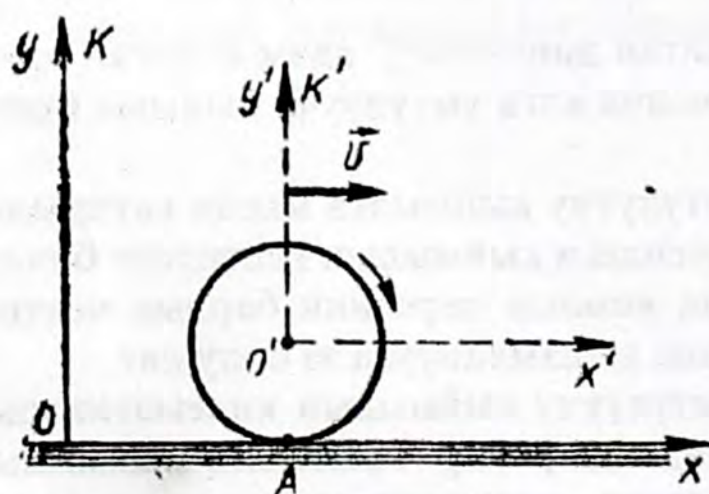
Ийри сызыктуу алга умтулуучу кыймылга мисал катарында лыжа тепкен адамдын секиргендеги кыймылын келтирсек болот.

Алга умтулуучу кыймыл кезинде нерсенин бардык чектитери бирдей ылдамдыкка жана ылдамданууга ээ болушат.

Катуу нерсенин алга умтулуучу кыймылын кинематикалык түрдө жазуу үчүн, анын кандайдыр бир чекитинин кыймылын жазуу жетиштүү болот. Адатта, катуу нерсенин массасынын борборунун кыймылы жазылат.

1.2. Айлануу кыймылы

Катуу нерсенин айлануу кыймылында анын бардык чекиттери, борборлору айлануу огу деп аталуучу бир түз сызыкка жаткан айлана боюнча кыймылдашат. Айлануу кыймылы, сөзсүз, кандайдыр бир эсептөө системасына салыштырмалуу каралат деп божомолдонот. Эгерде бул эсептөө системасында айлануу огу кыймылсыз болсо, катуу нерсе кыймылсыз октун айланасында айланат деп айтабыз. Нерсенин айлануу огунда жайланышкан бардык чекиттери кыймылсыз болушат. Эгерде тандалып алынган эсептөө системасында айлануу огунун өзү кыймылда болсо, анда катуу нерсе кыймылдуу октун айланасында айланат дейбиз. Мисалы, тегиздикте тегеренип кыймылдаган цилиндрди ал тегеренген тегиздик менен байланышкан тынч абалдагы K эсептөө системасына же цилиндрдин огу менен тыгыз байланышкан алга умтулуу кыймылына ээ K' эсептөө системасына салыштырмалуу карасак болот (7.1-сүр). K эсептөө системасында нерсенин айлануусу мейкиндикте кыймылдаган цилиндрдин огуна салыштырмалуу болот. K' эсептөө системасында болсо айлануу огу (цилиндрдин огу) кыймылсыз. Татаал кыймылдар үчүн заматтагы айлануу огу түшүнүгүн киргизебиз. Заматтагы айлануу огун убакыттын берилген моментинде негизги (кыймылсыз) K эсептөө системасына салыштырмалуу нөлгө барабар ылдамдыкка ээ чекиттердин жыйындысы катары карасак болот. Заматтагы айлануу огунун K эсептөө системасындагы абалы убакыттын өтүшү менен өзгөрөт, бирок ар бир өзүнчө моменттерде ок кыймылсыз



7.1-сүрөт

болот. Бул качан гана айлануу огунун абалы нерсенин өзүнө салыштырмалуу өзгөргөндө байкалат. Цилиндрдин мисалында (7.1-сүр.) заматтагы огу болуп цилиндр тегиздик менен тийишкен жердеги чекиттердин жыйындысы эсептелет (7.1-сүрөтүндө A чекити аркылуу чий-

менин тегиздигине перпендикулярдуу жайланышкан түз сызык). Убакыттын берилген моментиндеги цилиндрдин кыймылы заматтагы октун айланасындагы анын жөнөкөй айланышы болуп эсептелет. Убакыттын башка моменттеринде тегиздик менен цилиндрдин башка чекиттери тийишип, натыйжада заматтагы ок кыймылдаган цилиндрдин башка чекиттери аркылуу өтөт. Андан ары заматтагы айлануу огу улам жаңы чекиттер аркылуу өтүп турат ж.б.у.с. Кыймылсыз айлануу огу кезинде катуу заттардын бардык чекиттери айлануу огуна перпендикулярдуу тегиздикте жайланышкан айлана боюнча кыймылдашат. Айлана кыймылдаган чекиттин кыймылы сызыктуу (жаалык координат S , сызыктуу ылдамдык \vec{v} , сызыктуу ылдамдануу \vec{a}) жана бурчтук (бурулуу бурчу φ , бурчтук ылдамдык $\vec{\omega}$ жана бурчтук ылдамдануу $\vec{\epsilon}$) мүнөздөөчүлөр аркылуу жазылаары белгилүү.

Чекиттердин кыймылынын сызыктуу кинематикалык мүнөздөмөлөрү алардын айлануу огуна чейинки аралыгынан көз каранды болгондуктан, катуу нерсени бир бүтүн нерсе катарында караган кезде алар айлануу кыймылынын мүнөздөөчүлөрү болуп кызмат кыла алышпайт. Башка жагынан карасак, катуу нерсенин бардык чекиттери үчүн бурчтук мүнөздөмөлөр (φ , $\vec{\omega}$, $\vec{\epsilon}$) бирдей, болбосо чекиттер бири-бирине салыштырмалуу жылышып кетмек, бул болсо абсолюттук катуу нерсенин аныктамасына карама-каршы келет. Ошентип, кандайдыр бир чекит үчүн алынган бурулуу бурчу φ , бурчтук ылдамдык $\vec{\omega}$ жана бурчтук ылдамдануу $\vec{\epsilon}$ катуу нерсени бүтүн катарында караган кездеги айланышты мүнөздөйт.

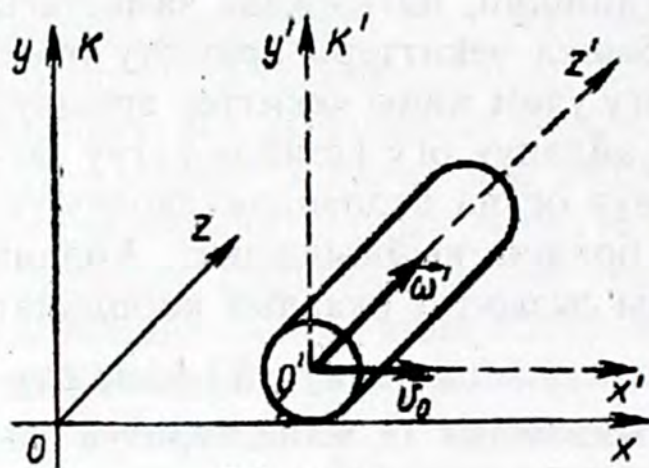
§ 2. Катуу нерсенин кыймылын кошуу

Катуу нерсе бир убакытта бир нече кыймылга катышышы мүмкүн. Биз эки жекече учурду кароо менен чектелебиз.

Алга умтулуу жана айлануу кыймылдарын кошуу.

Катуу нерсе K' эсептөө системасында кыймылсыз октун айланасында ω' бурчтук ылдамдыгы менен айлансын, ал эми K' системасы тынч абалдагы кыймылсыз K эсептөө системасына

салыштырмалуу ϑ_0 ылдамдыгы менен кыймылдасын дейли. Айлануу огун алга умтулуучу ылдамдыкка перпендикулярдуу деп алып, нерсенин жыйынтыктоочу кыймылынын мүнөзүн табабыз.



7.2-сүрөт

Мындай кыймылга мисал катары, тегиздик боюнча тоголонгон цилиндрди алабы. (7.2-сүр.). Бул учурда цилиндрдин бардык чекиттери хоу координаттык тегиздигине жарыш тик тегиздиктер боюнча кыймылдашат. Бардык чекиттери кандайдыр бир тегиздикке салыштырмалуу жарыш кыймылдаган катуу нерсенин кыймылы

тегиздиктүү жарыш деп аталат. Ошентип, каралып жаткан кыймыл тегиздиктүү жарыш экен.

Эгерде радиусу R болгон цилиндр тайгаланбастан кыймылдаса, анда цилиндрдин бир айланышында анын огу $\ell = 2\pi R$ аралыгына которулат. Убакыттын кичинекей Δt аралыгында цилиндр

$$\Delta \ell = \omega' \cdot \Delta t \cdot R$$

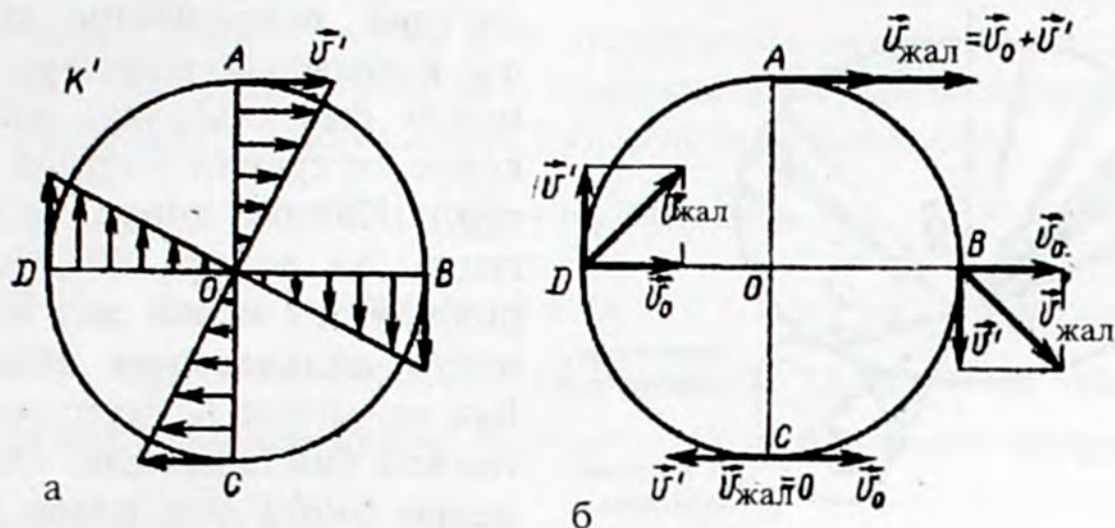
аралыгына которулат. Ошондуктан алга умтулуу кыймылынын ылдамдыгы төмөнкүчө аныкталат:

$$\vartheta_0 = \frac{\Delta \ell}{\Delta t} = \omega' R \quad (7.1)$$

Мындан ал K' эсептөө системасындагы айлануунун бурчтук ылдамдыгы ω' менен байланыша тургандыгы көрүнүп турат. Эгерде цилиндрдин кыймылы сыйгалануу менен болсо, ϑ_0 менен ω' тин ортосунда эч кандай байланыш жок, бул чоңдуктар бири-биринен көз карандысыз каалагандай мааниге ээ боло алышат. K' эсептөө системасында цилиндрдин чекиттери издерине жаныма боюнча багытталган (радиусу R болгон айланалар, 7.3.а-сүр.) $\vartheta' = \omega' R$ салыштырмалуу ылдамдыктарга ээ бо-

лушат. К эсептөө системасында ар бир чекиттин жалпы ылдамдыгы $\vec{v}_{\text{жал}}$ эки ылдамдыктын суммасына барабар:

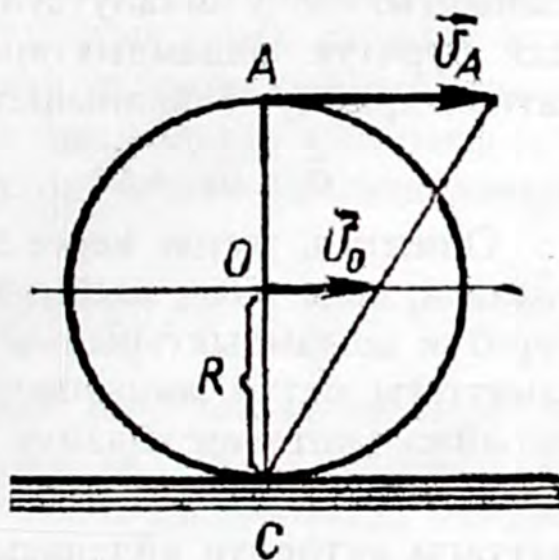
$$\vec{v}_{\text{жал}} = \vec{v}' + \vec{v}_0$$



7.3.а,б-сүрөт

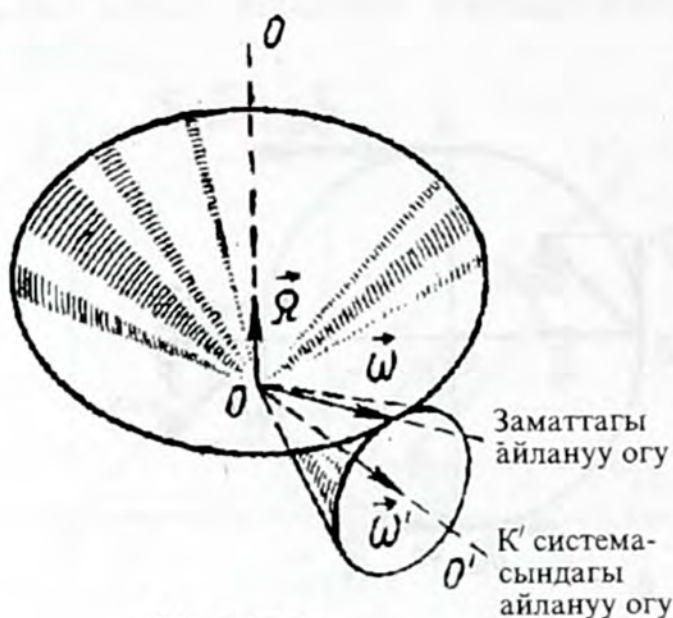
Цилиндрдин тегиздик менен тийишкен бардык чекиттери үчүн биз $\vec{v}_{\text{жал}} = 0$ экендигин алабыз (7.3.б-сүр.).

Ошентип, цилиндрдин тегиздик менен тийишүү сызыгы заматтагы айлануу огу болот экен. Демек, жыйынтыктоочу кыймыл заматтагы октун айланасындагы айлануу болуп эсептелет. Бул айлануу кандай бурчтук ылдамдыкка ээ болот? Цилиндрдин огунда жайланышкан чекитти карайлы (7.4-сүр.). Бул чекиттин абсолюттук ылдамдыгы $\vec{v}_{\text{жал}} = \vec{v}_0$. К эсептөө системасында бул чекит заматтагы октун айланасында айланат. Ошондуктан анын ылдамдыгы $v_0 = \omega_{\text{зам}} R$ (R – чекиттин заматтагы айлануу огуна чейинки аралык). Бул катнашты (7.1) менен салыштырсак, $\omega_{\text{зам}} = \omega'$. Бирок катуу заттын бир чекити заматтагы октун айланасында ω' бурчтук ылдамдыгы менен айлануу кыймылын жасаса, анда бардык чекиттер дагы айлана боюнча ушул октун айланасында ушундай



7.4-сүрөт

эле ылдамдык менен кыймылдашы керек, антпесе чекиттердин ортосундагы аралыктар өзгөрүлмөк.



7.5-с үрөт

Эки айлануу кыймылын кошуу. Алдын ала төмөндөгүдөй тажрыйбаны карайлы: кыймылсыз конустун бети менен сыйгалануусуз кичине конус тегеренип баратат (7.5-сүр.). Кичине конус тегеренгенде, ал өзүнүн OO' геометриялык огу менен дал келген октун айланасында айланат. Бул ок менен K' эсептөө системасы байланышкан. Ошону менен бирге бүт конус кыймылсыз конустун симметрия огуна (бул ок менен K эсептөө

системасы байланышкан) салыштырмалуу айланат. Ошентип, кичине конус тегеренгенде, эки айлануу кыймылына катышат: OO' огунун айланасындагы (салыштырмалуу кыймыл) жана K' эсептөө системасы менен бирге OO' огунун жанында ташуучу кыймыл. Тегеренүү тайгалануусуз болгондуктан, конустардын тийишүү сызыгы кичине конустун заматтагы айлануу огу болуп эсептелет. Ошентип, кичине конустун жыйынтыктоочу кыймылы кыймылсыз конустун каптал бетинде жайланышкан заматтагы октордун айланасындагы чексиз кичине айлануулардын тизмеги болуп эсептелет. Конусту толугу менен карасак, анын жыйынтыктоочу айлануусунун ылдамдыгы түзүүчү айлануулардын бурчтук ылдамдыктары менен төмөндөгүдөй вектордук катнаш аркылуу байланышат:

$$\vec{\omega} = \vec{\omega}' + \vec{\Omega} .$$

Ошентип, эгерде нерсе эки кесилишкен октун айланасында айланса, анда анын жыйынтыктоочу кыймылы эки айлануунун бурчтук ылдамдыктарынын геометриялык суммасына барабар заматтагы октун жанындагы айлануу болуп эсептелинет. Бул натыйжа көптөгөн айлануу үчүн оңой эле жалпыланат. Эгерде катуу нерсе бир эле мезгилде бир O чекитинде кесилишкен заматтагы октордун айланасында $\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2, \vec{\omega}_3, \dots, \vec{\omega}_n$ заматтагы бур-

чтук ылдамдыктарына ээ п айлануу кыймылына катышса, анда жыйынтыктоочу кыймылы дагы О чекити аркылуу өткөн заматтагы октун айланасында $\omega = \bar{\omega}_1, \bar{\omega}_2 + \dots + \bar{\omega}_n$ бурчтук ылдамдыгы менен айланган кыймыл болот. Тескерисинче, катуу нерсенин заматтагы айлануусун бир нече кесилишкен октун айланасындагы заматтагы айлануулардын суммасы катарында карасак болот, мисалы, (x,y,z) координат окторунун айланасында:

$$\bar{\omega} = \omega_x \bar{i} + \omega_y \bar{j} + \omega_z \bar{k} = \bar{\omega}_x + \bar{\omega}_y + \bar{\omega}_z,$$

мында $\bar{\omega}_x, \bar{\omega}_y, \bar{\omega}_z$ – каралган моментте x,y,z октору менен дал келген октордун айланасында айланган катуу нерсенин заматтагы бурчтук ылдамдыктары $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ ω векторунун координат окторуна болгон проекциясы.

Эркин даражалар саны. Ошентип, катуу нерсенин каалагандай кыймылын алга умтулуу жана айлануу кыймылдарынын жыйындысы катарында карасак болот. Алга умтулуу кыймылын үч координат огу боюнча багытталган көз каранды эмес алга умтулуу кыймылдарынын, ал эми катуу нерсенин айлануусун – ушул үч октун айланасындагы айлануу кыймылдарынын суммалары катарында карасак болот. Ошентип, бардыгы көз каранды эмес алты кыймыл болот экен. Катуу нерсенин кыймылын түзгөн көз каранды эмес кыймылдардын санын эркин даражалар саны деп атоо кабыл алынган. Кыймылсыз октун айланасында айланган нерсе бир эркин даражалар санына ээ. Рельстин үстү менен тегеренип жаткан цилиндр эки эркин даражалар санына (алга умтулуучу жана айлануучу кыймылдары), столдун үстү менен сыйгаланып кыймылдаган такта үч эркин кыймыл санына ээ: алга умтулуу эки кыймылы жана бир айлануу кыймылы (айлануу столдун бетине перпендикуляр октун айланасында болот).

Текшерүү суроолору

1. Катуу нерсенин кыймылы кандай жөнөкөй кыймылдардан куралат? Кандай кыймылды алга умтулуучу кыймыл деп атайбыз? Алга умтулуучу кыймыл ийри сызыктуу болушу мүмкүнбү? Мисал келтиргиле.

2. Катуу нерсенин алга умтулуучу кыймылынын кинематикасын кандай физикалык чоңдуктар мүнөздөйт? Алардын чекиттик кинематикасындагы окшош чоңдуктардан айырмасы эмнеде?
3. Айлануу кыймылы деп эмнени айтабыз? Кандай айлануу окторун билесиңер? Заматтагы айлануу огу деп эмнени айтабыз? Кыймылсыз нерседе заматтагы айлануу ок болобу? Заматтагы окторго мисал келтиргиле.
4. Бекитилген окко салыштырмалуу айланган катуу нерсени мүнөздөөчү кинематикалык чоңдуктар кайсылар? Бурчтук ылдамдыкка жана бурчтук ылдамданууга аныктама бергиле. Бул векторлор бекитилген окко ээ катуу нерселер үчүн кандай багытталган? Алар сызыктуу чоңдуктар ($\vec{\omega}$ жана \vec{a}) менен кандай байланышкан?
5. Горизонталдык бет боюнча сыйгалануусуз тегеренип бараткан цилиндрдин алга умтулуучу жана айлануучу кыймылдарын кошкондо кандай жыйынтыктоочу кыймыл алынат? Кандай кыймыл жарыш тегиздиктүү деп аталат?
6. Эки кесилишкен октун айланасындагы эки айлануу кыймылы кандай эреженин негизинде кошулушат? Бул октор бекитилген боло алышабы? Айлануу кыймылдарын кошуунун мисалдарын келтиргиле.
7. Катуу нерсенин эркин кыймыл саны деп эмнени айтабыз? Материалдык чекит канча эркин даражалар санына ээ? өз ара бекем бириктирилген эки (үч) материалдык чекиттер канча эркин даражалар санына ээ. Бет боюнча сыйгаланып бараткан тактача канча эркин даража санына ээ?

§ 3. Катуу нерсенин массасынын борборунун кыймылы

Катуу нерсени көптөгөн эң кичине бөлүктөргө (элементардык массалар) бөлүп жиберип, аны ортолорундагы аралыктары өзгөрбөгөн материалдык чекиттердин жыйындысы катарында көргөзсөк болот. Ошондуктан катуу нерсе үчүн мурда обочолонгон бөлүкчөлөрдүн системасы үчүн алынган бардык

жыйынтыктар туура келет. Мисалы, катуу нерсенин массасынын борборун радиус-вектору

$$\vec{r}_0 = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \Delta m_i \quad (7.2)$$

болгон чекит катарында көрсөтсөк болот, мында Δm_i - i -элементардык масса, \vec{r}_i - ушул массанын абалын аныктоочу радиус-вектор.

(7.2) туюнтмасы толугу менен бир маанилүү эмес, себеби \vec{r}_i векторлорунун ар бирин i -элементардык массанын каалагандай чекитине жүргүзсөк болот. Бул аныксыздыкты жоюу үчүн бардык Δm_i нөлгө умтулган шарты аткарылгандыгы (7.2) туюнтмасынын чегин алыш керек:

$$\vec{r}_c = \lim_{\Delta m_i \rightarrow 0} \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^N \vec{r}_i \Delta m_i \right).$$

Мындай чек интеграл деп аталаары бизге белгилүү. Ошентип,

$$\vec{r}_0 = \frac{1}{m} \int \vec{r} dm, \quad (7.3)$$

мында интегралдоо бүткүл нерсе боюнча алынат.

(7.3) туюнтмасы массанын нерсенин көлөмү боюнча бөлүштүрүлүшүнөн көз каранды болот. Бул бөлүштүрүлүштү тыгыздык деп аталган чоңдуктун жардамы менен мүнөздөсө болот. Бардык чекиттериндеги касиеттери бирдей болгон нерсе бир тектүү деп аталат. Бир тектүү нерсенин тыгыздыгы деп

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (7.4)$$

чоңдугун айтабыз, мында, m - нерсенин массасы, V - анын көлөмү. Ошентип, бир тектүү нерсенин тыгыздыгы нерсенин бирдик көлөмүндөгү массасын көргөзөт.

Бир тектүү эмес нерсе үчүн (7.4) формуласы орточо тыгыздыкты берет. Р чекитиндеги тыгыздык

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV} \quad (7.5)$$

туюнтмасы менен аныкталат, мында Δm – P чекитин камтыган ΔV көлөмүндөгү масса. Бул туюнтмадагы чектик өтүүнү ΔV көлөмү чекитке айлангыча жыйрылат деп түшүнбөө керек. ΔV нын кичирейишин заттын атомдук түзүлүшү байкалганга чейин жеткизбестен токтотуу керек. Ошондуктан (7.5) туюнтмасында dV ны физикалык чексиз кичине көлөм катарында түшүнүүбүз керек. Мындай көлөм, бир жагынан, анын чегинде заттын микроскопикалык касиети бирдей болгондой жетишээрлик кичине, экинчиден, заттын дискреттүүлүгү (үзгүлтүктүүлүгү) байкалбагандай жетишээрлик чоң болушу керек. (7.5) ке ылайык элементардык масса берилген чекиттеги нерсенин тыгыздыгын ρ ну тиешелүү элементардык көлөмгө dV га көбөйткөнгө барабар:

$$dm = \rho dV \quad (7.6)$$

dm дин бул маанисин (7.3) туюнтмасына коюп, төмөндөгүнү алабыз:

$$\bar{r}_c = \frac{1}{m} \int_V \bar{r} \rho dV \quad (7.7)$$

Эгерде нерсе бир тектүү болсо, нерсенин бардык чекиттеринде тыгыздык бирдей, ошондуктан аны интегралдын белгисинин сыртына чыгарып жиберүүгө болот

$$\bar{r}_0 = \frac{\rho}{m} \int_V \bar{r} dV = \frac{1}{V} \int_V \bar{r} dV \quad (7.8)$$

Ошентип, бир тектүү нерсе үчүн массалардын борборунун радиус-вектору нерсенин бардык чекиттери боюнча орточолонгон \bar{r} радиус-векторунун маанисин көргөзөт.

Катуу нерсе материалдык чекиттердин системасы менен эквиваленттүү. Ошондуктан системанын массасы менен массалардын борборунун ылдамдануусунун \bar{a}_c көбөйтүндүсү тышкы күчтөрдүн суммасына барабар.

$$m \bar{a}_c = \sum \bar{F}_{\text{тыш}} \quad (7.9)$$

деген теңдеме катуу нерсе үчүн да орун алат. Ошентип, катуу нерсенин массасынын борбору бардык тышкы күчтөрдүн аракетин астында массасы нерсенин массасына барабар чекит кыймылдагандай кыймылдайт.

§ 4. Катуу нерсенин кыймылсыз октун айланасында айланышы

Кыймылсыз октун айланасында $\bar{\omega}$ бурчтук ылдамдыгы менен айланган нерсени Δm_i элементардык массаларга бөлүп жиберибиз (7.6-сүр.). (4.85) формуласына ылайык О чекитине салыштырмалуу i -элементардык массанын импульсунун моменти төмөндөгүгө барабар:

$$\bar{L}_i = \Delta m_i [\bar{r}_i \bar{\vartheta}_i] \quad (7.10)$$

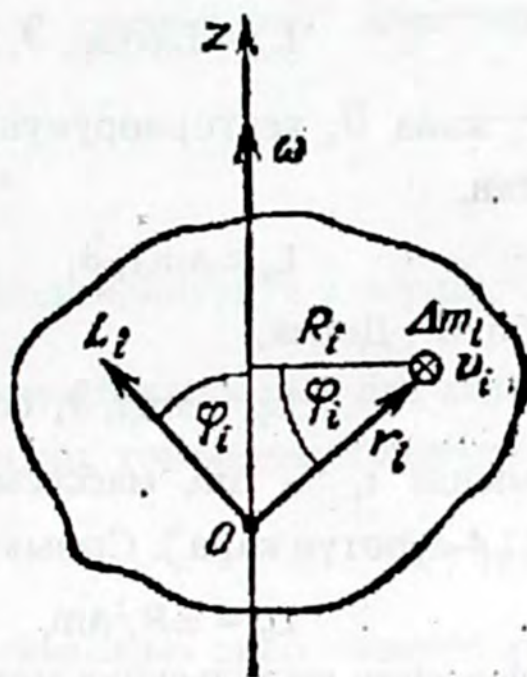
мында \bar{r}_i — Δm_i массасынын О чекитине салыштырмалуу абалын аныктоочу радиус-вектор, $\bar{\vartheta}_i$ — элементардык массанын ылдамдыгы.

Нерсенин импульсунун моменти \bar{L} элементардык массалардын импульстарынын моменттеринин суммасына барабар:

$$\bar{L} = \sum \bar{L}_i = \sum \Delta m_i [\bar{r}_i \bar{\vartheta}_i]. \quad (7.11)$$

Материалдык чекиттердин системасы сыяктуу эле, катуу нерсе үчүн да импульстун моментинен убакыт боюнча алынган туунду нерсеге аракет эткен тышкы күчтөрдүн суммаларынын моментине барабар:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \sum \bar{M}_{\text{тыш}}, \quad (7.12)$$



7.6-сүрөт

\vec{L} жана $\vec{M}_{\text{тыш}}$ моменттери бир эле O чекитине салыштырмалуу алынат.

Катуу нерсенин импульсунун моментин z айлануу огуна салыштырмалуу, б.а., \vec{L} векторунун z огундагы проекциясын табабыз. 7.6-сүрөтүнөн \vec{L}_i моментинин z огундагы проекциясы L_{zi} анын модулу менен φ_i бурчунун косинусунун көбөйтүндүсүнө барабар:

$$L_{zi} = L_i \cos \varphi_i \vartheta_i,$$

r_i жана ϑ_i векторлорунун ортосундагы бурчтар тик болгондуктан,

$$L_i = \Delta m_i r_i \vartheta_i.$$

болот. Демек,

$$L_{zi} = \Delta m_i r_i \vartheta_i \cos \varphi_i = \Delta m_i R_{zi},$$

мында $r_i = \Delta m_i$ массасынан айлануу огуна чейинки аралык (7.4-сүрөтүн кара). Сызыктуу ылдамдык $\vartheta_i = \omega R_i$, анда

$$L_{zi} = \omega R_i^2 \Delta m_i$$

нерсенин импульсунун моменти L_z , L_{zi} проекцияларынын суммасына барабар

$$L_z = \sum L_{zi} = \sum \omega R_i^2 \Delta m_i = \omega \sum R_i^2 \Delta m_i \quad (7.13)$$

Алынган туюнтма нерсенин импульсунун моменти \vec{L} салыштырмалуу аныкталган O чекитинин айлануу огундагы абалынан көз каранды эмес.

Элементардык массалар менен алардын кандайдыр бир окко чейинки аралыктарынын квадратынын көбөйтүндүлөрүнүн суммалары ушул окко салыштырмалуу нерсенин **инерция моменти** деп аталат.

$$I = \sum R_i^2 \Delta m_i \quad (7.14)$$

Биз инерция моменти түшүнүгүн катуу нерсенин айлануу кыймылын кароодо алдык. Бирок инерция моментине айланбаган нерселер деле ээ болот. Нерсе кыймылдаганына же тынч абалда жайланышканына карабастан массага ээ болгон сыяктуу

эле, ар кандай нерсе айланганына же тынч абалда жайланышка-нына карабастан каалагандай окко салыштырмалуу инерция моментине ээ болот.

Инерция моменти түшүнүгүн пайдаланып, z огуна салыштырмалуу импульстун моментин төмөндөгүчө жазып алабыз

$$L_z = I\omega. \quad (7.15)$$

Бул формулада I айлануу огуна салыштырмалуу нерсенин инерция моменти.

(7.15) формуласынын эки жагынан убакыт боюнча туунду алып, нерсенин массалары боюнча суммалоону жүргүзүп төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$\frac{d}{dt}(L_z) = \frac{d}{dt}(I\omega) = \sum M_{\text{тыш.}z}$$

мында $I = \text{const}$, $\frac{d\omega}{dt} = \varepsilon_z$ – бурчтук ылдамдануунун z огундагы проекциясы; ($\vec{\omega}$ вектору менен z огунун багыттарын дал келет деп эсептегендигибизден $\varepsilon_{\omega} = \varepsilon_z$). Ошентип, төмөндөкү теңдемеге ээ болобуз

$$I\varepsilon_z = \sum M_{\text{тыш.}z} \quad (7.16)$$

Бул теңдемени катуу нерсенин кыймылсыз окко салыштырмалуу айлануу кыймылынын динамикасынын теңдемеси деп аташат. Ал Ньютондун экинчи законунун $ma_z = \sum F_z$ теңдемесине окшош. Мында массанын ролун инерция моменти, сызыктуу ылдамдануунун ролун бурчтук ылдамдануу, жыйынтыктоочу күчтүкүн тышкы күчтөрдүн суммардык моменти аткарат.

(7.16) дан тышкы күчтөрдүн суммардык моменти оң болгон учурда ε_z дагы оң болоору келип чыгат (аныктама боюнча $I > 0$). Бул болсо $\vec{\omega}$ векторлорунун багыттары дал келишет дегенди билгизет ($\vec{\omega}$ z огу боюнча багытталган) жана айлануу ылдамдануучу мүнөзгө ээ. Тышкы күчтөрдүн суммардык моменти терс болгон учурда ε_z да терс. Бул болсо $\vec{\varepsilon}$ жана $\vec{\omega}$ векторлорунун багыттары карама-каршы жана айлануу акырындоочу мүнөзгө ээ дегенди билгизет. z огунун багыты карама-каршыга өзгөргөндө, (7.16) теңдемесинин эки жагы тең белгисин өзгөртөт.

§5. Нерсенин инерция моменти жана аны эсептөө

5.1. Инерция моменти

Нерсенин (7.14) формуласы менен аныкталган инерция моменти

$$I = \sum \Delta m_i R_i^2,$$

нерсенин тынч абалынан же айланганынан көз карандысыз орун алаарын жогоруда айтып кеттик. Бирок инерция моменти качан гана нерсеге ушул окко салыштырмалуу тышкы күчтөрдүн моменти аракет эте баштаганда гана өзүн көргөзөт. Инерция моментинин мааниси нерсенин бурчтук ылдамдануусуна таасирин көргөзөт. Инерция моменти канчалык чоң болсо, (калган шарттар бирдей болгондо) бурчтук ылдамдануу ошончолук кичине болот. Мында инерция моментинин масса менен болгон толук окшоштугу байкалып турат. Нерсе тынч абалда турганына же кыймылдаганына карабастан, массага ээ. Бирок масса өзүн качан гана нерсеге күч аракет эткенде көргөзөт. Нерсенин массасы канчалык чоң болсо, ылдамдануусу ошончолук кичине.

(7.14) туюнтмасындагы сумманы төмөнкүчө көргөзсөк болот,

$$I = \sum_{i=1}^N \Delta m_i R_i^2 = \sum_{i=1}^k \Delta m_i R_i^2 + \sum_{i=k+1}^N \Delta m_i R_i^2 = I_1 + I_2 \quad (7.17)$$

Мындан инерция моменти аддитивдүүлүк касиетине ээ экендиги келип чыгат. Бул болсо нерсенин инерция моменти анын бөлүктөрүнүн инерция моменттеринин суммасына барабар дегенди билгизет.

(7.17) ден оюктары бар нерсенин инерция моменттерин эсептеп чыгуунун кызыктуу ыкмалары келип чыгат. Мисалы тегерек оюгу бар дисканын z огуна салыштырмалуу инерция моменти туташ дисканын инерция моменти менен оюктун инерция моментинин айырмасына барабар.

Туташ нерсе үчүн (7.14) формуласы жакындатылган болуп эсептелет. Бул формуланын тактыгы нерсени Δm_i элементтерине бөлүүнүн саны көбөйгөн сайын чоңоёт. Чектик учурда качан гана нерсе чексиз кичине dm элементтеринин чексиз чоң

көптүгүнө бөлүнгөндө, сумма нерсенин элементтери боюнча интегралга өтөт.

$$I = \lim_{\Delta m \rightarrow 0} \sum R_i^2 \Delta m_i = \int R^2 dm \quad (7.18)$$

элементтердин массасын тыгыздык аркылуу туюнтсак,

$$I = \int \rho R^2 dV, \quad (7.19)$$

мында ρ – нерсенин dV көлөмү алынган чекиттеги тыгыздыгы, R – ушул көлөмдөн инерция моменти салыштырмалуу эсептелинип жаткан окко чейинки аралык.

Эгерде нерсе бир тектүү болсо, тыгыздык ρ бардык чекиттеринде бирдей, ошондуктан аны интегралдын белгисинин сыртына чыгарып жиберүүгө болот:

$$I = \rho \int R^2 dV.$$

Окту которгондо нерсенин инерция моменти өзгөрөт. Эгерде окту которгондо R_i аралыгы өссө, анда инерция моменти өсөт жана тескерисинче.

5.2. Жарыш октор жөнүндөгү Штейнердин теоремасы

Каалагандай окко салыштырмалуу нерсенин инерция моменти I берилген окко жарыш жана нерсенин массаларынын борбору аркылуу өткөн окко салыштырмалуу инерция моменти I_c менен нерсенин массасы m жана октордун ортосундагы аралык a нын квадратынын көбөйтүндүсүнүн суммасына барабар:

$$I = I_c + ma^2 \quad (7.20)$$

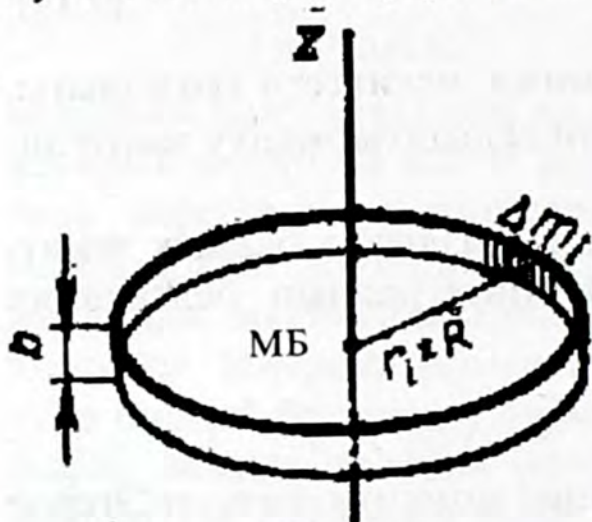
5.3. Кээ бир нерселердин массаларынын борбору аркылуу өткөн окко салыштырмалуу инерция моменттерин эсептөө

Бир тектүү шакектин тегиздигине перпендикулярдуу жана борбору аркылуу өткөн окко салыштырмалуу инерция моменти. Шакектин калыңдыгын $\Delta r \ll R$ деп алабыз (7.7-сүр.) жана шакекти Δm_i кичине элементтерине бөлөбүз.

Окко салыштырмалуу инерция моменти төмөндөгүчө туюнтулат:

$$I = \sum \Delta m_j r_j^2 = \sum \Delta m_j R^2 = mR^2. \quad (7.21)$$

Шакектин инерция моменти анын массасы менен радиусунун квадратынын көбөйтүндүсүнө барабар. Ушундай эле формула менен жука түтүктүн инерция моменти аныкталат.



7.7-сүрөт

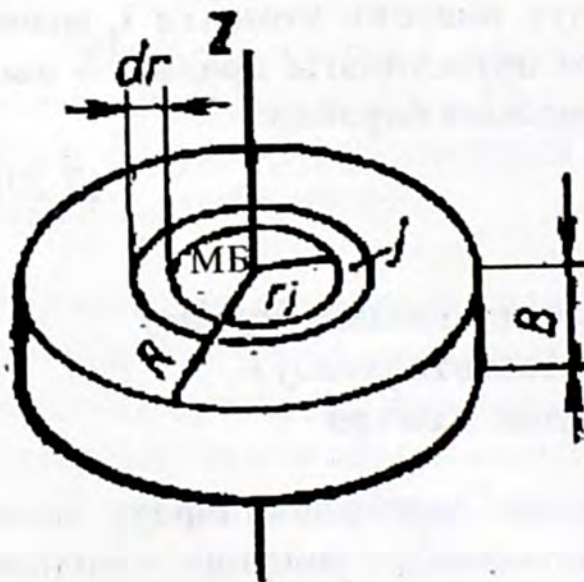
Бир тектүү дисканын тегиздигине перпендикулярдуу жана массаларынын борбору аркылуу өткөн окко салыштырмалуу инерция моменти. Бул учурда массалардын борбору дисканын борбору менен дал келет. Дисканы шакектердин системасына бөлүп жиберибиз. 7.8-сүрөтүндө радиусу r_j га, калыңдыгы dr га барабар бир шакек көргөзүлгөн j - шакектин массасын Δm_j деп

белгилейбиз. Анда бул шакектин инерция моменти төмөнкүгө барабар:

$$\Delta I_j = \Delta m_j r_j^2,$$

ал эми дисканын моменти –

$$I_c = \sum \Delta I_j.$$



7.8-сүрөт

I_c тин так маанисин аныктоо үчүн дисканы чексиз жука шакектердин чексиз көп санына бөлүп жиберип, сумманы интеграл менен алмаштыруу керек. Радиусу r ге барабар чексиз жука шакектин инерция моментин $dI_c = dm r^2$ (мында dm – шакектин массасы) аркылуу белгилейбиз. Шакектин массасын материалдын тыгыздыгы ρ жана шакектин өлчөмү аркылуу туюнтабыз:

$$dm = \rho b 2\pi r dr,$$

Мында $b2\pi r dr$ – шакектин көлөмү. Анда

$$dI_c = 2 \pi r b r^3 dr,$$

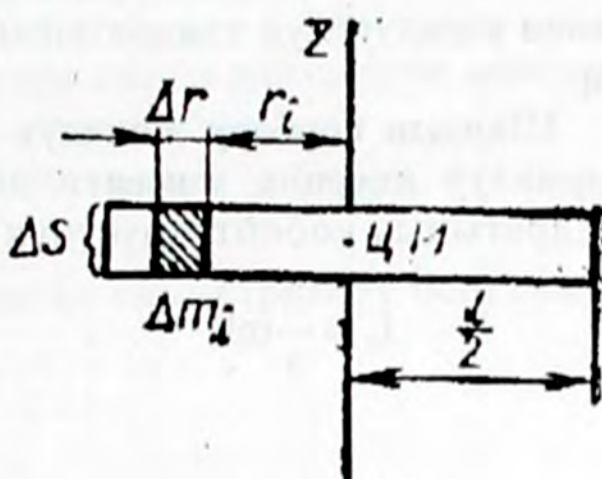
Мындан дисканын инерция моментин табабыз

$$I_c = \int_0^R 2\pi r b r^3 dr = 2\pi r b \int_0^R r^3 dr = 2\pi r b \frac{R^4}{4} = \pi r b \frac{R^4}{2}.$$

Бирок $\rho(\pi r^2)b = m$ – дисканын массасы. Ошондуктан

$$I_c = \frac{mR^2}{2} \quad (7.22)$$

Ошентип, дисканын көргөзүлгөн окко салыштырмалуу инерция моментин анын массасы менен радиусунун квадратынын көбөйтүндүсүнүн жарымына барабар. (7.22) формуласы менен тугаш цилиндрдин өзүнүн огуна салыштырмалуу инерция моментин эсептеп чыгууга болот.



7.9-сүрөт

Таякчанын ага перпендикулярдуу жана массаларынын борбору аркылуу өткөн окко салыштырмалуу инерция моментин. Таякчаны Δm_i кичине элементтерине бөлүп жиберибиз (7.9-сүр.). z огуна салыштырмалуу инерция моментин төмөнкүгө барабар:

$$I_c = 2 \sum \Delta m_i r_i^2,$$

мында суммалоо таякчанын бир жак жарымы (сол) боюнча жүргүзүлөт. Эгер таякчанын кесилиш аянты ΔS , материалдын тыгыздыгы ρ болсо, анда

$$\Delta m_i = \rho \Delta S \Delta r.$$

Демек,

$$I_c = 2 \sum \rho \Delta S \Delta r r_i^2 = 2 \rho \Delta S \sum r_i^2 \Delta r.$$

Таякчаны чексиз кичине элементтердин чексиз чоң санына бөлгөн чектик учурда суммалоо интегралдоого өтөт:

$$I_c = 2\rho\Delta S \int_0^{\ell/2} r^2 dr = 2\rho\Delta S \left. \frac{r^3}{3} \right|_0^{\ell/2} = \frac{\rho\Delta S \ell^3}{12}.$$

Таякчанын массасын $m = \rho\Delta S \ell$ деп белгилеп, төмөнкүнү алабыз:

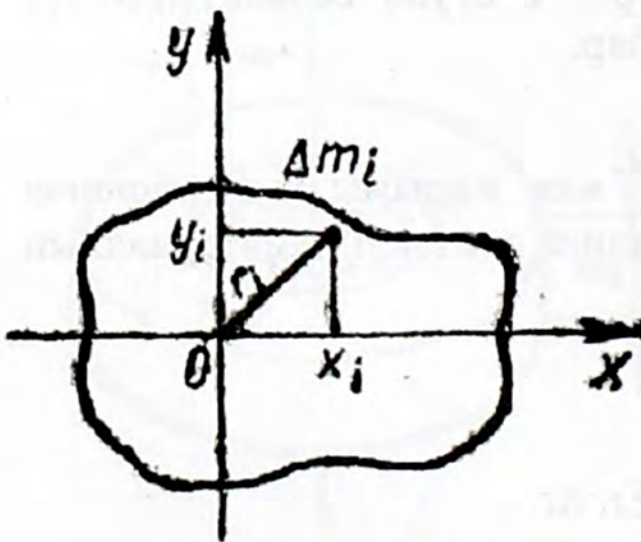
$$I_c = \frac{m \ell^2}{12}. \quad (7.23)$$

Ошентип, каалагандай туура кесилишке ээ бир тектүү таякчанын ага перпендикулярдуу жана анын борбору (б.а. ортосу) аркылуу өткөн окко салыштырмалуу инерция моменти массасы менен узундугунун квадратынын көбөйтүндүсүнүн $1/12$ не барабар.

Шардын борбору аркылуу өткөн каалагандай окко салыштырмалуу инерция моменти анын массасы менен радиусунун квадратынын көбөйтүндүсүнүн $2/5$ не барабар.

$$I_c = \frac{2}{5} m R^2. \quad (7.24)$$

§ 6. Жалпак нерселердин инерция моменти жөнүндөгү теорема



7.10-сүрөт

Жалпак нерсенин анын тегиздигине перпендикулярдуу каалагандай окко салыштырмалуу инерция моменти ушул нерсенин тегиздигинде жаткан жана z огу менен кесилишкен өз ара перпендикулярдуу эки окко салыштырмалуу инерция моменттеринин суммасына барабар. Теореманы далилдөө үчүн чийменин тегиздигинде жаткан каалагандай формадагы нерсени алабыз (7.10-сүр.).

Окту нерсенин тегиздиги менен кесилишкен O чекити менен белгилейбиз.

Тик бурчтуу декарттык координат системасын колдонуп, xOy тегиздиги нерсенин тегиздиги менен дал келсин дейли.

Нерсенин массасын Δm_i болгон кичине элементтерге бөлүп жиберибиз. z огуна салыштырмалуу нерсенин инерция моменти төмөндөгүгө барабар:

$$I = \sum \Delta m_i r_i^2.$$

Радиус $r_i^2 = x_i^2 + y_i^2$ болгондуктан,

$$I = \sum \Delta m_i x_i^2 + \sum \Delta m_i y_i^2 = I_x + I_y.$$

Теорема далилденди.

Мисал үчүн дисканын диаметри менен дал келген окко салыштырмалуу инерция моментин аныктайбыз.

Далилденген теоремага ылайык:

$$I_z = I_x + I_y.$$

Диаметрге салыштырмалуу диска симметриялуу болгондуктан, $I_x = I_y = I$, ошондуктан

$$I_z = 2I.$$

Демек,

$$I = \frac{1}{2} I_z = \frac{1}{2} \left(\frac{mR^2}{2} \right) = \frac{mR^2}{4}$$

Ошентип, дисканын диаметрине салыштырмалуу инерция моменти дисканын тегиздигине перпендикулярдуу жана анын борбору аркылуу өтүүчү окко салыштырмалуу инерция моментине караганда эки эсе кичине болот экен. Диаметрге салыштырмалуу инерция моментин билүү аркылуу Штейнердин теоремасын колдонуп, диаметрде жарыш a аралыгында жайланышкан окко салыштырмалуу инерция моментин тапсак болот:

$$I' = \frac{mR^2}{4} + ma^2.$$

Эгерде $a=R$ болсо, анда

$$I' = \frac{mR^2}{4} + mR^2 = \frac{5}{4} mR^2.$$

§ 7. Айланган нерсенин кинетикалык энергиясы

Качан нерсе кыймылсыз октун айланасында ω бурчтук ылдамдыгы менен айланганда, айлануу огунан R_i аралыгында жайланышкан Δm_i элементардык массасы $\vartheta_i = \omega R_i$ сызыктуу ылдамдыгына ээ болот. Демек, анын кинетикалык энергиясы төмөнкүгө барабар:

$$(\Delta E_k)_i = \frac{1}{2} \Delta m_i \vartheta_i^2 = \frac{1}{2} \Delta m_i \omega^2 R_i^2$$

Элементардык кинетикалык энергиялардын суммасы нерсенин кинетикалык энергиясын берет:

$$E_k = \sum (\Delta E_k)_i = \frac{1}{2} \omega^2 \sum \Delta m_i R_i^2$$

(7.14) формуласын эске алып, төмөнкүдөй туюнтмага ээ болобуз:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2.$$

Бул туюнтма материалдык чекиттин (жана алга умтулуп кыймылдаган нерсенин) кинетикалык энергиясынын туюнтмасына $E = \frac{mv^2}{2}$ окшош. Мында массанын ролун инерция моменти, сызыктуу ылдамдыктыкын бурчтук ылдамдык аткарат.

Катуу нерсе айланганда, тышкы күчтөрдүн аткарган жумушун табалы. Аракет эткен чекити кыймылдаган айланага күч жаныма боюнча багытталган жекече учурду карайлы (7.11-сүр.). Бул учурда F күчү жана күч аракет эткен чекиттин которулушу dS жарыш болушат. Элементардык жумуш

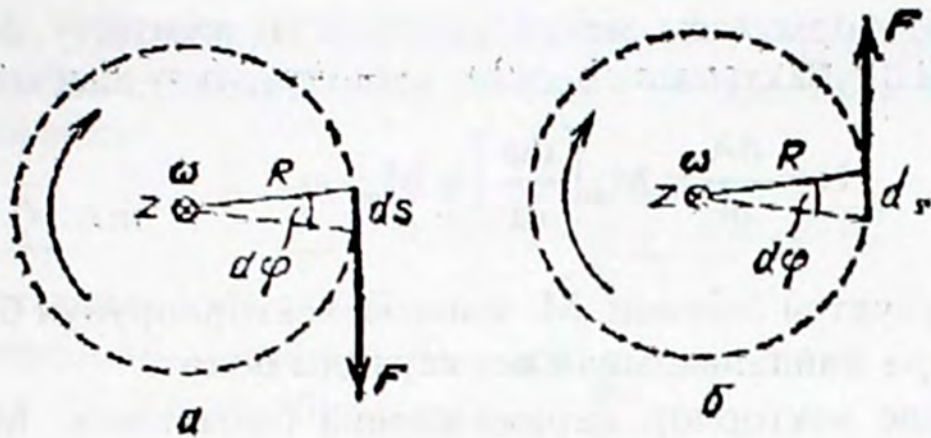
$$dA = F_s dS = F_s R d\varphi.$$

(7.11.а) учуру үчүн күч которулуштун багыты боюнча аракет этет, ошондуктан $F_s = F$ күчүнүн модулуна барабар жана

$$dA = FR d\varphi.$$

(7.11.б) учуру үчүн күч жана которулуш карама-каршы багытталган, ошондуктан $F_s = -F$ жана

$$dA = -FR d\varphi.$$



7.11-сүрөт

Сүрөттөн көрүнгөндөй, жумуштун эки туюнтмасын тең күчтүн momenti M аркылуу бир формула менен туюнтсак болот:

$$dA = M_z d\varphi. \quad (7.25)$$

Жалпы учурда тышкы күчтөр каалагандай багытталат, анда аны үч түзүүчүгө ажыратып жиберсе болот: (z огуна жарыш $\vec{F}_{//}$ жана перпендикулярдуу \vec{F}_{\perp} , айлананын радиусу R ге жаныма боюнча \vec{F}_{τ}). $\vec{F}_{//}$ жана \vec{F}_{\perp} которулуш dS ке перпендикулярдуу, ошондуктан жумуш аткарышпайт. Демек, жалпы учур үчүн да жумуш (7.25) формуласы менен аныкталат.

Z огу менен $\vec{\omega}$ векторунун багыттары дал келишкендиктен, (7.25) формуласын

$$dA = M_{\omega} d\varphi, \quad (7.26)$$

түрүндө жазсак болот, мында $M_{\omega} - \vec{M}$ векторунун $\vec{\omega}$ векторунун багытындагы проекциясы.

(7.26) формуласы $dA = F_{\vartheta} dS$ формуласы менен окшош. Эгерде \vec{F} күчүнүн күч аракет эткен чекиттин ылдамдыгы \vec{v} нын багытындагы проекциясын F_{ϑ} деп, акыркы формуланы

$$dA = F_{\vartheta} dS,$$

түрүндө жазсак, бул окшоштук өтө ачык көрүнөт (\vec{v} жана \vec{ds} векторунун багыты дал келишет).

(7.26) формуласы менен аныкталган жумушту $d\varphi$ бурчуна бурулган dt убактысына бөлсөк, кубаттуулукту алабыз:

$$N = \frac{dA}{dt} = M_{\omega} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) = M_{\omega} \cdot \omega \quad (7.27)$$

кубаттуулуктун белгиси \vec{M} жана $\vec{\omega}$ векторлорунун багыттарынын өз ара жайланышынан көз каранды болот.

Эгерде векторлор карама-каршы багытталса, $M_{\omega} < 0$ жана $N < 0$.

§ 8. Кыймылдаган нерсенин толук энергиясы

Нерсенин татаал кыймылын анын кандайдыр бир O чекитинин $\vec{\mathcal{G}}_0$ ылдамдыгына ээ алга умтулуу кыймылы жана ушул чекит аркылуу өткөн октун айланасында ω бурчтук ылдамдыгына ээ айлануу кыймылынын кошулушу катарында карасак болот. Бул учурда i -элементардык массанын ылдамдыгы

$$\vec{\mathcal{G}}_i = \vec{\mathcal{G}}_0 + [\vec{\omega} \vec{r}_i],$$

формуласы менен аныкталат. Мында \vec{r}_i – O чекитинен жүргүзүлгөн i – массанын радиус-вектору.

i -элементардык массанын кинетикалык энергиясы төмөндөгүгө барабар:

$$(\Delta E_k)_i = \frac{1}{2} \Delta m_i \mathcal{G}_i^2 = \frac{1}{2} \Delta m_i \left(\vec{\mathcal{G}}_0 + [\vec{\omega} \vec{r}_i] \right)^2$$

Квадратка көтөрүп төмөнкүнү алабыз:

$$(\Delta E_k)_i = \frac{1}{2} \Delta m_i \left(\vec{\mathcal{G}}_0^2 + 2\vec{\mathcal{G}}_0 [\vec{\omega} \vec{r}_i] + [\vec{\omega} \vec{r}_i]^2 \right)$$

$(\Delta E_k)_i$ ни бардык элементардык массалар боюнча суммалап, нерсенин кинетикалык энергиясын табабыз:

$$E_k = \sum (\Delta E_k)_i = \frac{1}{2} \sum \Delta m_i \left(\vec{\mathcal{G}}_0^2 + 2\vec{\mathcal{G}}_0 [\vec{\omega} \vec{r}_i] + [\vec{\omega} \vec{r}_i]^2 \right).$$

Алынган туюнтманын турактуу көбөйтүүчүлөрүн сумманын белгисинин сыртына чыгаруу менен, үч кошулуучуга ажыратып жиберебиз :

$$E_k = \frac{1}{2} \bar{\vartheta}_0^2 \sum \Delta m_i + \bar{\vartheta}_0 \sum \Delta m_i [\bar{\omega} \bar{r}_i] + \frac{1}{2} \sum \Delta m_i [\bar{\omega} \bar{r}_i]^2 \quad (7.28)$$

Элементардык массалардын суммасы нерсенин массасын берет: $\sum \Delta m_i = m$. Демек, биринчи

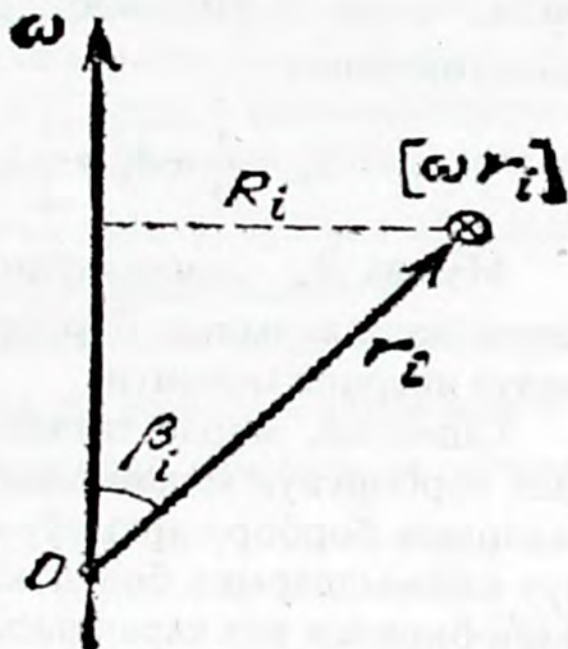
кошулуучу $\frac{m v_0^2}{2}$ ка барабар.

Вектордун квадраты анын модулуунун квадратына барабар.

Ошондуктан 7.12-сүрөтүнөн

көрүнгөндөй, $[\bar{\omega} \bar{r}_i]^2 = \omega^2 R_i^2$, мында R_i – I - массадан айлануу огуна чейинки аралык.

Тиешелүү түрдө (7.28) үчүнчү кошулуучу төмөндөгүгө барабар



7.12-сүрөт

$$\frac{1}{2} \omega^2 \sum \Delta m_i R_i^2 = \frac{1}{2} I_0 \omega^2,$$

мында I_0 – O айлануу огуна салыштырмалуу нерсенин инерция моменти.

Вектордук көбөйтүндүнүн дистрибутивдүүлүк касиетин колдонуп (7.28) деги экинчи кошулуучуну төмөндөгүчө өзгөртүп түзөбүз :

$$\bar{\vartheta}_0 \sum \Delta m_i [\bar{\omega} \bar{r}_i] = \bar{\vartheta}_0 [\bar{\omega}, \sum \Delta m_i \bar{r}_i] = \bar{\vartheta}_0 [\bar{\omega}, m \bar{r}_c],$$

мында \bar{r}_c – O чекитинен жүргүзүлгөн массалардын борборунун радиус-вектору.

Айтылгандардын баардыгын эске алып, төмөндөгүнү алабыз:

$$E_k = \frac{1}{2} m \bar{\vartheta}_0^2 + m \bar{\vartheta}_0 [\bar{\omega} \bar{r}_c] + \frac{1}{2} I_0 \omega^2. \quad (7.29)$$

Биринчи кошулуучунун курамына алга умтулуучу кыймылды гана мүнөздөөчү чоңдуктар, үчүнчү кошулуучуга айлануу кыймылын гана мүнөздөөчү чоңдуктар кирет. Экинчи кошулуучу алга умтулуучу жана айлануу кыймылын мүнөздөөчү чоңдуктарды чогуу өзүнө камтыйт.

Эгерде O чекити катары нерсенин массасынын борбору C ти алсак, анда $\vec{r}_c = 0$ болот да, (7.29) формуласы төмөнкүчө жөнөкөйлөшөт:

$$E_k = \frac{1}{2} m \vartheta_c^2 + \frac{1}{2} I_c \omega^2. \quad (7.30)$$

Мында ϑ_c – массалардын борборунун ылдамдыгы, I_c – нерсенин массаларынын борбору аркылуу өткөн окко салыштырмалуу инерция моменти.

Ошентип, эгерде татаал кыймылды ылдамдыгы массалардын борборунун ылдамдыгына барабар алга умтулуу жана массалардын борбору аркылуу өтүүчү окко салыштырмалуу айлануу кыймылдарына бөлүп жиберсек, анда кинетикалык энергия бири-биринен көз карандысыз эки кошулуучуга ажырайт. Анын биринчиси алга умтулуу кыймылын гана, экинчиси айлануу кыймылын гана мүнөздөөчү чоңдуктар аркылуу аныкталышат.

Эгерде нерсе тартылуу күчүнүн талаасында (консервативдик күчтөрдүн талаасында) кыймылдаса, энергиянын сакталуу закону төмөнкүчө жазылат:

$$\frac{m \vartheta_c^2}{2} + \frac{I_c \omega^2}{2} + mgh_c = \text{const}$$

же

$$E_k + E_p = \text{const}.$$

§ 9. Штейнердин теоремасын далилдөө

Нерсе массаларынын борбору аркылуу өтүүчү z огунун айланасында ω бурчтук ылдамдыгы менен айлансын. Бул учурда кинетикалык энергия төмөнкүгө барабар:

$$E_k = E_{\text{айл}} = \frac{I_z \omega^2}{2}, \quad (7.31)$$

мында I_z – нерсенин берилген z огуна салыштырмалуу инерция моменти.

Нерсенин берилген z огунун айланасында ω бурчтук ылдамдыгы менен айланышын эки кыймылды кошуунун; ω бурчтук ылдамдыгына ээ болуу менен массалардын борбору аркылуу өткөн жана берилген z огуна жарыш z_0 огунун айланасындагы ω айланган айлануу жана z огуна перпендикулярдуу багытталган ϑ_c ылдамдыгы менен кыймылдаган алга умтулуу кыймылдарын кошуунун натыйжасы катарында карасак болот.

Нерсенин кинетикалык энергиясын алга умтулуу кыймылынын (ϑ_c аркылуу аныкталат) жана z_0 огунун айланасындагы айлануунун кинетикалык энергияларынын суммасы катарында аныктасак болот.

$$E_k = \frac{m\vartheta_c^2}{2} + \frac{I_0\omega^2}{2}, \quad (7.32)$$

мында I_0 – нерсенин z_0 огуна салыштырмалуу инерция моменти.

Массалардын борборунун ылдамдыгы ϑ_c (тиешелүү түрдө алга умтулуу кыймылынын заматтагы ылдамдыгы) бул чекит калган чекиттер сыяктуу эле берилген z огунун айланасында ω бурчтук ылдамдыгы менен кыймылдайт деген шарттан аныкталат. Эгерде a массалардын борборунан окко чейинки аралык болсо, анда $\vartheta_c = a\omega$. Муну (7.32) туюнтмасына коюп, ω^2 ты кашаанын сыртына чыгарып төмөндөгүнү алабыз:

$$E_k = 1/2(ma^2 + I_0)\omega^2.$$

Бул формуланы (7.32) туюнтмасы менен салыштырып төмөнкүдөй барабардыкка ээ болобуз:

$$I_z = I_0 + ma^2$$

Штейнердин теоремасы далилденди.

Текшерүү суроолору

1. Нерсенин окко салыштырмалуу импульсунун моменти деп эмнени айтабыз? Окко салыштырмалуу импульстун моменти $L_z = I_z \omega_z$ экенин көргөзгүлө. Окко салыштырмалуу нерсенин инерция моментинин аныктамасын бергиле.
2. Кыймылсыз октун айланасындагы айлануу кыймылынын динамикасынын негизги законун чыгаргыла.
3. $M = I\epsilon$ -ду Ньютондун закону $\vec{F} = m\vec{a}$ менен салыштырып, окшоштуктарды жана андан келип чыгуучу тыянактарды көргөзгүлө.
4. Нерсенин инерция моменти анын айрым бөлүктөрүнүн инерция моменттеринин суммасына барабар экендиги кайдан келип чыгаарын түшүндүргүлө. Бул жобону татаал формадагы нерсенин инерция моментин эсептеп чыгууга кандайча колдонсо болот?
5. Берилген нерсе канча инерция моментине ээ боло алат?
6. Штейнердин теоремасын айткыла жана далилдегиле.
7. Бир тектүү дисканын, таякчанын, шардын инерция моменттерин аныктоочу формулаларды чыгаргыла.
8. Кыймылсыз октун айланасында айланган нерсенин кинетикалык энергиясы үчүн формуланы чыгаргыла.
9. Кыймылдаган нерсенин толук кинетикалык энергиясы деп эмнени айтабыз?

§ 10. Гироскоптор

Гироскоп (же чимирик) деп симметрия огунун айланасында чоң бурчтук ылдамдык менен айланган массивдүү симметриялуу нерсени айтабыз. Симметриялуу нерсенин импульсунунун моменти \vec{L} дин жана бурчтук ылдамдыгы $\vec{\omega}$ нын багыттары дал келишет, ошондуктан $\vec{L} = I\vec{\omega}$. Гироскоп массивдүү болгондуктан, анын бурчтук ылдамдыгы ω жана инерция моменти чоң мааниге ээ болушат.

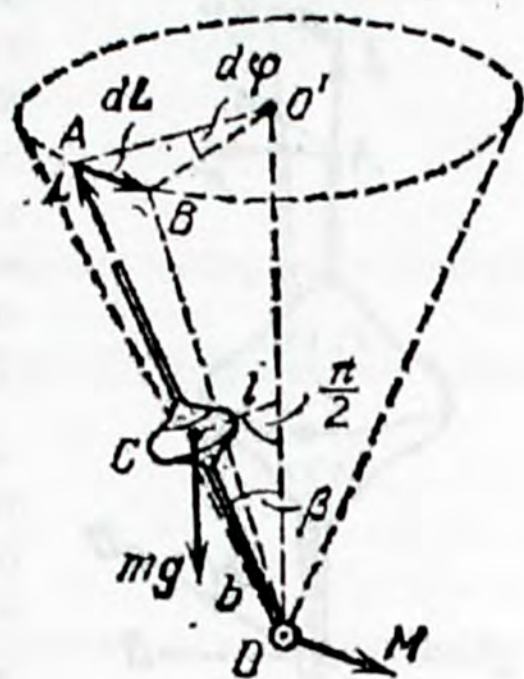
Огунун бир учу О шарнирине анын айланасында сүрүлүүсүз, каалагандай түрдө айлангандай болуп бекитилген гироскопту

карайлы (7.13-сүр.). Октун бош учуна dt убактысы ичинде \vec{F} күчү менен аракет этип, гироскоптун OA огун OD огунун айланасында бурууга аракет жасайбыз. Бирок гироскоп мындай аракетке каршылык көргөзүп, OD огунун айланасында айланбастан, BB огунун айланасында айланып, OA' абалын ээлейт. Гироскоптун табиятка каршыдай бул касиети **гироскоптук эффект** деп аталат.

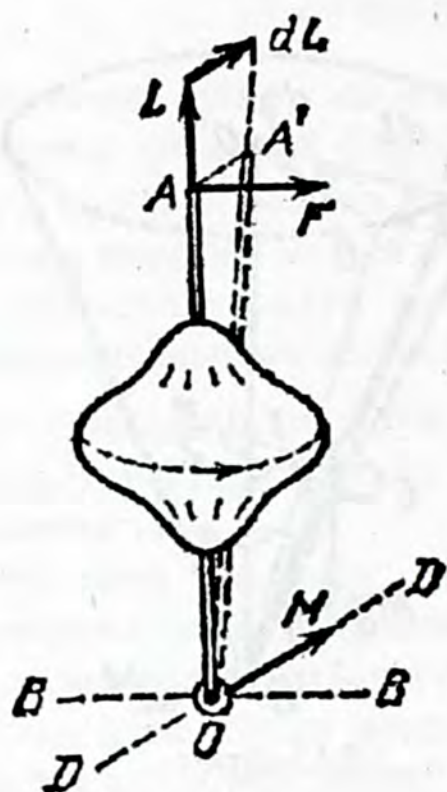
Гироскоптук эффект катуу нерсенин механикасынын закондорун толугу менен канагаттандырат. Чындыгында эле (7.12) теңдемесине

ылайык dz убактысы ичинде \vec{F} күчүнүн аракети астында импульстун моменти \vec{L} , $d\vec{L} = \vec{M}dt$ өсүндүсүнө ээ болот. Мында $\vec{M} - \vec{F}$ күчүнүн O чекитине салыштырмалуу моменти $\vec{L} + d\vec{L}$ ге барабар импульстун моментинин жаңы мааниси \vec{L} дин баштапкы маанисине салыштырмалуу BB огунун айланасында бурулган болот. \vec{L} вектору гироскоптун огун бойлото багытталгандыктан, \vec{L} менен кошо ок дагы айланып, OA абалынан OA' абалына өтөт.

Катуу чимирилип жаткан баланын чимирик оюнчугунун оордук күчүнүн аракети астында көңтөрүлүп кетпеши гироскоптук эффекттин таасири менен түшүндүрүлөт. Оордук күчүнүн аракети болгону чимириктин огунун конус боюнча айлануусуна алып келет (октун мындай кыймылы прецессия деп аталат). Сүрүлүүнүн натыйжасында чимириктин чимирилиши жетишээрлик акырындаганда гана ал көңтөрүлүп кетет да, потенциалдык энергиясынын минимумуна туура келүүчү абалды ээлейт. Ыраттуу прецессия деп аталган прецессиянын жөнөкөй түрүн карайбыз. Гироскоптун огунун бир учу ок каалагандай багытта эркин айлангыдай мүмкүнчүлүктү түзүүчү O шарнирине бекитилсин дейли (7.14-сүр.). Гироскопко көңтөрүүчү



7.13-сүрөт



7.14-сүрөт

$M = mg \ell \sin \beta$ momenti (m – гироскоптун массасы) аракет этет. Гироскоптун импульсунун моментинин векторун O чекитинен баштап жайгаштыра баштайбыз. Убакыттын t моментинде \vec{L} вектору OA кесиндиси менен мүнөздөлөт. dt убактысынын ичинде \vec{L} вектору ага перпендикулярдуу $d\vec{L} = \vec{M}dt$ өсүндүсүнө ээ болот. Натыйжада ал модулу боюнча турактуу бойдон калып, тик багыт менен β бурчун өзгөртпөй, OB абалына өтөт. Жаны абалда \vec{L} жана \vec{M} векторлорунун өз ара жайланышы убакыттын t моментиндегидей бойдон калат. Ошондуктан убакыттын кийинки dt

элементтеринде гироскоптун огу жайланышкан тик тегиздик кайтадан $d\varphi$ бурчуна бурулат ж.б.у.с. Натыйжада гироскоптун огу тик октун айланасында ачылыш бурчу $L\beta$ га барабар конус боюнча айланат. Бул учурда \vec{L} векторунун модулу өзгөрүүсүз калып, багыты гана өзгөрөт. Бул болсо элементардык $d\vec{L}$ өсүндүлөрү \vec{L} векторуна дайыма перпендикулярдуу болушу менен түшүндүрүлөт. Бөлүкчөнүн айлана боюнча кыймылында ылдамдыктын вектору өзүн ушуга окшош алып жүрөт. $\vec{\vartheta}$ вектору dt убактысы ичинде өзүн перпендикулярдуу $d\vec{\vartheta} = \vec{a}_n dt$ өсүндүсүнө ээ болот, мында \vec{a}_n модулу турактуу нормалдык ылдамдануу. Натыйжада $\vec{\vartheta}$ векторунун модулу турактуу бойдон калып, анын багыты гана өзгөрөт.

Ошентип, оордук күчүнүн талаасында кыймылсыз чекиттүү гироскоптун огу тик багыттын айланасында конус боюнча ай-

ланат экен (ал эми $\beta = \frac{\pi}{2}$ болгондо конус тегиздикке өтүп кетет).

Гироскоптун мындай кыймылы **ырааттуу прецессия** деп аталат.

Прецессиянын бурчтук ылдамдыгы $\omega_{\text{пр}}$ ны $d\varphi$ бурчун тиешелүү dt убактысына бөлүү менен таап алабыз. 7.14-сүрөтүнөн

$$d\varphi = \frac{|d\vec{L}|}{L \sin\beta}.$$

Мында $|d\vec{L}|$ дин ордуна dL деп жазуу туура эмес, (себеби $dL=0$). $d\vec{L} = \vec{M}dt$ катнашынан $|d\vec{L}| = Mdt$ болоору келип чыгат. Ошондуктан

$$d\varphi = \frac{Mdt}{L \sin\beta}.$$

мындан $M = mgbs \sin\beta$ жана $L = I\omega$ экендигин эске алуу менен, төмөндөгүдөй формуланы алабыз:

$$\omega_{\text{пр}} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{M}{L \sin\beta} = \frac{mgb}{I\omega}. \quad (7.33)$$

мында m – гироскоптун массасы, I – гироскоптун айланган бөлүктөрүнүн инерция моменти, ω – гироскоптун өзүнүн огунун айланасындагы айлануу кыймылынын бурчтук ылдамдыгы, b – шарнирден гироскоптун массаларынын борборуна чейинки аралык.

Эң эле кызыгы прецессиянын бурчтук ылдамдыгынын маанисинин гироскоптун огу тик өйдө багыт менен түзгөн β бурчунан көз каранды болбогондугунда (бул бурч 0 дон π ге чейинки маанилерге ээ болот).

(7.33) формуласы

$$\omega_{\text{пр}} \ll \omega, \quad (7.34)$$

шарты аткарылганда гана орун алаарын көңүлгө ала кетишибиз керек. Себеби прецессиядагы гироскоп бир эле учурда $\vec{\omega}$ жана $\vec{\omega}_{\text{пр}}$ бурчтук ылдамдыктарына ээ эки айлануу кыймылдарында катышат. Ошондуктан анын импульсунун моменти $\vec{L} = I\vec{\omega}$ туюнтмасына караганда татаалыраак туюнтма менен аныкталат. (7.33) формуласын чыгарган кездегидей $\vec{L} = I\vec{\omega}$ десек болот.

(7.33) формуласынан (7.34) шарты

$$\frac{mgb}{I\omega} \ll \omega, \text{ т.а. } mgb \ll J\omega^2$$

шартына эквиваленттүү экендиги келип чыгат. mgb туюнтмасы чоңдугунун тартиби боюнча гироскоптун потенциалдык энергиясына E_p га барабар. $I\omega^2$ туюнтмасы чоңдугунун тартиби боюнча гироскоптун кинетикалык энергиясына E_k га барабар. Ошондуктан (7.33) формуласынын тууралык шартын

$$E_p \ll E_k, \quad (7.35)$$

түрүндө көргөзсөк болот.

Качан $\omega_{пр}$ ны ω га салыштырмалуу эске албаса боло турган шарты аткарылганда, гироскоптун толук механикалык энергиясы

$$E = \frac{1}{2}I\omega^2 + mgb\cos\beta$$

туюнтмасы менен аныкталат ($\beta = \frac{\pi}{2}$ кезиндеги потенциалдык энергияны нөлгө барабар деп алдык). Сүрүлүү жок кезиндеги толук энергия сакталат, бурчтук ылдамдык ω да өзгөрбөйт. Мындан $\beta = \text{const}$ экендиги келип чыгат. Бул жыйынтыкты биз мурун эле алганбыз.

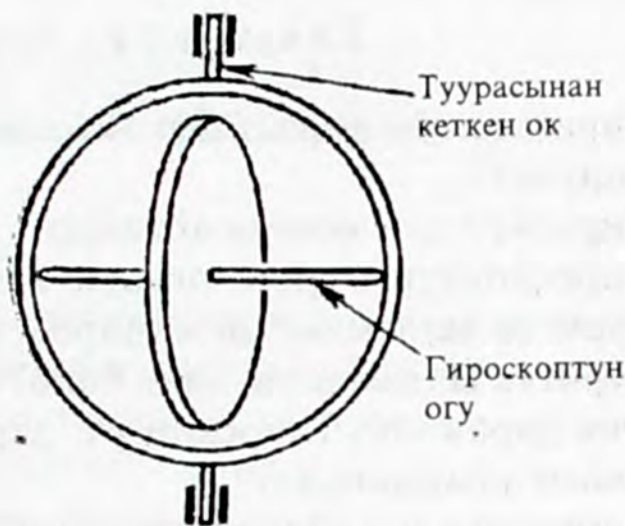
§ 11. Гироскоптун түрлөрү

Эгерде гироскоп тышкы күчтөрдүн моменти аракет этпегендей болуп бекитилсе, эркин деп аталат (массалардын борбору октун так өзүндө жатат). \vec{L} вектору бул учурда прецессияланбайт. \vec{L} векторунун багытынын өзгөрбөшү мейкиндиктеги белгиленген багытты көргөзгүч катарында колдонулса болот. Чындыгында, сүрүлүү күчүнүн аракети жана так эмес борборлоонун натыйжасында \vec{L} векторунун багыты акырындап өзгөрөт. Ошондуктан гироскоп багытты көргөзгүч катарында убакыттын чектелген аралыгында гана кызмат кыла алат. Бул убакыт ара-

лыгы, сүрүлүү канчалык чоң жана борборлоо канчалык начар болсо, ошончолук кичине болот.

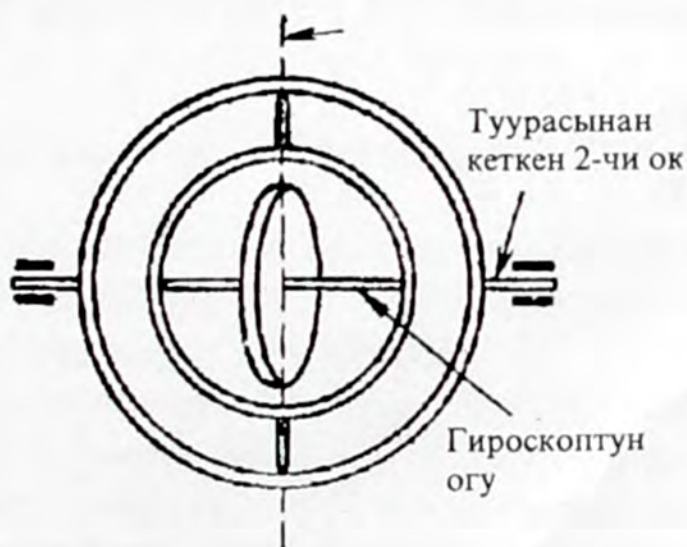
Эркин гироскоптор менен катар эркин эмес гироскоптор дагы колдонулат. Бул учурда тышкы күчтөрдүн моменти прецессияны пайда кылат.

Мындан сырткары, гироскоптор эки даражалуу жана үч даражалуу болуп экиге бөлүнүшөт. Эки даражалуу гироскоптук кыймылы негизине карата чектөөгө дуушар болот, ал туурасы боюнча багытталган октордун бирөөнүн гана айланасында айлана алат (7.15-сүр.).



7.15-сүрөт

Үч даражалуу гироскоптор туурасынан багытталган эки октун айланасына айлана алат. Бул үчүн гироскопту кардандык асмага бекитишет (7.16-сүр.).



7.16-сүрөт

Гироскоптор техникада кеңири колдонулат. Массалуу гироскоптор түз аракетти туракташтыруучу (мисалы, кемелердин термелишин туракташтыруучу) катарында колдонулат. Жеңил гироскоптор түз эмес

аракетти туракташтыруучу катарында колдонулат, алар белгилүү багытты сактоочу механизмдердин иштешин камсыз кылуучу, кыймылдаткычтарды ишке киргизүүчү сезгич куралдардын милдетин аткарышат. Аларды автоучкучтарда колдонуу ушул принципке негизделген.

Гироскоптор навигациялык куралдар катарында кеңири колдонулат (гироскоптук компас, гирогоризонттор бурулушту көргөзгүчтөр ж.б.)

Текшерүү суроолору

1. Гироскоптук эффект деп эмнени айтабыз жана ал кайда колдонулат?
2. Гироскоп деп эмнени айтабыз?
3. Гироскоптун өзүнүн огунун айланасында айланган кездеги бурчтук ылдамдыгын кичирейткенде, анын прецессиясынын бурчтук ылдамдыгы эмне болот?
4. Эки даражалуу гироскоп үч даражалуу гироскоптон эмнеси менен айырмаланат?
5. Гироскоптор кайда колдонулат?



8-БАП

СУЮКТУКТАРДЫН ЖАНА ГАЗДАРДЫН МЕХАНИКАСЫ

Суюктуктар жана газдар касиеттери боюнча катуу нерседен абдан эле айырмаланышат. Эгерде тышкы шарттар өзгөрбөсө, катуу нерсе тиешелүү турактуу көлөмгө жана формага ээ болсо, суюктук өздүк формага ээ болбойт, болгону анын өздүк көлөмү гана сакталат, ал эми газ өздүк формага да, өздүк көлөмгө да ээ эмес. Мындан сырткары катуу нерсе каалагандай түрдөгү кичине деформацияларга серпилгичтүүлүгүн көргөзсө, суюктук серпилгичтүүлүгү бардык тараптан кысууда жана чоюуда гана пайда болот, ал эми газдардын серпилгичтүүлүгү бүт тараптан кысылганда гана байкалат.

Кадимки суюктуктар үчүн кысылуу коэффициенти $\chi = \frac{\Delta V}{\Delta p}$

абдан кичине жана комнаттык температурадагы маанисинин тартиби 10^{-11} см²/дин га барабар; газдар үчүн атмосфералык басымда жана турактуу температурада $\chi = 10^{-6}$ см²/дина.

Суюк жана газ түрүндөгү нерселер жылышуу деформациясына карата серпилгичтүүлүгүн көргөзбөйт (жылышуунун модулу нөлгө барабар). Бул болсо суюктуктун (газдын) бир катмарынын экинчисине салыштырмалуу жарыш жылышуусунда, жылышкан катмарды алгачкы абалына кайтаруучу, катмарлардын салыштырма жылышуусуна пропорциялаш серпилгичтүү күч пайда болбойт дегенди билгизет. Мындай күчтөрдүн жоктугу суюктуктун катмарларынын (бөлүкчөлөрүнүн) өзгөчө кыймылдуулугун шарттайт. Суюктуктун бул касиети агуучулук деп аталат. Катмарлардын ортосундагы ички сүрүлүү кандайдыр бир даражада суюктуктун агуучулугун азайтат, бирок толугу менен жок кыла албайт.

Тынч абалдагы суюктуктарда жылышкан катмарларга жаныма боюнча багытталган күчтөрдүн жоктугу суюктуктун эки катмары өз ара аракет этишкенде, аракет этишүү күчү сөзсүз катмарларга перпендикулярдуу болушу керек экендигин шарттайт. Мындан суюктуктун ичинен бөлүп алынган каалагандай көлөм калган суюктук (же идиштин беттери) менен аны чектеген бет аркылуу, аракет этишүү күчтөрү ушул бетке (же идиштин бетине) сөзсүз перпендикулярдуу болгондой болуп аракет этишээри келип чыгат.

Реалдык газдар жана суюктуктар кысылууга жана ички сүрүлүүгө (илээшкектүүлүк) ээ. Суюктуктардын (газдардын) кыймылын изилдөөдө бул касиеттерди бир убакытта эске алуу каралып жаткан маселени бир топ татаалдандат. Ошондуктан суюктуктун (газдын) кыймылын жалпысынан (жакындатып) изилдөөдө **идеалдуу суюктук** модели колдонулат.

Идеалдуу суюктук деп илээшкектүүлүгү жок жана кысылбаган суюктукту айтабыз. Мындай суюктук үчүн алынган тыянактарды кысылуу жана илээшкектүүлүк касиеттери кичине реалдык газдарды жана суюктуктарды мүнөздөө үчүн колдонсок болот. Бирок бул тыянактар илээшкектүүлүгү жана кысылуусу биринчи орунда турган суюктуктар (газдар) үчүн байкалган тажрыйбалардан (куюндардын пайда болушу, нерселерди үндүн ылдамдыгынан чоң ылдамдыкка ээ газдар айланып агып өтүшү ж.б.у.с.) кескин айырмаланышат. Бул учурларда каралган кубулуштардын теориясын илээшкектүүлүк менен кысылуулукту эске алуу менен түзүү керек.

§ 1. Суюктуктардын жана газдардын статикасы

1.1. Суюктуктардын тең салмактуулугу

Гидростатиканын негизги маселеси болуп тынч абалдагы суюктуктун ичиндеги басымды табуу эсептелет. Суюктуктун тең салмактуулук шарты катуу заттыкына караганда бир топ татаал. Катуу зат ага тышкы нерселер тарабынан аракет эткен жыйынтыктоочу күч жана күчтөрдүн жыйынтыктоочу моменти нөлгө барабар болгондо, тең салмактуу абалда болот. Суюктукту

караган кезде ал агуучулук касиетке ээ болгондуктан, анын ар бир бөлүгү салыштырмалуу кыймылга ээ болоорун эске алышыбыз керек. Ошондуктан суюктукту чогуусу менен караган кездеги тең салмактуулугу болуп анын ар бир бөлүгүнүн тең салмактуулугу эсептелет. ΔV көлөмүндө камтылган суюктуктун бир бөлүгүн карайлы (8.1-сүр). Суюктуктун бир бөлүгүнө эки түрдүү күч аракет этет: биринчиси – массалык (көлөмдүк) оордук күчү. Анын жыйынтыктоочусу төмөндөгүгө барабар

$$\vec{F}_{\text{оор}} = \rho \vec{g} \Delta V.$$

Мында ρ – суюктуктун тыгыздыгы. Жыйынтыктоочу оордук күчүнүн аракет этүү чекити бөлүп алган көлөмдүн оордук борбору менен дал келет. Экинчиден, суюктуктун бөлүп алган көлөмүнө суюктуктун калган бөлүгү тарабынан ΔV көлөмүн чектөөчү бетке перпендикулярдуу беттик күчтөр аракет этишет. Беттик күчтөрдүн жыйынтыктоочусун $\vec{F}_{\text{бет}}$ деп белгилейли. Бөлүп алган суюктуктун көлөмү, аракет эткен күчтөрдүн массалардын борборуна салыштырмалуу суммасы жана алардын моменттеринин суммасы нөлгө барабар болгондо тең салмактуу абалга ээ болот,

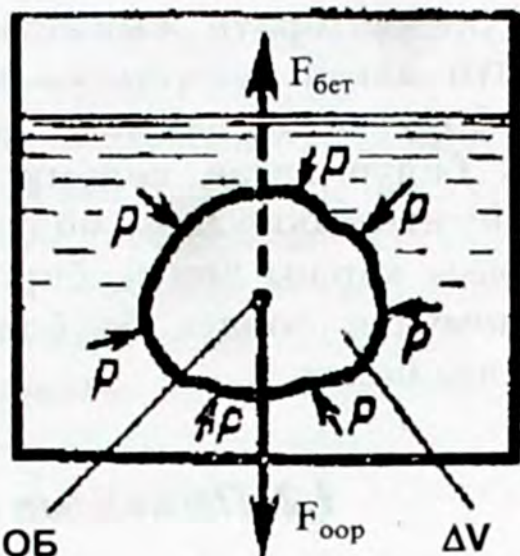
$$\vec{F}_{\text{оор}} + \vec{F}_{\text{бет}} = 0,$$

$$\vec{M}_{\text{оор}} + \vec{M}_{\text{бет}} = 0.$$

Биринчи шарттан беттик күчтөрдүн жыйынтыктоочусу модулу боюнча суюктуктун ΔV көлөмүнө аракет эткен оордук күчүнө барабар жана тик өйдө багытталгандыгы келип чыгат:

$$\vec{F}_{\text{бет}} = -\vec{F}_{\text{оор}}.$$

Оордук күчү массалардын борборуна аракет эткендиктен, анын моменти нөлгө барабар ($M_{\text{оор}}=0$). Демек, $M_{\text{бет}}=0$. Бул болсо



8.1-сүрөт

беттик күчтөрдүн жыйынтыктоочусунун $F_{\text{бет}}$ аракет этүү чекити бөлүп алган суюктуктун массаларынын борбору (же оордук борбору) менен дал келет дегенди билгизет. Ошентип суюктуктун бөлүп алган көлөмү, массалык жана беттик күчтөрдүн жыйынтыктоочулары модулу боюнча барабар, багыты боюнча карама каршы болуп, бир эле чекитке – каралган суюктуктун көлөмүнүн оордук борборуна аракет эткенде тең салмактуу абалда болот.

1.2. Паскалдын жана Архимеддин закону

8.1-сүрөтүнө кайрылалы. Суюктукту кысканда анын ичинде тең салмактуулук абалында Паскалдын законуна баш ийген p басымы пайда болот. **Тынч абалдагы суюктуктун (же газдын) ичиндеги каалаган жердеги басым бардык багыттар боюнча бирдей, тышкы басым суюктук (жана газ) тарабынан бардык көлөмгө бирдей берилет.**

Мектептин физика курсунан белгилүү, Архимеддин законун дагы айта кетебиз: **суюктукка (же газга) матырылган ар кандай нерсеге ушул нерсе сүрүп чыгарган суюктуктун салмагына барабар жана анын оордук борборуна (массасынын борборуна) тик өйдө аракет эткен түртүлүү күчү аракет этет.**

Архимеддин күчүнүн пайда болушу суюктукка матырылган нерсе бетинин ар кандай бөлүктөрүнө суюктуктун жасаган басымынын бирдей эместигинин натыйжасы болуп эсептелет; суюктуктун нерсенин төмөнкү бөлүгүнө жасаган басымы жогорку жагындагысына караганда чоң болот. Бул учурда нерсенин суюктук менен тийишкен бетинин туюктугу негизги мааниге ээ. Бет туюк болбосо, Архимед күчү пайда болбойт.

Текшерүү суроолору

1. Суюктук менен газдын окшоштугу жана айырмачылыгы эмнеде? Суюктук менен газдын механикалык касиеттери катуу заттыкынан эмнеси менен айырмаланат?
2. Газ менен суюктук деформациянын кайсы түрлөрүнө серпилгичтүүлүк касиетин көргөзөт?

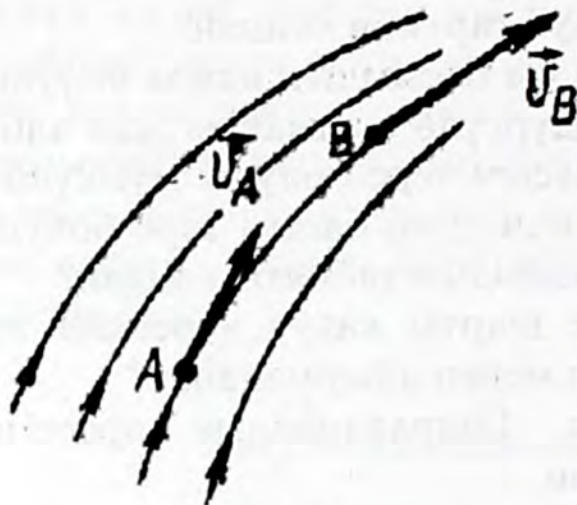
3. Газ, суюктук жана катуу заттар үчүн бардык тараптан кысуу коэффициенттеринин чоңдугунун тартиби кандай?
4. Суюктукту кысканда анын ичинде басымдын пайда болушунун физикалык себебин түшүндүргүлө (салмакты эске албагыла). Суюктуктун ичиндеги басым терс болушу мүмкүнбү? Бул эмнени билгизет? Газдын ичиндеги басым терс болушу мүмкүнбү? Газдын ичиндеги басымдын табияты кандай?
5. Суюктуктун тең салмактуулук шарты катуу нерсенин тең салмактуулук шартынан эмнеси менен айырмаланат?
6. Паскалдын законун айткыла. Гидравликалык пресстин иштөө принцибин түшүндүргүлө.
7. Суюктуктун (газдын) басымы чөгүүнүн тереңдиги менен кандайча өзгөрөт?
8. Архимеддин законунун маңызы эмнеде? Архимед күчүнүн чоңдугу кандай, ал кандай багытталган, анын аракет этүү чекити кайда жайланышкан?

§ 2. Суюктуктун кинематикасы. Идеалдуу суюктуктун динамикасы

2.1. Суюктуктун кинематикасы

Токтун сызыгы жана түтүгү. Суюктуктун (газдын) кыймылынын принцибинде анын ар бир бөлүкчөсүнүн кыймылын көрсөтүү менен жазсак болот. Бирок бул иш жүзүндө аткарылбайт. Ошондуктан суюктуктун кыймылын чогуусу менен мүнөздөөчү жаңы түшүнүктөрдү жана физикалык чоңдуктарды киргизүү керек.

Убакыттын берилген моментинде суюктуктун агымындагы ар бир бөлүкчө кандайдыр бир \bar{Q} ылдамдыгына ээ болот.⁷⁷ Оюбузда суюктукта убакыттын бир эле t моментинде анын ар бир чекитиндеги бөлүкчөнүн заматтагы ылдамдыгы ага жаныма боюнча багытталган сызыкты жүргүзүп алалы дейли. Аны **токтун сызыгы** деп айтабыз. Суюктукта мындай сызыктарды чексиз көп жүргүзүүгө боло тургандыгы ачык көрүнүп турат. Мындай сызыктарды, алардын кыймылга перпендикулярдуу жайланышкан, чоңдугу 1 см^2 болгон аянт аркылуу өткөн саны, бө-



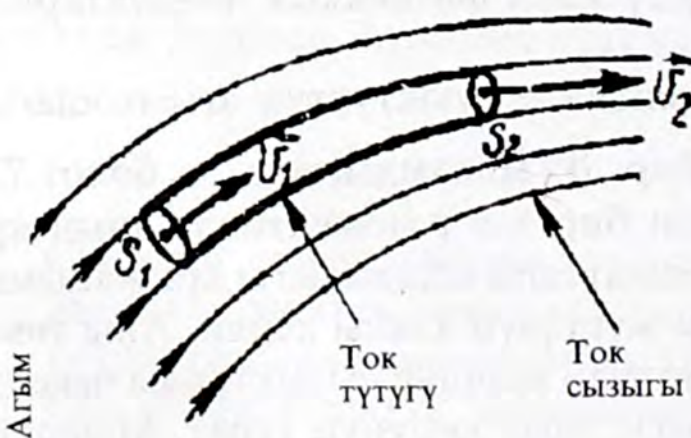
8.2-сүрөт

лүкчөлөрдүн ушул жердеги ылдамдыгына барабар болгондой жыштыкта жүргүзөлү дейли. Анда бардык суюктуктун кыймылын (берилген моменттеги) графикалык түрдө ушул сызыктардын жардамы менен көргөзсөк болот (8.2-сүр.). Мында сызыктардын жыштыгы кыймылдын ылдамдыгын, ийрилиги – бөлүкчөлөрдүн кыймылынын багытын мүнөздөйт. Токтордун сызыктарынын

сүрөттөлүштөрү убакыт боюнча өзгөрүшү мүмкүн. Бирок агым ээлеген мейкиндиктин ар бир чекитинде бөлүкчөлөрдүн ылдамдыгы турактуу болсо, сызыктардын абалы, так формасы убакыт боюнча өзгөрбөйт. Ток сызыктарынын сүрөттөлүшү өзгөрбөгөн суюктуктун кыймылы калыптанган же турактуу деп аталат. Башка учурда кыймыл калыптанган эмес же турактуу эмес деп аталат. **Калыптанган кыймыл кезиндеги токтун сызыктары бир эле мезгилде бөлүкчөнүн траекториясы да болоорун оңой эле көргөзсөк болот.**

Суюктуктун бардык агымынын калыптанган кыймылын окуп үйрөнүү үчүн аны оюбузда токтун түтүгү деп аталган бөлүктөргө бөлүп, андан соң ар бир түтүктөгү кыймылды карообуз керек.

Токтун түтүгү деп каптал беттери токтун сызыктары болгон, агымдын оюбузда тандап алынган бөлүгүн айтабыз (8.3-сүр.). Ток түтүгүнүн туурасынын кесилишинин бардык бөлүгүндө бөлүкчөлөрдүн ылдамдыгын бирдей деп эсептеш үчүн анын кесилишин жетишээрлик кичине кылып тандап алуу керек. Мындан суюктук бөлүкчөлөрү



8.3-сүрөт

гон, агымдын оюбузда тандап алынган бөлүгүн айтабыз (8.3-сүр.). Ток түтүгүнүн туурасынын кесилишинин бардык бөлүгүндө бөлүкчөлөрдүн ылдамдыгын бирдей деп эсептеш үчүн анын кесилишин жетишээрлик кичине кылып тандап алуу керек. Мындан суюктук бөлүкчөлөрү

түтүктүн беттерин эч убакта кесип өтө албасы ачык көрүнүп турат.

Суюктукту (газды) боёо менен токтун түтүгүн тажрыйбадан байкаса болот. Абадагы курамына түтүндү кармаган агым, суудагы боёлгон суюктуктун агымы ж.б. токтун түтүгүнүн мисалы боло алат.

Калыптанган кыймыл кезиндеги үзгүлтүксүздүктүн теңдемеси.

Туурасынан кесилиштери S_1 жана S_2 болгон токтун түтүгүн карайлы (8.3-сүр.). Бул кесилиштердеги суюктуктардын агымынын ылдамдыгын ϑ_1 жана ϑ_2 ге барабар болсун дейли. Анда 1 с ичинде биринчи кесилиш аркылуу өткөн суюктуктардын массасы m_1

$$m_1 = \rho_1 \vartheta_1 S_1, \quad (8.1)$$

экинчи кесилиш аркылуу өткөн суюктуктардын массасы m_2

$$m_2 = \rho_2 \vartheta_2 S_2 \quad (8.2)$$

барабар, мында ρ_1 жана ρ_2 биринчи жана экинчи кесилиштердеги суюктуктардын тыгыздыгы (суюктукту кысылуучу деп алдык).

Калыптанган кыймыл үчүн m_1 жана m_2 массалары бирдей болушу керек, болбосо S_1 жана S_2 кесилиштеринин ортосундагы суюктуктун массасы көбөйүп (же азайып), агымдын турактуулугу бузулмак. Ошентип, кысылуучу суюктук үчүн төмөнкүдөй катнашты алабыз:

$$\rho_1 \vartheta_1 S_1 = \rho_2 \vartheta_2 S_2. \quad (8.3)$$

Бул кысылуучу суюктук үчүн үзгүлтүксүздүктүн теңдемеси.

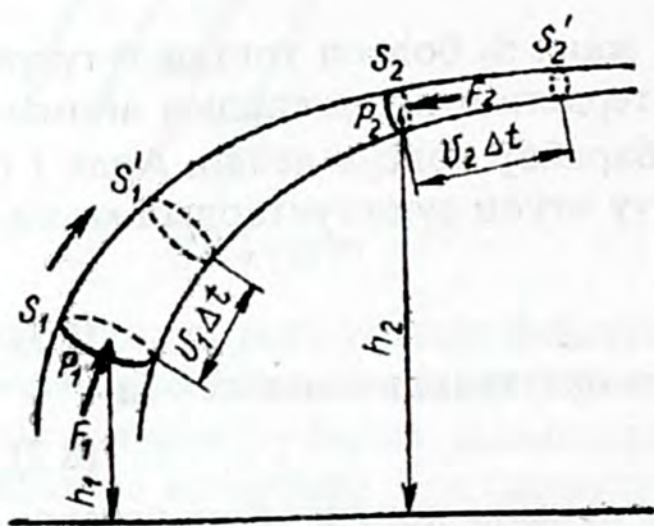
Кысылбоочу суюктук үчүн ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$) агымдын үзгүлтүксүздүгүнүн теңдемеси жөнөкөйлөшөт:

$$\vartheta_1 S_1 = \vartheta_2 S_2. \quad (8.4)$$

Ошентип түтүктүн формасы ылдамдыктын бөлүштүрүлүшүн аныктайт: ток түтүгүнүн ичке жеринде ылдамдык чоң болуп, анын кеңейүү багыты боюнча азайып отурат. Кээ бир учурларда ток түтүктөрү катарында суу аккан дарыянын нугун же суу түтүктөрүн белгилүү жакындатуу менен алсак болот. Турмушта дарыяларды тозууда үзгүлтүксүздүк теңдемеси менен куруучулар көп кезигишет. Дарыяны тозуунун акыркы моментинде

тосмонун ичке жериндеги суунун агымынын ылдамдыгы абдан чоң болгондуктан, ал салмактары бир нече тонна болгон таштарды оной эле агызып, дарыяны тозуу жумуштарын бүтүрүүгө тоскоолдук кылат.

2.2. Идеалдуу суюктуктун динамикасы



8.4-сүрөт

Гидродинамиканын негизги закону болуп Д. Бернуллинин теңдемеси эсептелинет. Суюктуктардын калыптанган агымынын ичинен бардык кесилиштеринде ылдамдыгы ϑ ны жана басымы p ну турактуу деп эсептегидей туурасынан кичине кесилишке ээ токтун түтүгүн бөлүп алабыз. Түтүктүн ичинен S_1 жана S_2 кесилиштери менен чектелген агымынын ылдам-

дыгы тиешелүү түрдө ϑ_1, ϑ_2 жана басымы p_1, p_2 болгон суюктук массаларын бөлүп алалы (8.4-сүр.).

Бөлүп алынган массанын толук энергиясынын убакыттын кичинекей Δt аралыгындагы өзгөрүшүн табалы. Бул убакыт ичинде суюктуктун каралган массасы оңго жылат (сүрөттө сую-

ктук солдон оңго агат), натыйжада ал S_1' жана S_2' кесилиште-

ри менен чектелип калат. S_1' жана S_2' кесилиштеринин ортосунда камтылган суюктуктун бөлүгү өзгөрүүгө дуушар болбойт.

Өзгөрүүнүн негизи болуп S_1 жана S_1' кесилиштеринин ортосундагы

$$E_1 = \frac{m\vartheta_1^2}{2} + mgh_1,$$

толук энергиясына ээ суюктуктун m массасынын S_2-S_2' абалына которулгандай болгондугу эсептелет. Анын жаңы абалдагы энергиясы төмөндөгүгө барабар:

$$E_2 = \frac{m\vartheta_2^2}{2} + mgh_2.$$

Ошентип суюктуктун каралып жаткан көлөмү S_1 , S_2 абалынан S'_1 жана S'_2 абалына которулганда, толук энергия төмөнкүдөй чоңдукка өзгөрөт

$$\Delta E = \frac{m\vartheta_2^2}{2} + mgh_2 - \left(\frac{m\vartheta_1^2}{2} + mgh_1 \right). \quad (8.5)$$

Энергиянын сакталуу законуна ылайык толук энергиянын алынган өзгөрүүсү (сүрүлүү жок кезде) S_1 жана S_2 кесилиштериндеги басымдын тышкы күчтөрүнүн (S_1 , S_2 көлөмүндөгү суюктукка карата) аткарган жумушу – ΔA га барабар болушу керек

$$\Delta E = \Delta A. \quad (8.6)$$

F_1 басым күчүнүн жумушу оң мааниге ээ жана төмөндөгүгө барабар:

$$\Delta A_1 = F_1 \vartheta_1 \cdot \Delta t = p_1 S_1 \vartheta_1 \cdot \Delta t.$$

F_2 басым күчүнүн жумушу терс (күч которулушка каршы багытталган):

$$\Delta A_2 = -F_2 \vartheta_2 \cdot \Delta t = -p_2 S_2 \vartheta_2 \cdot \Delta t.$$

Тышкы күчтөрдүн толук жумушу

$$\Delta A = p_1 S_1 \vartheta_1 \cdot \Delta t - p_2 S_2 \vartheta_2 \cdot \Delta t.$$

Мындан үзгүлтүксүздүк теңдемесин эске алсак

$$S_1 \vartheta_1 = S_2 \vartheta_2 = \Delta V,$$

(ΔV суюктуктардын каралган массасы m дин көлөмү) төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$\Delta A = p_1 \Delta V - p_2 \Delta V. \quad (8.7)$$

(8.5), (8.6), (8.7) формулаларын бириктирип, кошулуучуларды топтоштуруп,

$$\frac{m\vartheta_2^2}{2} + mgh_2 + p_2 \cdot \Delta V = \frac{m\vartheta_1^2}{2} + mgh_1 + p_1 \cdot \Delta V,$$

барабардыгын алабыз.

Барабардыктын эки жагын ΔV га бөлүп, ρ – суюктуктардын тыгыздыгы экендигин эске алсак,

$$\frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2 = \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1$$

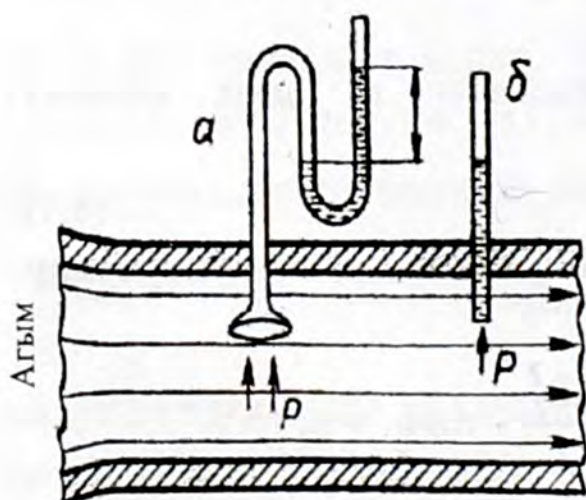
S_1 жана S_2 кесилиштери каалагандай тандалып алынгандыктан, бул барабардыкты жалпысынан төмөндөгүчө жазсак болот:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = \text{const} \quad (8.8)$$

Бул – Бернуллинин 1738-жылы алынган теңдемеси.

Бернуллинин теңдемеси механикалык энергиянын сакталуу законунун натыйжасы экендиги жогорудагы ой жүгүртүүлөрдөн көрүнүп турат. Демек, бул теңдеме Ньютондун экинчи законунун натыйжасы болуп, кысылбас, илээшкексиз суюктуктардын турактуу агымы үчүн орун алат. Бул теңдеме идеалдуу суюктуктун динамикасында маанилүү ролду ойнойт. Аны реалдык суюктуктар жана газдар үчүн колдонуу катмарлуу (ламинардык) агымдардагы басымдын жана ылдамдыктардын бөлүштүрүлүшүнүн жалпы сүрөттөлүшүн аныктоого мүмкүнчүлүк берет. Бул сүрөттөлүш басым менен ылдамдыктын реалдуу бөлүштүрүлүшүнө кысылбастык жана илээшкектик канчалык аз болсо, ошончолук жакын болот. Теңдеменин курамына кирген кошулуучулардын физикалык маанилерин ачып көргөзөбүз. Баарыдан мурда, бардык кошулуучулар басымдын өлчөмүнө ээ экендигин белгилей кетебиз. p кошулуучусу кыймылдаган суюктуктун ичиндеги басымды билгизет жана аны **статикалык**

басым деп аташат. Принцибинде, статикалык басымды аккан суюктукка салыштырмалуу кыймылсыз абалдагы манометр менен өлчөшөт, б.а., манометр суюктук менен чогуу которулушу керек. Бирок турмушта статикалык басымды мембранасы же түтүкчөсүнүн тешигинин тегиздиги токтуу сызыктарына жарыш жайланышкан кыймылсыз манометрлер менен өлчөшөт (8.5-сүр.).



8.5-сүрөт

(8.8) ге ылайык статикалык басым

$$p = \text{const} - \frac{\rho \vartheta^2}{2} - \rho gh \quad (8.8')$$

катнашы менен аныкталат. Эгерде $\vartheta = 0$ жана $h = 0$ болгондо, статикалык басым $p = p_0$ десек, анда $p_0 = \text{const}$ болот. Мындан Бернуллинин теңдемесиндеги турактуу чоңдук тынч абалдагы суюктуктун ичиндеги эсептөөнүн башталышы катарында алынган деңгээлдеги басымды билгизет. Ошентип, (8.8) катнашы ачык суюктукта статикалык басым \bar{p} агымдын ылдамдыгынын өсүшү менен жана өлчөөчү түтүктү нөлдүк деңгээлден көтөрүүдө азаят.

$\frac{\rho \vartheta^2}{2}$ кошулуучусу **динамикалык басым** деп аталат жана ал суюктуктун кыймылына жараша анын ичинде басым кандай чоңдукка азайганын көргөзөт.

ρgh – **гидравликалык басым**, ал түтүктү h бийиктигине көтөргөндө статикалык басым канчага азаярын көргөзөт.

Буларды эске алуу менен, Бернуллинин теңдемесинин маңызын төмөндөгүчө айтсак болот: **Идеалдуу суюктуктун калыптанган кыймылында динамикалык, гидравликалык жана статикалык басымдардын кошулуусунан турган толук басым токтун түтүгүнүн бардык туурасынан кесилиштеринде бирдей.**

Бернуллинин теңдемесинин натыйжалары. 1. (8.8') тен эгерде агым жетишээрлик чоң болсо, суюктуктун ичиндеги басым терс болуп калышы мүмкүн экендиги келип чыгат, бул учурда суюктук чоюучу күчтөрдүн аракети астында болот. Идеалдуу (кысылбоочу жана чоюлбоочу) суюктуктар үчүн чоюучу чыңалуу, кысуучу сыяктуу эле каалагандай мааниге ээ боло алат. Бирок реалдык суюктуктар (газдар) курамында катуу бөлүкчөлөрдү жана эриген газдарды кармашат. Көпчүлүк учурда мындай суюктуктар чоюучу күчүркөнүүнү (терс басым) кабыл алууга жөндөмсүз. Адатта, агымдагы басым кандайдыр бир оң мааниден p_k төмөн болушу мүмкүн эмес жана кадимки температуралар үчүн нөлгө жакын болот. Басым бул мааниге чейин жеткен ток түтүгүнүн бөлүктөрүндө агымдын үзгүлтүксүздүгү бузулуп,

ичинде газ же суюктуктун буулары бар көбүкчөлөр менен толгон аймак пайда болот. Бул кубулуш **кавитация** деп аталат. Кавитациянын пайда болушун басымдын төмөндөшүндөгү суюктуктун кайноо кубулушу катарында түшүндүрсөк болот. Басымдын андан ары төмөндөшү менен майда көбүкчөлөр биригишип, агымда каверна деп аталган, газдар жана суюктуктун буулары менен толгон чоң көндөйчөлөр пайда болот. Кавитациянын пайда болушу суюктук кыймылынын законуна бир топ эле таасир көргөзөт, натыйжада Бернуллинин теңдемеси жараксыз болуп калат. Ошентип, эгерде агымынын бардык бөлүктөрүндөгү басым p_k дан төмөн болбосо, реалдуу суюктуктун агымы Бернуллинин законуна баш иет.

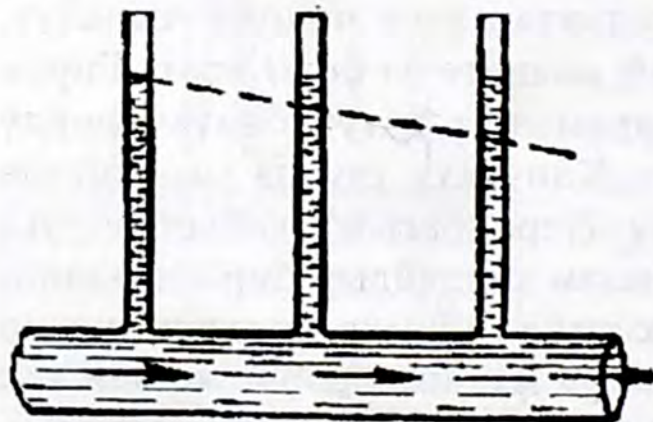
Кавитациянын пайда болушу нерселердин гидродинамикалык мүнөздөмөсүн начарлатат (мисалы кеменин суу астындагы көтөрүүчү күчү азаят) жана алардын бузулуусуна алып келет. Ошондуктан кеме курууда ж.б.у.с. ар кандай ыкмалар менен кавитацияга каршы күрөш жүргүзүлөт.

2. Эгерде токтун түтүгү горизонталдуу жайланышса, анда $\rho g z$ турактуу болот да, Бернуллинин теңдемеси

$$p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}, \quad (8.9)$$

түрүнө ээ болот.

Барабардыктын сол жагындагы мүчөнү толук басым деп аташат. Ошентип **горизонталдуу абалда жайланышкан түтүктүн каалаган жеринде толук басым турактуу бойдон калат.** Эгерде түтүктүн кесилиши турактуу болсо, анда агымдын ылдамдыгы бардык жерде бирдей болот, демек, түтүктүн бардык жеринде



8.6-сүрөт

статикалык басым өзгөрүүсүз калышы керек. Мисалы, идеалдуу суюктук агып кете алуучу кошумча түтүкчөлөрү бар түтүк (манометрдик түтүк) боюнча аксын дейли, анда бардык түтүкчөлөрдө суюктуктун деңгээли бирдей болмок (8.6-сүр.). Реалдык суюктуктардын агымында

түтүкчөлөрдөгү суюктуктардын деңгээли агымдын багыты боюнча азаят. Демек, реалдык суюктуктар үчүн горизонталдык абалда жайланышкан түтүктөгү басым бирдей эмес. Басымдардын айырмасын ички сүрүлүүнүн күчү теңдейт.

3. Эгерде токтун түтүгү турактуу кесилишке ээ болсо, $S = \text{const}$, анда агымдын үзгүлтүксүздүгүнө байланыштуу бардык кесилиштердеги агымдын ылдамдыгы бирдей болот да, Бернуллинин теңдемеси төмөндөгүчө жазылат:

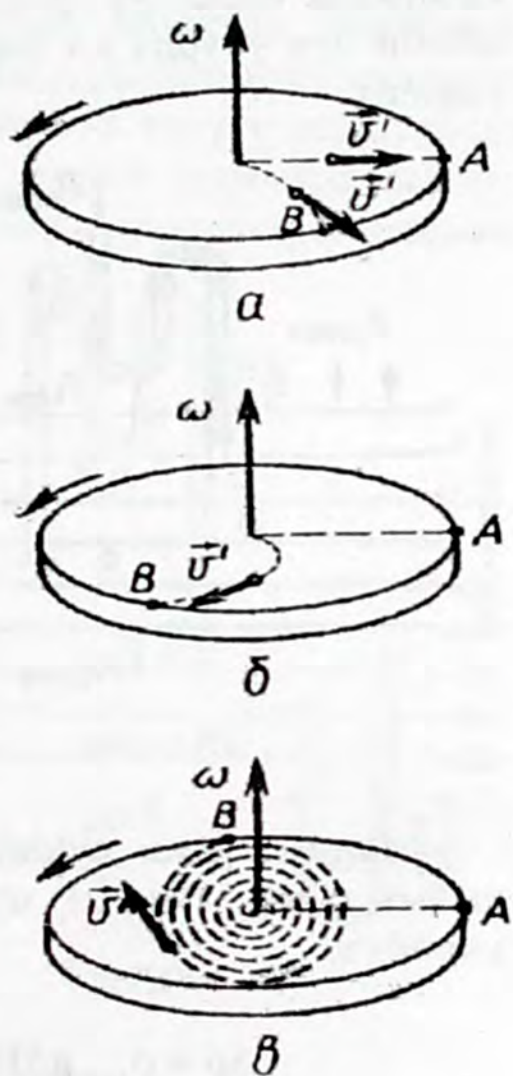
$$p + \rho gz = \text{const.} \quad (8.10)$$

$p + \rho gz$ суммасы гидростатикалык басым деп аталат. Ошентип турактуу кесилиштеги токтун түтүгүнүн бардык жеринде гидростатикалык басым бирдей, бирок статикалык басым p бирдей эмес; төмөн жайланышкан кесилиштер үчүн статикалык басым чоң маанилерге ээ болот. Тик жайланышкан түтүктүн S_1 жана S_2 кесилиштеринин ортосунда камтыган суюктуктардын бөлүгүн карайлы (8.7-сүр.).

Суюктуктун бул бөлүгүнө басым күчтөрү $p_2 S$, $p_1 S$ жана суюктуктун оордук күчү $F_{\text{оор}} = mg(z_2 - z_1)S$ аракет этишет (каптал беттердин реакция күчтөрү бири бирин теңдешишет. Бөлүнүп каралып жаткан көлөм үчүн, аракет эткен күчтөрдүн багыттарын эске алуу менен жазылган кыймылдын теңдемеси төмөнкүдөй түргө ээ болот:

$$ma = p_1 S - p_2 S - F_{\text{оор}}, \quad (8.11)$$

мында m жана a – суюктуктун каралган бөлүгүнүн массасы жана ылдамдануусу. Бернуллинин теңдемесине ылайык



8.7-сүрөт

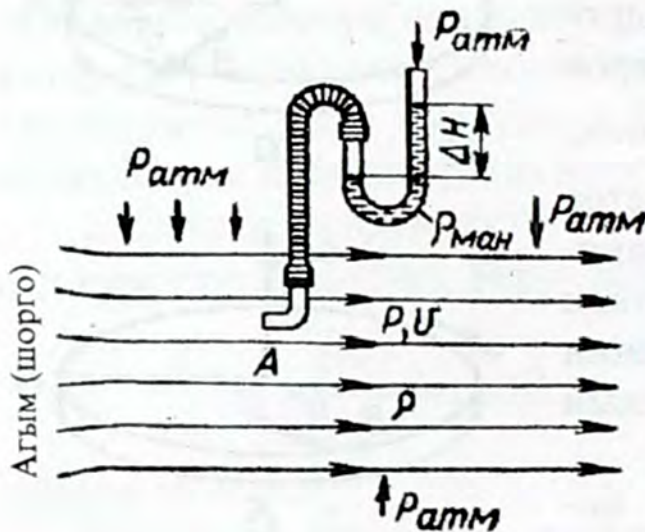
$$p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2,$$

болгондуктан, топтоодон жана S ке көбөйтүүдөн кийин төмөнкүнү алабыз:

$$p_1 S - p_2 S = \rho g (z_2 - z_1) S.$$

Муну (8.11) койсок: $a = 0$.

Ошентип, идеалдуу суюктук тик түтүк боюнча (өйдө же ылдый) бир калыпта агат, себеби оордук күчү (тиешелүү кесилиштердин ортосундагы) басымдардын айырмасы менен теңдешет. Илээшкектүүлүккө ээ реалдык суюктук үчүн басымдардын айырмасы идеалдуу суюктуктарга караганда чоң болушу керек, себеби бул учурда ал оордук күчүн эле эмес, сүрүлүү күчүн да теңдейт.



8.8-сүрөт

Бернуллинин теңдемесин колдонуу. 1. Кыймылдагы суюктуктун жана газдын ичиндеги толук басымды өлчөө. Пито түтүгү. Кыймылдагы суюктуктун жана газдын агымына кесилишин агымга перпендикулярдуу кылып манометрдик түтүктү (Пито түтүгүн 8.8-сүр. кара) жайгаштырабыз. Манометрдик түтүктүн U га окшош бөлүгүндө тыгыздыгы $\rho_{\text{ман}} > \rho$ болгон манометрдик суюктук жайланышкан.

Манометрдик суюктуктун деңгээлдеринин айырмасы ΔH кыймылдагы газдын ичиндеги толук басымды аныктаарын көрөбүз:

$$\Delta p = \rho_{\text{ман}} g \Delta H = p + \frac{\rho U^2}{2}.$$

Бул үчүн агымдын A кесилишинен башталып агымга бетмебет багытта чексиздикке кеткен токтун горизонталдык түтүгүн бөлүп алабыз. A кесилишинен алыс жайланышкан жердеги басымды жана ылдамдыкты тиешелүү түрдө p жана U деп белгилеп алалы. Пито түтүгүнүн жанындагы агымдын дүүлүкпөгөн

бөлүгүндөгү басым жана ылдамдык дал ушундай эле мааниге (p га жана $\bar{\omega}$ га) ээ болушат. А кесилишинде ылдамдык нөлгө барабар ($\bar{\omega}_A=0$). Бернуллинин теңдемесин ток түтүгүнүн ушул эки кесилиши үчүн жазабыз:

$$p + \frac{\rho \vartheta^2}{2} = p_A \quad (8.12)$$

мындан каралган учур үчүн манометр менен өлчөнгөн p_A басымы дүүлүкпөгөн агымдагы толук басымга барабар экендиги көрүнүп турат.

2. **Суюктук агымынын ылдамдыгын аныктоо (Прандтль түтүгү).** Пито түтүгүн статикалык басым p ны өлчөөчү манометрдик түтүк менен чогуу колдонуп, Прандтль түтүгү деп аталган жаңы куралды алабыз (8.9-сүр.). Бул курал динамикалык басымды өлчөй ала тургандыгын жана аны суюктуктун (газдын) агым ылдамдыгын аныктоого да колдонсо боло тургандыгын көргөзөбүз.

Сүрөттөн U га окшош түтүктүн сол иймегиндеги

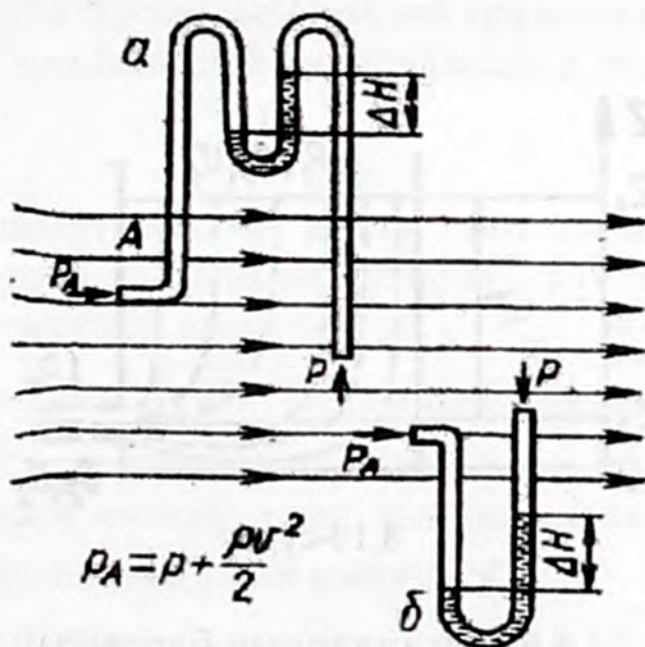
басым $p_A = p + \frac{\rho \vartheta^2}{2}$, оң иймегинде p га барабар экендиги көрүнүп турат.

Ошентип манометрдик суюктуктун денгээлдеринин айырмасы ΔH боюнча иймектердеги басымдын айырмасы жөнүндө тыянак чыгарсак болот:

$$\Delta p = \rho_{\text{ман}} g \Delta H = p_A - p,$$

же

$$\Delta p = \frac{\rho \vartheta^2}{2}, \quad (8.13)$$



8.9-сүрөт

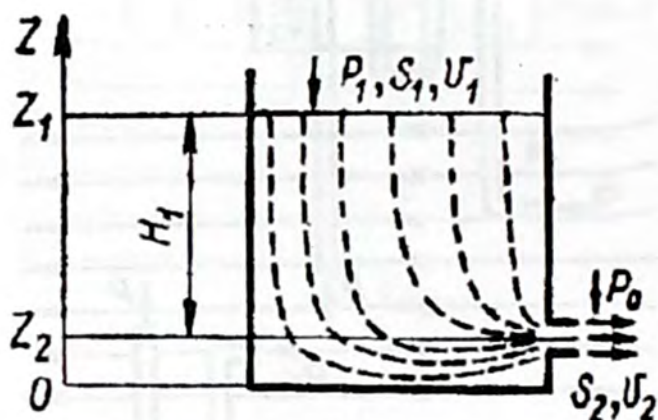
мындан куралдын көрсөтүүсү суюктуктун ичиндеги динамикалык басымга пропорционалдуу экендиги көрүнүп турат. Манометр менен Δp ны өлчөп алып, (8.13) төн суюктуктун агымынын ылдамдыгын аныктоого болот:

$$v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}. \quad (8.14)$$

2.3. Суюктуктун оюктан агышы

Төмөн жагында оюгу бар идишти (8.10-сүр.) ток түтүгү катарында карап, S_1 жана S_2 кесилиштери үчүн Бернуллинин теңдемесин жазып алабыз.

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_0 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g z_2, \quad (8.15)$$



8.10-сүрөт

мында p_0 – суюктук агып чыгып аткан оюктагы басым (ал атмосфералык басымга барабар); p_1 – идиштеги суунун эркин бетинин үстүндөгү басым. Идиштеги суюктуктун агымынын ылдамдыгы өтө эле кичине, ошондуктан аны нөлгө барабар деп алсак болот ($v_1 = 0$).

Айтылгандардын бардыгын эске алып, (8.15) теңдемесин

$$p_1 + \rho g z_1 = p_0 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g z_2$$

түрүндө жазып алсак болот. Мындан суюктуктун оюктан агып чыгуу ылдамдыгын табабыз:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(p_1 - p_0)}{\rho} + 2gH_1}. \quad (8.16)$$

Эгерде суюктуктун эркин бетиндеги басым атмосфералык басымга барабар болсо $p=p_0$, анда

$$\vartheta_2 = \sqrt{2gH_1} \quad (8.17)$$

H_1 бийиктигинен эркин түшкөн же жантык бет боюнча сүрүлүүсүз жылмышкан материалдык чекит дагы ушундай ылдамдыкка ээ болоору бизге белгилүү. (8.17) туюнтмасы Торичеллинин формуласы деп аталат.

2.4. Суюктуктун тешиктен агып чыгышы

Идиш тешигинен суюктуктун агып чыгышын карайлы (8.10-сүр.).

Бул учурда идиштин ичинде Бернуллинин законуна ылайык басымдардын кайтадан бөлүштүрүлүшү болуп өтөт.

Эгерде биз аккан суюктуктагы басымдын бөлүштүрүлүшүн таба алсак, анда идиш бетинин каалагандай элементиндеги басым күчүн аныктап алабыз:

$$dF = pdS.$$

Вектордук кошуу менен жыйынтыктоочу күчтү таап алсак болот. Бирок бул ыкма татаал. Жыйынтыктоочу күчтү төмөндөгүдөй кыйыр жол менен эсептеп алсак болот.

Идиштин тешигинен суюктук $\vartheta = \sqrt{2gH}$ ылдамдыгы менен агып чыгаарын көргөзгөнбүз. Эгерде тешиктин аянты S ке барабар болсо, анда dt убактысынын ичинде агып чыккан суюктуктун массасы $\rho S \vartheta dt$ га барабар, ал эми анын импульсу

$$dp = \rho S \vartheta^2 dt = 2\rho SgHdt, \quad (8.18)$$

аркылуу табылат.

Демек, агып чыккан суюктукка Ньютондун экинчи законуна ылайык агымды көздөй (горизонталдуу) багытталган

$$F = \frac{dp}{dt} = 2\rho SgH, \quad (8.19)$$

күчү аракет этиши керек. Ушундай эле күч суюктукка идиш тарабынан көрсөтүлөт (эскерте кетүүчү нерсе оордук күчү тик аракет эткендиктен, суюктуктун импульсун тик багытта өзгөртө

албайт). Ньютондун үчүнчү законуна ылайык идишке суюктук чоңдугу боюнча барабар, багыты боюнча карама-каршы күч менен аракет этет. $\vec{F}' = \vec{F}$. Ошентип, суюктуктун эркин агышында анын идиштин капталына аракет эткен жыйынтыктоочу басым күчү төмөндөгүгө барабар

$$F' = 2\rho SgH.$$

Эгерде суюктукту жана идишти туюк система катарында карасак, анда \vec{F}' жана \vec{F} системанын жалпы импульсун өзгөртө албаган аракеттенишүүнүн ички күчтөрү болушат. Агып чыгып жаткан суюктуктун бөлүгү кандай импульс алса, карама-каршы багытталган ушундай эле импульсту ичинде суюктуктун калдыгы бар идиш да алат.

F' күчүн тешиктен чыгып жаткан суюктуктун реакция күчү деп аташат, ал эми ушул күчтүн таасири астында болгон кыймыл реактивдүү кыймыл болуп эсептелет.

Текшерүү суроолору

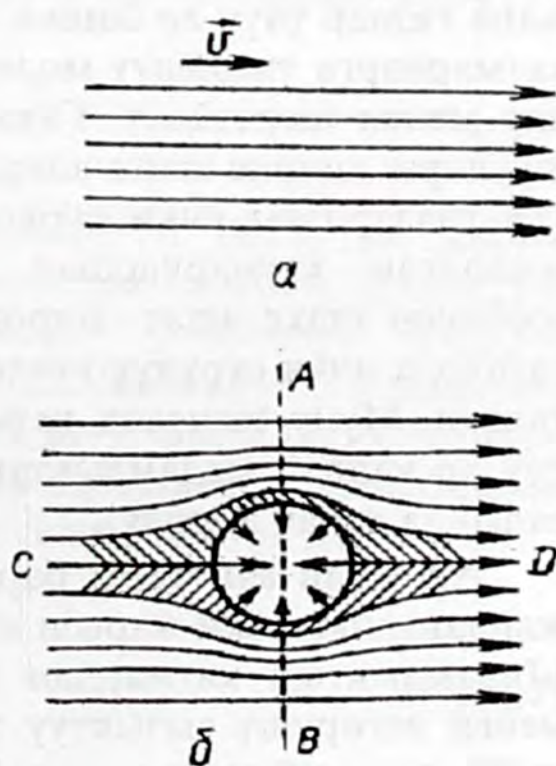
1. Суюктуктун кандай кыймылын калыптанган деп айтабыз? Токтун сызыгы деген эмне? Калыптанган кыймыл кезинде ток сызыгы суюктук бөлүкчөсүнүн изи менен дал келээрин көргөзгүлө. Ток сызыгынын жыштыгына карата кандай шарт кабыл алынган? Бул шарттын мааниси эмнеде?
2. Кысылуучу жана кысылбоочу суюктуктар үчүн үзгүлтүксүздүк теңдемеси кандай түргө ээ болот? Бул теңдеменин натыйжалары кандай?
3. Бернуллинин теңдемесин жазып, анын курамындагы мүчөлөрүнүн маанисин түшүндүргүлө.
4. Кыймылдагы суюктуктардын ичиндеги статикалык басым p -ны кантип өзгөртөбүз, Питонун түтүгүнүн түзүлүшү кандай жана анын жардамы менен кайсы басымды өлчөйбүз?
5. Прандтль түтүгүнүн түзүлүшү кандай жана анын жардамы менен агымдын ылдамдыгын кантип өлчөйбүз?

§ 3. Реалдык суюктуктун жана газдын динамикасы

Реалдык суюктуктар жана газдар илээшкектүүлүк жана кысылуучулук касиеттерине ээ. Суюктукка илээшкектүүлүк касиети мүнөздүү болсо, жетишээрлик чоң ылдамдыкта (70 м/с дан чоң) газ үчүн кысылуучулук чечүүчү касиет болуп калат. Газдын кысылышы анын ысышы менен улантылат, ошондуктан кысылган газдын кыймылын механиканын алкагында (жылуулук жөнүндөгү илимдин түшүнүктөрүн колдонбостон) толугу менен жазуу мүмкүн эмес. Ушул себептен негизинен суюктук менен газдын кыймылын ички сүрүлүүнү (илээшкектүүлүктү) эске алуу менен карайбыз.

Кээ бир учурларда суюктуктун (газдын) илээшкектүүлүгүн эске албай койсо боло тургандыгын көргөзүп кеткенбиз. Бирок кай бир кубулуштарды сүрөттөөдө илээшкектүүлүктү эске албай коюу мүмкүн эмес болуп калат. Мисалы үчүн шарды суюктуктун горизонталдык агымы каптап өтүү кубулушун карайлы (суюктуктун салмагын эске албайбыз). 8.11.а.-сүрөтүндө дүүлүкпөгөн, 8.11.б.-сүрөтүндө дүүлүккөн агымдагы ток сызыктары көрсөтүлгөн “Дүүлүгүү” ток сызыктарынын кыйшаюусу жана алардын АВ багытындагы тыгыздалышы менен көрсөтүлгөн (8.11.б.-сүр.). Эгерде илээшкектүүлүктү эске албасак, ток сызыктары агымга перпендикулярдуу АВ тегиздигине жана дүүлүкпөгөн агымга каршы CD тегиздигине салыштырмалуу симметриялуу болушат.

Ушундай эле симметрияга тикеден-тике шардын бетине жакын жайланышкан токтун түтүктөрү да ээ болушат (8.11.б.-сүрөтүндө бул түтүктөр штрихтелип көргөзүлгөн). Бернуллинин теңдемесине ылайык шардын бетиндеги суюктуктун басымынын бөлүштүрүлүшү дагы ушундай эле симметрияга ээ болот. АВ сызыгын-



8.11-сүрөт

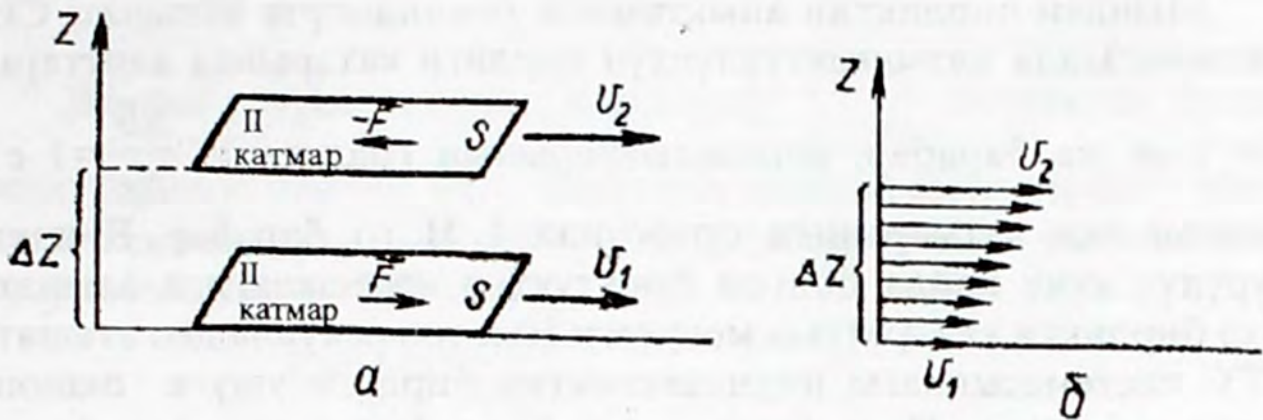
дагы басым CD сызыгындагы басымга караганда кичине, себеби AB сызыгынын жанындагы ток түтүгү ичкерип, агымдын ылдамдыгы CD сызыгынын жанына караганда чоң болот.

Басымдын симметриялуу бөлүштүрүлүшүнө байланыштуу шардын бетинде бардык басым күчүнүн тең аракет этүүсү нөлгө барабар болот. Ошентип шар каптап аккан суюктук тарабынан эч кандай басымга дуушар болбойт (Даламбердин парадоксу). Бирок агымдагы шарга суюктуктун кыймылынын багыты боюнча күчтөр аракет этээрин тажрыйба көргөзөт. Демек, илээшкектүүлүктү бул учурда эске албай коюуга болбойт.

3.1. Илээшкектүүлүк күчү. Илээшкектүүлүк коэффициенти

Илээшкектик күчү же ички сүрүлүү күчү суюктук (газдын) катмарларынын салыштырмалуу кыймылында пайда болот. Алар суюктук катмарларына жаныма боюнча аракет этишет. Бири-бирине салыштырмалуу кыймылдаган эки катмар бөлүнүү бетин бойлото модулдары боюнча барабар, багыты боюнча карама-каршы ички күчтөр менен аракет этишет. Мындай күчтөрдүн пайда болушунун физикалык себептери суюктуктар жана газдар үчүн ар башка. Суюктуктарда бул күчтөр ар башка катмарларга тиешелүү молекулалардын ортосундагы жабышуулар менен шартталат. Газдарда болсо молекулалардын жабышуулары кичине жана алардын кыймылдуулугу чоң. Ошондуктан газдардагы ички сүрүлүү күчтөрүнүн пайда болушу кыймылдаган катмарлардын молекулаларынын алмашышынын эсебинен ишке ашат. Бирок тажрыйбадан суюктуктарда жана газдарда ички сүрүлүү күчтөрү бир эле законго баш иери аныкталган. Муну тегиздик катмарлары бири-бирине салыштырмалуу ар кандай ылдамдыктар менен кыймылдаган агымдын мисалында карап көрөлү.

Агымдан аянттары барабар бири биринен Δz аралыгында жайланышкан эки жарыш катмарды бөлүп алабыз (8.12.а.-сүр.). Ылдамдыктын катмардан катмарга z координатынын өсүшү менен өзгөрүшү сызыктуу законго баш иет (8.12.б.-сүр.). Тажрыйбадан ар бир катмарга, S аянтына жана катмардан катмарга өткөндө катмарлардын ылдамдыгынын өзгөрүшүнүн тездигин



8.12-сүрөт

мүнөздөөчү $\frac{\Delta\vartheta}{\Delta z}$ чоңдугуна пропорционалдуу күч \vec{F} аракет этээри аныкталган:

$$F \sim S \frac{\Delta\vartheta}{\Delta z}.$$

$\frac{\Delta\vartheta}{\Delta z}$ чоңдугу ылдамдыктын градиенти деп аталат. Пропорционалдуулук коэффициенти η ну киргизип, пропорционалдуулук көз карандылыгынан барабардыкка (Ньютондын формуласына) өтөбүз:

$$F = \eta S \frac{\Delta\vartheta}{\Delta z}. \quad (8.23)$$

Пропорционалдуулук коэффициенти η (8.23) кө кирген чоңдуктардын бирдиктерин тандоодон көз каранды болот. Бирок тажрыйбадан бул коэффициент суюктуктун (газдын) түрүнөн да көз каранды болоору жана суюктуктун (газдын) илээшкектик касиетин мүнөздөй тургандыгы белгилүү. Ошондуктан ал ички сүрүлүү коэффициенти же илээшкектик коэффициенти, ал эми кээ бир учурларда жөн эле илээшкектик деп аталат.

Илээшкектиктин өлчөө бирдиги

$$\eta = \frac{F}{S \frac{\Delta\vartheta}{\Delta z}}. \quad (8.24)$$

катнашы аркылуу аныкталат.

Мындан бирдиктин аныктамасы төмөндөгүчө айтылат: СИ системасында илээшкектүүлүктүн бирдиги катарында аянттары

$S = 1 \text{ м}^2$ ка барабар, ылдамдыктарынын градиенти $\frac{\Delta\vartheta}{\Delta z} = 1 \text{ с}^{-1}$

болгон эки катмарынын ортосунда 1 Н го барабар F ички сүрүлүү күчү пайда болгон суюктуктун илээшкектиги алынат. Бул бирдикти квадраттык метрдеги Ньютон-секунда деп аташат. СГС системасындагы илээшкектиктин бирдиги ушуга окшош эле аныкталып, Пуаз (окумуштуу Пуазейлдин урматына) деп аталат. Газдардын илээшкектиги суюктуктун илээшкектүүлүгүнө караганда жүздөгөн эсеге аз. Илээшкектик температурадан көз каранды: суюктуктарда температуранын өсүшү менен илээшкектүүлүк азаят, газдарда көбөйөт.

Ньютондун формуласы (8.23) кө кайрылабыз. Эгерде катмарлардын ылдамдыктары аралыкка карата сызыктуу эмес

чоңойсо, $\frac{\Delta\vartheta}{\Delta z}$ катышынын ордуна анын чегин колдонобуз:

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta z} = \frac{d\vartheta}{dz}$$

Анда (8.23) формуласы

$$F = \eta S \frac{d\vartheta}{dz}, \quad (8.25)$$

түрүнө ээ болот. Мында F – суюктуктун кандайдыр бир S аянтына ээ катмарына аракет эткен ички сүрүлүү күчү, $\frac{d\vartheta}{dz}$ – ушул

катмарга жакын аймактагы ылдамдыктын градиенти. Каралган учурда катмардын бирдик бетине аракет эткен илээшкектик

күчүнүн маанисине ээ $\tau = \frac{F}{S}$ жаныма чыңалуу түшүнүгүн пайдаланып, (8.25) формуласын

$$\tau = \eta \frac{d\vartheta}{dz} \quad (8.26)$$

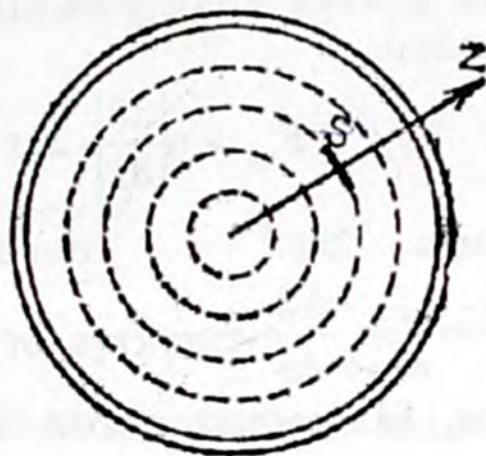
түрүндө жазып алсак болот.

Жалпы учурда жаныма чыңалуусу $\tau = \frac{dF}{ds}$ беттин ар башка чекиттеринде бирдей эмес. Беттин элементи dS ке аракет эткен илээшкектик күчү $dF = \tau dS$. Ошондуктан толук илээшкектик күчү төмөндөгүчө табылат:

$$F = \int_s \tau dS.$$

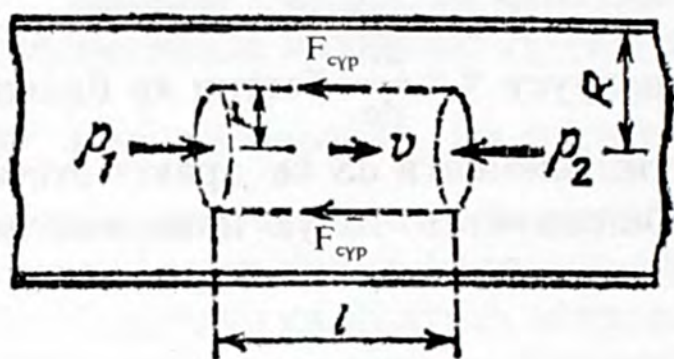
3.2. Суюктуктун түтүктөр боюнча агышы

Цилиндр түтүгү боюнча аккан суюктукту карайлы. 8.13-сүрөтүндө түтүктүн туурасынан кесилиши көргөзүлгөн. Өлчөөлөр көргөзгөндөй, суюктук акырын акканда, суюктук бөлүкчөлөрүнүн ылдамдыгынын мааниси түтүктүн капталдарынын жанындагы нөлдөн баштап октогу максимумга чейин өзгөрөт. Суюктук бул учурда бири-бирине салыштырмалуу аралашпастан, жылмышкан жука цилиндр-



8.13-сүрөт

лик катмарларга бөлүнгөн сыяктуу болуп калат. Мындай агыш ламинардуу же катмарлуу агыш деп аталат (латындын ламина – тилке, жука тактача деген сөзү). Катмарлардын аралашпаганын диаметри бир нече сантиметр болгон айнек түтүкчөдө аккан ылдамдыгы кичинекей суунун агымын алып, түтүктүн огуна ичке түтүкчө аркылуу боелгон суюктукту киргизүү менен көрсөк болот. Мында түтүктүн бүткүл узундугу боюнча суу менен ачык чектелишке ээ боелгон суунун ичке агымы байкалат. Эми ушул түтүктүн ичиндеги ылдамдыктын өзгөрүү законун табабыз. Суюктуктун элестетилген цилиндрлик көлөмү R радиусуна жана l узундугуна ээ болсун дейли (8.14-сүр.). Турактуу агымда бул көлөм ылдамдануусуз кыймылдайт. Демек, ага аракет эткен күчтөрдүн суммасы нөлгө барабар. Кыймылдын багыты боюнча



8.14-сүрөт

суюктукка аракет эткен басым күчүнүн модулу $p_1 \pi r^2$ ка, карама-каршы багытта аракет эткен басым күчүнүн модулу $p_2 \pi r^2$ ка барабар. Жыйынтыктоочу басым күчү төмөнкүдөй модулга ээ

$$F_{\text{бас}} = (p_1 - p_2) \pi r^2, \quad (8.27)$$

(πr^2 – цилиндрдин негизинин аянты).

Каптал беттерге аракет эткен кыймылды акырындатуучу ички күчтүн модулу (8.23) формуласына ылайык төмөндөгүгө барабар:

$$F_{\text{сyp}} = \eta \left| \frac{d\vartheta}{dr} \right| \cdot 2\pi r \ell = -\eta \frac{d\vartheta}{dr} \cdot 2\pi r \ell \quad (8.28)$$

мында $2\pi r \ell$ – цилиндрдин каптал бетинин аянты,

$\frac{d\vartheta}{dr} = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta r}$ – түтүктүн огуна r – аралыктагы туундунун мааниси.

Ылдамдык октон алыстаган сайын азаят, ошондуктан

$\frac{d\vartheta}{dr}$ терс мааниге ээ жана анын модулу $\frac{d\vartheta}{dr}$ ге барабар (терс

сандын модулу тескери белги менен алынган ошол санга барабар).

(8.27) жана (8.28) туюнтмаларын барабарлап,

$$(p_1 - p_2) \pi r^2 = -\eta \frac{d\vartheta}{dr} \cdot 2\pi r \ell,$$

дифференциалдык теңдемесин алабыз. Өзгөрмөлүүлөрүн бөлүп ийип,

$$d\vartheta = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta \ell} r dr$$

теңдемесине ээ болобуз. Муну интегралдасак,

$$\vartheta = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta\ell} r^2 + C \quad (8.29)$$

интегралдоонун турактуусун C ти түтүктүн капталында (б.а. $r = R$ болгондо) ылдамдык нөлгө барабар болгондой кылып тандап алабыз. Бул шарт

$$C = \frac{P_1 - P_2}{4\eta\ell} R^2,$$

болгондо аткарылат. C тин маанисин (8.29) га койсок,

$$\vartheta(r) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta\ell} (R^2 - r^2) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta\ell} R^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \quad (8.30)$$

түтүктүн огундагы ылдамдык ϑ_0 төмөндөгүгө барабар:

$$\vartheta_0 = \vartheta(0) = \frac{P_1 - P_2}{4\eta\ell} R^2. \quad (8.31)$$

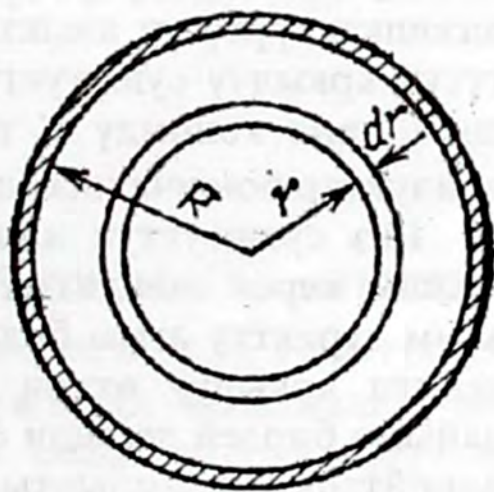
Муну эске алуу менен (8.31) формуласын

$$\vartheta(r) = \vartheta_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right), \quad (8.32)$$

түрүндө жазып алсак болот. Мындан ламинардык агымда түтүктүн огуна салыштырмалуу аралыктын өзгөрүшү менен ылдамдык параболла закону боюнча өзгөрөөрү келип чыгат (8.16.а-сүр.).

(8.32) формуласынын жардамы менен суюктук агымын т.а., түтүктүн туурасынан кесилиши аркылуу убакыт бирдиги ичинде агып өткөн көлөмүн эсептеп чыгууга болот. Түтүктүн кесилишин жазылыгы dr болгон шакектерге бөлөбүз (8.15-сүр.).

Убакыт бирдиги ичинде радиусу r болгон шакек аркылуу көлөмү шакектин аянты $2\pi r dr$ менен ылдамдык $\vartheta(r)$ дин көбөйтүндүсүнө барабар суюктук агып өтөт.



8.15-сүрөт

$$dV = \vartheta_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot 2\pi r dr.$$

Бул туюнтманы интегралдасак,

$$V = \int_0^R \vartheta_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot 2\pi r dr = \frac{1}{2} \pi R^2 \vartheta_0 = \frac{1}{2} S \vartheta_0 \quad (8.33)$$

(S – түтүктүн кесилишинин аянты). Агымды ылдамдыктын кесилиш боюнча алынган орточо маанисинин $\langle \vartheta \rangle$, S – аянтына болгон көбөйтүндүсү катарында көргөзсөк болот. (8.33) формуласынан ламинардык агымдагы ылдамдыктын орточо мааниси түтүктүн огундагы ылдамдыктын жарымына барабар экендиги келип чыгат.

(8.33) тү ϑ_0 үчүн жазылган (8.31) туюнтмасына коюп төмөндөгү формуланы алабыз:

$$V = \frac{(p_1 - p_2) \pi R^4}{8\eta \ell}. \quad (8.34)$$

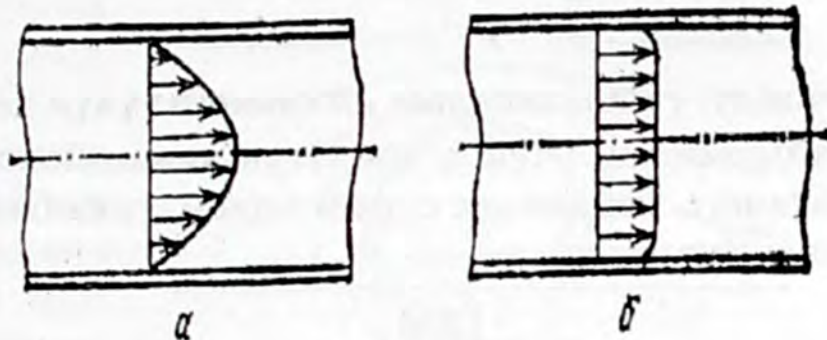
Бул формула **Пуазейлдин формуласы** деп аталат. Мындан агым түтүктүн радиусунан өтө чоң көз карандылыкта болоору көрүнүп турат. Буга кошумча V түтүктүн бирдик узундугундагы басымдын азайышына $(p_1 - p_2 / \ell)$ ге пропорционалдуу жана суюктуктун илээшкектигине η га тескери пропорциялаш болот.

Пуазейлдин формуласы суюктуктардын жана газдардын илээшкектүүлүгүн аныктоо үчүн колдонулат. Радиусу белгилүү түтүк аркылуу суюктукту же газды өткөзүп, басымдын азайышын жана көлөмдү V ны өлчөп алабыз. Андан соң алынган чоңдуктар боюнча илээшкектүүлүк η эсептелинет.

Биз суюктуктун агымы ламинардуу болушу үчүн ал жай агышы керек экендигин белгилеп кеттик. Демек, ламинардык агым турактуу агым болот. Бул болсо мейкиндиктин берилген чекити аркылуу өткөн суюктук бөлүкчөлөрүнүн ылдамдыгы дайыма бирдей дегенди билгизет. Эгерде агымдын ылдамдыгын чоңойтсок, ылдамдыктын кандайдыр бир маанисине жеткенде, агымдын мүнөзү кескин өзгөрөт. Агым турактуу болбой, мейкиндиктин ар бир чекитинде бөлүкчөлөрдүн ылдамдыгы дайы-

ма баш аламан өзгөрүп турат. Мындай агым турбуленттүү (күндүү) агым деп аталат. Турбуленттүү агым учурунда суюктуктар өтө күчтүү аралашышат. Эгерде турбуленттүү агымга боелгон суюктукту кошсок, ал бат эле агымдын бардык кесилиши боюнча бирдей тарап кетет. Муну жогорку тажрыйбадагы айнек түтүк ичиндеги суу агымынын ылдамдыгын көбөйтүү менен байкаса болот.

Турбуленттүү агымда ар бир чекиттеги ылдамдык дайыма өзгөрүп тургандыктан, агымдын шарты өзгөрбөгөндө, мейкиндиктин ар бир чекитинде турактуу мааниге ээ ылдамдыктын убакыт боюнча алынган орточо мааниси жөнүндө сөз кылсак болот. Түтүктүн кесилиштеринин бири үчүн турбуленттүү агым кезиндеги орточо ылдамдыктардын бөлүштүрүлүшү 8.16.б-сүрөтүндө көргөзүлгөн. 8.16.а-сүрөтү менен салыштырсак, ламинардуу агымга караганда турбуленттүү агымда түтүктүн капталдарына жакын аймакта ылдамдык тез өзгөрөөрү көрүнүп турат, кесилиштин калган бөлүктөрүндөгү ылдамдыктын өзгөрүүсү анча чоң эмес.



8.16-сүрөт

Рейнольдс агымдын мүнөзү өлчөмсүз Re чоңдугунун мааниси менен аныкталаарын көргөзгөн

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta}, \quad (8.35)$$

мында ρ – суюктуктун (же газдын) тыгыздыгы, $\langle v \rangle$ – түтүктүн кесилишиндеги агымдын орточо ылдамдыгы, η – суюктуктун илээшкектүүлүгү, d – агымдын туурасынан кесилиши үчүн мүнөздүү өлчөм, мисалы, квадраттык кесилиште квадраттын жагы, тегерек кесилиште радиус же диаметр.

Re дин кичине маанилеринде агым ламинардык мүнөзгө ээ. Критикалык деп аталган Re нин кандайдыр бир маанисинен

баштап, агым турбуленттик мүнөзгө ээ боло баштайт. Эгерде түтүктүн мүнөздүү өлчөмү e катары анын радиусун алсак (бул учурда $Re = \rho \vartheta^2 r / \eta$), анда Рейнольдс санынын кризистик мааниси болжол менен 1000 ге барабар (диаметрин алсак 2000 ге) болот.

Рейнольдс саны түтүктөрдө, каналдарда ж.б.у.с. аккан суюктуктар үчүн окшоштуктун критерийи болот. Мисалы, эгерде диаметри ар кандай тегерек түтүктөрдөгү ар кандай суюктуктардын (газдардын) агымдарына Рейнольдс санынын бир эле мааниси туура келсе, анда алардын агымынын мүнөзү бирдей болот.

Рейнольдс санынын курамына тыгыздык ρ менен илээшкектүүлүк η нын катышы кирет

$$v = \frac{\eta}{\rho}, \quad (8.36)$$

чондугу **кинетикалык илээшкектүүлүк** деп аталат. v чондугунан айырмалаш үчүн η чондугун **динамикалык илээшкектүүлүк** деп аташат. Рейнольдс санын кинематикалык илээшкектүүлүк аркылуу туюнтсак

$$Re = \frac{\langle \vartheta \rangle d}{v} \quad (8.37)$$

түрүнө ээ болот.

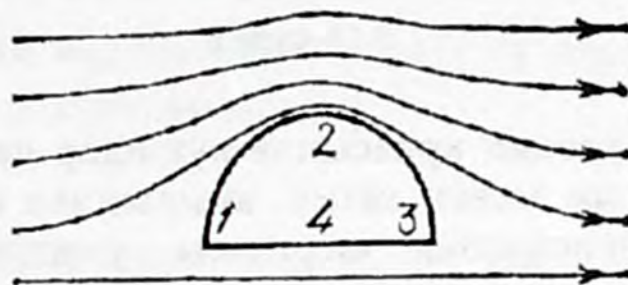
§ 4. Суюктуктардагы жана газдардагы нерселердин кыймылы

Суюктуктардын жана газдардын өздөрүнүн ичиндеги турактуу ϑ ылдамдыгы менен кыймылдаган нерсеге аракет этиши кыймылсыз нерсеге турактуу ϑ ылдамдыгы менен кыймылдаган суюктуктун же газдын бир тектүү агымынын аракетине окшош болот (мындан ары газдарды эске алуу менен суюктук жөнүндө гана сөз кылабыз). Демек, нерсеге аракет эткен күчтөрдү аныктоодо же нерсени, же чөйрөнү кыймылдайт деп эсептөөнүн айырмасы жок. Ошондуктан эреже катары нерсе

кыймылсыз деп алынып, ага келип тийген суюктуктун аракети изилденет. Алынган жыйынтык кыймылсыз чөйрөгө салыштырмалуу кыймылдаган нерсе үчүн да орун алат.

Нерсеге келип тийген агымдын аракет эткен күчү \vec{F} ти эки түзүүчүгө ажыратып ийсек болот: \vec{F} ылдамдыгына бойлото багытталган маңдайкы каршылык деп аталган дүүлүкпөгөн агымдын күчү \vec{F}_x жана \vec{F} га перпендикулярдуу багытталган көтөрүү күчү деп аталган \vec{F}_y күчү маңдайкы каршылык басым жана ички сүрүлүү күчтөрүнүн суммасынан турат. Эгерде нерсе агымдын ылдамдыгы \vec{F} нын багытына симметриялуу жайланышса, анда ага болгону маңдайкы каршылык аракет этет, бул учурда көтөрүү күчү орун албайт.

Жогоруда кысылбаган идеалдык суюктукта бир калыпта кыймылдаган нерсеге маңдайкы каршылык аракет этпей тургандыгын айтып кеткенбиз (Даламбердин парадоксу). Ал эми көтөрүү күчү симметриялуу нерселер үчүн нөлгө бара-

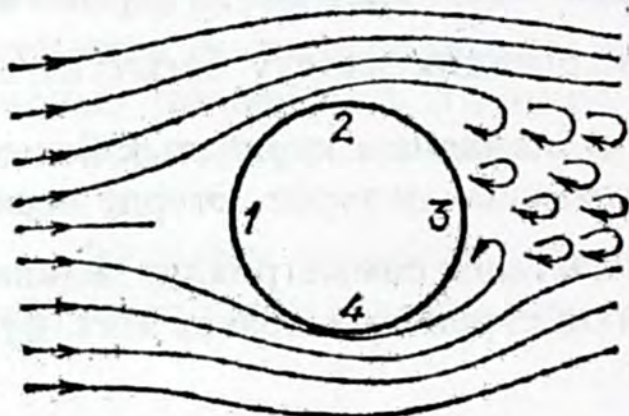


8.17-сүрөт

бар, симметриялуу эмес нерселер үчүн ал нөлгө барабар болбойт. 8.17-сүрөтүндө ойдогудай суюктуктун жарым цилиндрди каптап аккандагы ток сызыктары көргөзүлгөн. Толук каптап агуунун негизинде 2 же 4 чекиттери аркылуу өткөн түз сызыкка салыштырмалуу ток сызыктары симметриялуу болушат. Бирок 1 жана 3 чекиттери аркылуу өткөн түз сызык үчүн токтун сызыктарынын жайланышы симметриялуу эмес. Ток сызыктары тыгыз жайланышкан 2 чекитинин жанындагы басым 4 чекитинин жанындагыга караганда аз, натыйжада, көтөрүү күчү пайда болот.

Нерсе илээшкек суюктукта кыймылдаганда таптакыр башкача көрүнүш байкалат. Бул учурда суюктуктун жука катмары нерсенин бетине жабышып, аны менен кошо бир бүтүн нерсе катарында кыймылдайт. Бир катмар ички сүрүлүүнүн негизинде калган катмарларды да өзүнүн артынан ээрчитет. Нерсенин бетинен алыстаган сайын катмарлардын ылдамдыктары кичирей-

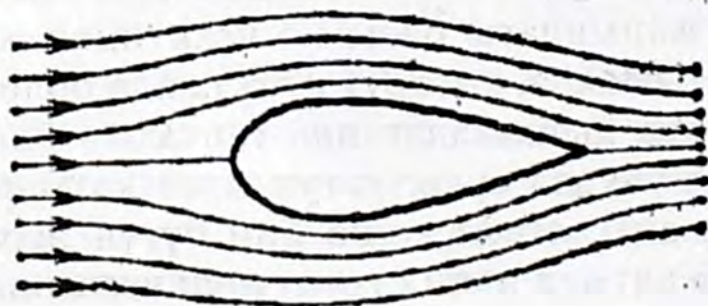
ип отурат да, акырында кандайдыр бир аралыкта нерсенин кыймылы суюктукту дүүлүктүрбөй калат. Ошентип нерсе ичинде ылдамдыктары тез өзгөргөн суюктуктун катмары менен курчалып калат. Бул катмар чек аралык деп аталат. Бул катмарда илээшкектүү сүрүлүү күчү аракет этип, акырында маңдайкы каршылыктын пайда болушуна алып келет.



8.18-сүрөт

нерсенин аркасында куюндар пайда болот (8.18-сүр.). Куюндар агым менен кетип, акырындап өчүп жок болушат. Бул учурда куюндардын энергиясы суюктукту жылытууга сарп кылынат. Нерсенин артында пайда болгон куюндуу аймактагы басым азаят, натыйжада, жыйынтыктоочу басым күчү нөлгө барабар болбойт. Бул болсо өз иретинде маңдайкы каршылыктын пайда болуусуна өбөлгө түзөт.

Ошентип белгилеп кеткендей, маңдайкы каршылык сүрүлүү каршылыгынан жана басым каршылыгынан турат экен. Нерселердин берилген туурасынан кесилиш өлчөмдөрүндө, басым каршылыгы нерсенин формасынан өтө чоң көз каранды болот. Эң эле кичинекей басым каршылыгына жакшы каптап агууга



8.19-сүрөт

Илээшкектүүлүктүн таасири сүрүлүү күчүнүн пайда болушу менен эле бүтүп калбайт. Чек аралык катмардын болушу суюктуктун нерсени каптап агуусунун мүнөзүн түп тамырынан бери өзгөртөт. Толук каптап агуу мүмкүн болбой калат. Чек аралык катмардагы сүрүлүү күчүнүн аракети агымды нерсенин бетинен ажыратат, натыйжада,

өбөлгө түзүүчү тамчыга окшош формадагы нерселер ээ болот (8.19-сүр.).

Сүрүлүү каршылыгы менен басым каршылыгынын ортосундагы катнаш Рейнольдс санынын мааниси боюнча аныкталат (8.35 ти кара). Рей-

нольдс санынын кичине маанисинде негизги ролду сүрүлүү каршылыгы ойнойт, ошондуктан басым каршылыгын көңүлгө албай койсок да болот. Илээшкектүүлүктүн өсүшү менен сүрүлүү күчүнүн салыштырмалуу салымы өсө баштайт. Рейнольдс санынын өсүшү менен басым каршылыгы уламдан улам чоңоет. Рейнольдс санынын чоң маанилеринде маңдайкы каршылыкта басым күчү басымдуулук кылат.

Суюктуктун же газдын агымындагы нерсеге аракет эткен күчтөрдүн мүнөздөрүн аныктоо менен, Рейнольдс саны бул учурда да окшоштуктун критерийи болуп кызмат кылат. Бул жагдай моделдөөдө пайдаланылат. Мисалы, эгерде моделдин геометриялык окшоштугу сакталса, алар үчүн Рейнольдс саны барабар болсо, газдын агымындагы самолеттун модели өзүн самолеттой эле көргөзөт.

Стокс нерсенин өлчөмү жана ылдамдыгы кичинекей болсо (б.а., Re кичине, чөйрөнүн каршылыгы сүрүлүү күчтөрү менен гана шартталат), каршылык күчүнүн модулу

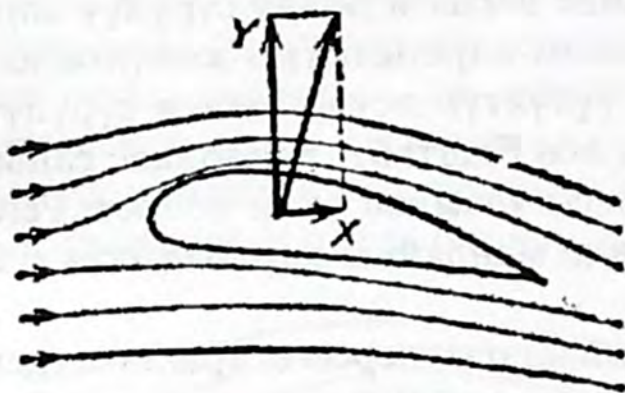
$$F = k\eta \ell \vartheta, \quad (8.38)$$

формуласы менен аныкталаарын көргөзгөн. Мында η – чөйрөнүн динамикалык илээшкектүүлүгү, ϑ – нерсенин кыймылынын ылдамдыгы, ℓ – нерсенин мүнөздүү өлчөмү, k – нерсенин формасынан көз каранды пропорционалдуулуктун коэффициенти. Шар үчүн ℓ катарында анын радиусу r ди алсак, $k = 6\pi$. Демек, суюктуктарда кичинекей ылдамдыктар менен кыймылдаган анча чоң эмес шариктер үчүн каршылык күчү төмөндөгүгө барабар

$$F = 6\pi\eta r \vartheta. \quad (8.39)$$

Эске сала кетүүчү нерсе, Стокстун формуласы нерседен суюктуктун чек арасына (мисалы идиштин капталы) чейинки аралык нерсенин өлчөмүнө караганда алда канча чоң болгондо гана орун алат.

Самолет абада канатына көтөрүү күчү аракет этишинин натыйжасында кармалып турат. Самолеттун учушуна маңдайкы каршылык зыяндуу таасир көргөзөт. Ошондуктан самолеттун тулкусуна жана канатына аба оңой каптап аккандай форманы



8.20-сүрөт

беришет (8.20-сүр.). Канаттын ассиметриялык формасына жана жантак жайланышына жараша абанын ылдамдыгы канаттын үстүндө канаттын астына караганда чоң (демек, басым кичине) болот. Ушул себептен көтөрүү күчү пайда болот. Көтөрүү күчүнүн пайда болуусунда канаттын арткы четинде пайда болгон ку-

юндарды шарттаган абанын илээшкектүүлүгү негизги ролду ойнойт.

Самолеттун канатынын теориясын 1904-жылы орус окумуштуусу Жуковский түзгөн. Ал көтөрүү күчү жөнүндөгү теореманы айтып, көтөрүү күчүн аныктоочу формуланы чыгарган. Жуковскийдин формуласы самолеттордун аэродинамикалык эсептөөлөрүндө бүгүнкү күнгө чейин колдонулат.

Текшерүү суроолору

1. Реалдык суюктук (газ) деп эмнени айтабыз?
2. Даламбердин парадоксу кайсы учурда байкалат?
3. Ньютондун формуласы суюктуктун кайсы касиетин мүнөздөйт?
4. Илээшкектиктин өлчөө бирдиги кантип аныкталат?
5. Ламинардуу жана турбуленттүү агымдар деп эмнени айтабыз?
6. Пуазейлдин формуласынын маңызы эмнеде?
7. Рейнольдс санын кайсы формула менен аныктайбыз? Окшоштук критерийи деген эмне?
8. Маңдайкы каршылык деп эмнени айтабыз? Ал кандай түзүүчүлөрдөн турат?
9. Стокстун формуласын жазып, анын маанисин ачып көргөзгүлө.

9-БАП

МЕХАНИКАЛЫК ТЕРМЕЛҮҮЛӨР

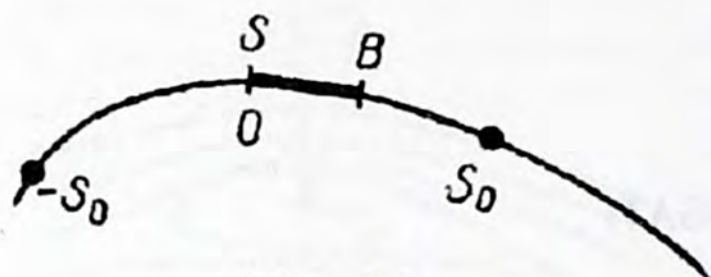
Жаратылышта кезигүүчү көптөгөн кайталанма кыймылдардын ичинен мезгилдүү кыймыл чоң мааниге ээ. Мезгилдүү кыймылда материалдык чекит бир эле кыймылды бир нече жолу кайталайт жана ар бир кыймылга мезгил T деп аталган бирдей убакытты сарп кылат.

Мезгилдүү кыймылдар изинин формасы, кыймылдын мүнөзү боюнча айырмаланышат. Мезгилдүү ийри сызыктуу кыймылдын эң жөнөкөй мисалы болуп чекиттин айлана боюнча бир калыптагы кыймылы эсептелет. Күндүн айланасындагы планеталардын эллипс боюнча кыймылы Ылдамдыгы модулу боюнча турактуу болбогон мезгилдүү ийри сызыктуу кыймылдын мисалы болот. Ылдамдыгынын модулу өзгөрүп турган ийри сызыктуу кыймылга тең салмактуу абалынан чыгарылган жипке асылган шариктин кыймылы да кошулат.

Түз сызыктуу мезгилдүү кыймылга ичтен күйүүчү кыймылдаткычтын сордургуч куралдарынын (насос), цилиндрдеги поршендердин ж.б.у.с. кыймылы мисал боло алат.

Бардык мезгилдүү кыймылдардын ичинен физикада жана техникада термелүүлөр чоң мааниге ээ. Термелүүдө материалдык чекит түз (же ийри) кесиндинин четки чекиттеринин ортосунда алга жана артка жылып турат (9.1-сүр.). Чекиттин кесиндидеги кыймылынын мүнөзүнө жараша термелүү гармоникалык жана гармоникалык эмес болуп бөлүнөт. Гармоникалык термелүүдө чекиттин кыймылы синусоидалдык же косинусоидалдык законго баш иет

$$\begin{aligned} s &= s_0 \sin(\omega t + \varphi), \\ s &= s_0 \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (9.1)$$



9.1-сүрөт

Гармоникалык термелүүдө чекиттин абалын мүнөздөөчү жаалык координаттын убакыт боюнча өзгөрүшүнүн графиги синусоида же косинусоида болот. Жаалык координатасынын өзгөрүшү башка законго баш ийген калган

термелүүлөр гармоникалык эмес деп аталышат.

Термелүүлөрдүн ичинен гармоникалык термелүүлөр өзгөчө орунду ээлешет. Себеби Фурье көргөзгөндөй, каалагандай мезгилдүү кыймылды (термелүүнү) жөнөкөй гармоникалык термелүү кыймылдарынын суммасы катарында карасак болот. Демек, гармоникалык термелүү кыймылынын эң жөнөкөй түрү болуп эсептелинет экен. Ошондуктан каалагандай татаал термелүүнү гармоникалык термелүүлөрдүн жыйындысы катарында карасак болот жана мындан ары биз гармоникалык термелүүнү гана карайбыз.

§ 1. Гармоникалык термелүүнүн кинематикасы

1.1. Гармоникалык термелүүнү мүнөздөөчү физикалык чоңдуктар

Гармоникалык термелүүнү мүнөздөөчү (9.1) формуласында биз төмөндөгүдөй белгилөөлөрдү колдондук: s – убакыттын t моментинде издеги чекиттин абалын мүнөздөөчү жаалык координата; s_0 – термелүүнүн амплитудасы деп аталып, чекиттин тең салмактуу абалынан эң алыс четтешин көргөзөт; $(\omega t + \varphi)$ – гармоникалык термелүүнүн фазасы, φ – баштапкы фаза, ω – гармоникалык термелүүнүн циклдик (айланалык) жыштыгы деп аталышат.

Эсептөөнүн башталышын тандап алуу көргөзүлсө, жаалык координата термелген чекиттин тең салмактуу абалынан жылышы деп да аталат. Фаза убакыттан көз каранды болуп, термелген чекиттин убакыттын t моментиндеги абалы (жылышуу-

су S) жана кыймылдын багытын аныктайт. Баштапкы фаза чекитти убакыттын баштапкы моментиндеги ($t = 0$) абалын жана кыймылынын багытын аныктайт. Циклдик жыштыктын маанисин төмөндөгүдөй ой жүгүртүүдөн аныктайбыз. Убакыттын t_1 моментинде термелген чекит $(\omega t_1 + \varphi)$ фазасына ээ абалда жайланышы дейли. Кыймыл мезгилдүү болгондуктан, убакыттын кандайдыр бир $t_2 > t_1$ моментинде чекит ушул абалга кыймылынын багыты убакыттын t_1 моментиндегидей болгондой болуп кайрылып келет. Мындай кубулуш болуп өткөн убакыттын эң кичине аралыгы термелүүнүн мезгили деп аталып, T аркылуу белгиленет. Демек, T убакыт аралыгынан кийин термелүүнүн фазасы төмөндөгүдөй мааниге ээ болот:

$$(\omega t_2 + \varphi) = \omega(t_1 + T) + \varphi = \omega t_1 + \varphi + \omega T,$$

убакыттын t_1 жана t_2 моменттериндеги термелген чекиттин абалы, демек анын координаттары S_1 жана S_2 бирдей болгондуктан,

$$s_0 \sin(\omega t_1 + \varphi) = s_0 \sin(\omega t_1 + \varphi + \omega T). \quad (9.2)$$

Мындан

$$\omega T = 2\pi,$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

(9.3)

$\nu = \frac{1}{T}$ чоңдугу бир секундадагы термелүүнүн санын туюнтат жана ал гармоникалык термелүүнүн жыштыгы деп аталат. Жыштык ν герц (Гц) менен өлчөнөт. 1 Гц катарында, термелген чекит 1 с ичинде 1 термелүү жасаган термелүүнүн жыштыгы

алынат: $1 \text{ Гц} = 1 \frac{1}{\text{с}}$. (9.3) катнашын

$$\omega = 2\pi\nu,$$

(9.4)

түрүндө да жазсак болот. Циклди жыштыкты 2π секунда ичинде болуп өткөн термелүүлөрдүн саны катарында карасак болот.

Термелүүлөрдүн 2π ге айырмаланган фазалары бирдей болушат, себеби аларга термелген чекиттин бир эле абалы жана кыймылынын бир эле багыты туура келет.

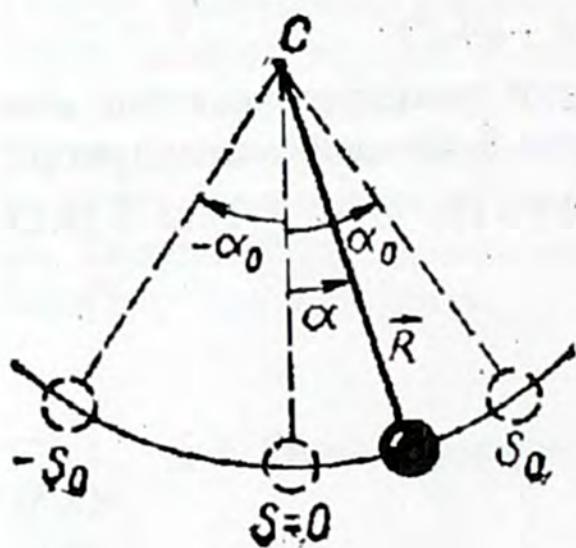
1. 2. Термелүүнүн түрлөрү

Түз сызыктуу термелүү. Термелген чекиттин изи түз сызыктын кесиндиси болсо, мындай термелүү түз сызыктуу (же сызыктуу деп эле) деп аталат. x огун ушул кесиндини бойлото багыттап, x координатасынын эсептөө башталмасы катарында термелген чекиттин ортоңку абалын тандап алып, гармоникалык термелүү кезиндеги кыймылдын законун төмөндөгүчө жазып алсак болот:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (9.5)$$

же

$$x = A \cos(\omega t + \varphi).$$



9.2-сүрөт

Түз сызыктуу гармоникалык термелүүгө мисал болуп, пружинага асылган жүктүн термелиши эсептелинет.

Айлананын жаасы боюнча термелүү. Эгерде термелген чекиттин изи радиусу R болгон айлананын бөлүгү болсо, анда S жылышуусун жана S_0 амплитудасын айлананын радиусу R жана \vec{R} – радиус-векторунун кыйшаюу бурчу α аркылуу туюнтсак болот (9.2-сүр.):

$$S = R\alpha, \quad S_0 = R\alpha_0. \quad |$$

Анда (9.1) кыймыл закону бурчтук чоңдуктар аркылуу төмөндөгүчө жазылат:

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega t + \varphi) \quad (9.6)$$

же

$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi),$$

мында α_0 – \vec{R} – радиус-векторунун эң чоң кыйшаюу бурчу.

Толгонуп термелүү. Нерсе кыймылсыз октун айланасында кезек-кезеги менен бирде оңго, бирде солго айлансын дейли. Кыймылдын мындай түрү толгонуп термелүү деп аталат. Бул учурда нерсенин ар бир чекити тиешелүү радиуска ээ айлана боюнча термелет. Эгерде чекиттердин мындай термелүүлөрү

гармоникалык болушса, анда алардын кыймылы бурчтук чоңдуктардын жардамы менен бардык чекиттер үчүн (9.6) теңдемеси аркылуу жазылат. Бул учурда (9.6) теңдемеси нерсенин бүт бардыгы үчүн гармоникалык толгонуп термелүүнүн теңдемеси болуп калат. Мында α_0 – амплитуда; ω – айлануу жыштык; $\omega t + \varphi$ – толгонуп термелүүнүн фазасы.

Толгонуп термелүүгө кол сааттардагы маятниктин термелүүсүн мисал кылсак болот.

1.3. Гармоникалык термелүүдөгү ылдамдык жана ылдамдануу

Термелген чекиттин жылышуусунун өзгөрүшү синусоидалдык законго баш ийсин дейли:

$$x = A \sin(\omega t + \varphi). \quad (9.7)$$

Бул функциядан убакыт боюнча туунду алып, чекиттин ылдамдыгын табабыз:

$$\vartheta = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi) = \vartheta_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (9.8)$$

мында $\vartheta_0 = A\omega$ – ылдамдыктын амплитудасы.

(9.7) жана (9.8) катнаштарынан чекиттин жылышуусу нөлгө барабар (синус = 0) болгондо, ылдамдык эң чоң болоору (косинус=1) жана тескерисинче, жылышуу эң чоң болгондо (синус = 1), ылдамдык нөлгө барабар болоору (косинус = 0) көрүнүп турат. Тактап айтканда, чекит тең салмактуулук абалынан өтүп баратканда, ылдамдык эң чоң, эң четки кыйшаюусуна жеткенде нөлгө барабар ылдамдыкка ээ болот экен. (9.8) формуласын

$$\vartheta = \vartheta_0 \sin\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (9.9)$$

түрүндө жазып алсак болот. Мындан ылдамдык ϑ жылышуу x тен фазасы боюнча $\pi/2$ ге, б.а., чейрек мезгилге озуп тураары көрүнүп турат.

Эгерде (9.8) туюнтмасын убакыт боюнча дифференциалдасак, анда ылдамдануунун өзгөрүш законун алабыз:

$$a = \frac{d\vartheta}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -a_0 \sin(\omega t + \varphi), \quad (9.10)$$

мында $a_0 = A\omega^2 = \vartheta_0\omega$ – ылдамдануунун амплитудасы.

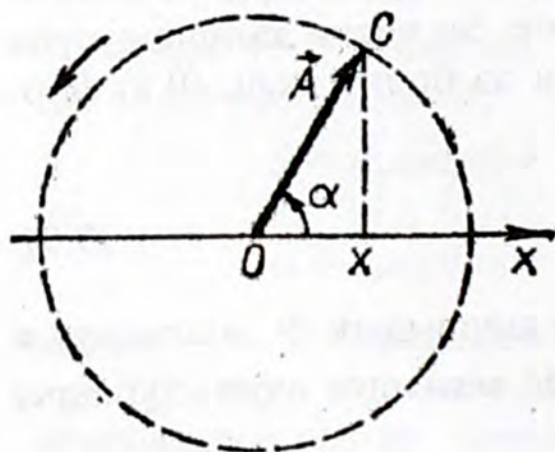
(9.10) формуласын жана (9.7) туюнтмасын салыштырып, ылдамдануу жана жылышуу бир эле мезгилде нөлгө барабар жана эң чоң мааниге ээ болоорун көрөбүз.

(9.10) ду $a = A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi + \pi)$ түрүндө жазып алсак болот. Бул формуланы (9.7) менен салыштырсак ылдамдануу жылышудан фазасы боюнча π ге же $1/2$ мезгилге озуп тураары көрүнүп турат. Бул учурда кыскача ылдамдануу жана жылышуу карама-каршы фаза боюнча өзгөрөт деп айтышат. Бул болсо бул чоңдуктардын бирөө эң чоң мааниге ээ болгон моментте (амплитуданын оң маанисинде), экинчиси эң кичине мааниге ээ болот (амплитуданын терс маанисинде) дегенди билгизет. $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ болгондуктан, (9.10) ду

$$a = -\omega^2 x \quad (9.11)$$

деп жазып алсак болот. Демек, гармоникалык термелүүдө ылдамдануу жылышууга пропорционалдуу болуп, бир эле чекитке – ортоңку абалдын чекитине багытталат экен.

1.4. Гармоникалык термелүүнүн радиус-вектордун айланышы менен байланышы



9.3-сүрөт

\overrightarrow{OC} радиус-вектору O борборунун айланасында ω бурчтук ылдамдыгы менен айлансын дейли (9.3-сүр.). O борбору аркылуу x огун жүргүзүп, ушул октогу \overrightarrow{OC} векторунун проекциясын карайбыз. Ал төмөндөгүгө барабар:

$$x = |\overrightarrow{OC}| \cos \alpha, \quad (9.12)$$

мында α бурчу үзгүлтүксүз өзгөрүп турат:

$$\alpha = \varphi + \omega t,$$

φ – убакыттын $t = 0$ моментиндеги \vec{OC} вектору менен x огунун ортосундагы бурч. Эгерде \vec{OC} векторунун модулу A аркылуу белгилесек, анда (9.12)

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

түрүндө жазылат.

Алынган туюнтма гармоникалык термелүүнү айланган вектордун проекциясы катарында караса болоорун көрсөтүп турат. Бул учурда термелүүнүн циклдик жыштыгы вектордун айлануусунун бурчтук ылдамдыгына, термелүү амплитудасы вектордун модулуна барабар болот.

\vec{OC} векторунун бир айлануусуна бир термелүү тиешелүү болот. Айлануунун бурчтук ылдамдыгын бир секунда ичиндеги айлануу саны n аркылуу

$$\omega = 2\pi n,$$

түрүндө туюнтууга мүмкүн болгондуктан, циклдик жыштыкты бир секундадагы термелүү саны ν аркылуу

$$\omega = 2\pi \nu$$

түрүндө туюнтсак болот.

1.5. Термелүүлөрдү кошуу

Бир эле чекит бир эле убакытта эки же андан көп кыймылга катышышы мүмкүн. Биз чекиттин эки термелүүсүн кошуунун эки учурун карайбыз: а) качан эки термелүү бир түз сызык жана б) качан алар өз ара перпендикулярдуу багыттар боюнча болгон кездеги жыйынтыктоочу термелүүнү карайбыз.

Бир багыттагы эки термелүүнү кошуу. Вектордук диаграмма. Бир жыштыктагы эки термелүүнү кошууну карайбыз. Жалпы учурда кошулуучу термелүүлөр ар башка амплитудаларга A_1 жана A_2 , ар башка баштапкы фазаларга φ_1 жана φ_2 ге ээ болушу мүмкүн:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1), \quad (9.13)$$

$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

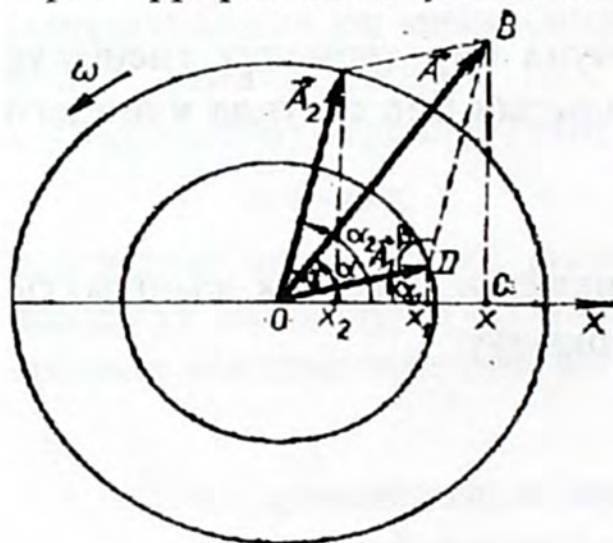
Бир убакытта эки термелүүгө катышкан чекиттин жалпы жылышуусу x , x_1 жана x_2 жылышууларынын алгебралык суммасына барабар

$$x = x_1 + x_2 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (9.14)$$

Тригонометриялык өзгөртүп түзүүлөрдүн формулаларын колдонуп (9.14) туюнтмасын

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

түрүнө келтирсек болот. Мында A жана φ – жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасы жана баштапкы фазасы.



9.4-сүрөт

Эми (9.13) термелүүлөрүн геометриялык ыкма менен кошобуз. Ал үчүн x_1 жана x_2 термелүүлөрүн ω бурчтук ылдамдыктары менен айланган \vec{A}_1 жана \vec{A}_2 векторлорунун проекциялары катары карайбыз. Айланган \vec{A}_1 жана \vec{A}_2 векторлорунун ортосундагы бурч γ нын өзгөрбөсүн жана анын чоңдугу $\gamma = \alpha_2 - \alpha_1 = \omega t + \varphi_2 -$

$(\omega t + \varphi_1) = \varphi_2 - \varphi_1$, баштапкы фазалардын айырмасына барабар экендигин эске алабыз. γ – бурчу турактуу болгондуктан, \vec{A}_1 жана \vec{A}_2 векторлорунун абалын убакыттын кандайдыр бир t моментинде кароо жетиштүү болот (9.4-сүр.).

x огундагы \vec{A}_1 жана \vec{A}_2 векторлорунун проекциялары төмөндөгүчө жазылат:

$$x_1 = A_1 \cos \alpha_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$x_2 = A_2 \cos \alpha_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2).$$

Бирок \vec{A}_1 жана \vec{A}_2 векторлорунун кандайдыр бир октогу проекцияларынын суммасы, алардын геометриялык суммасы болгон \vec{A} векторунун ошол эле октогу проекциясына барабар. Демек, жыйынтыктоочу термелүү ω бурчтук ылдамдануусу менен айланган $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ векторунун проекциясы катарында каралат

$$x = A \cos \alpha$$

жана

$$\alpha = \omega t + \varphi$$

болгондуктан,

$$x = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (9.15)$$

мында φ – \vec{A} векторунун убакыттын $t = 0$ моментиндеги абалын аныктоочу бурч, $t = 0$ моментинде $\alpha_1 = \varphi_1$, $\alpha_2 = \varphi_2$, $\alpha = \varphi$.

9.4-сүрөтүнөн

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{BC}{OC} = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (9.16)$$

жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасы \vec{A} векторунун модулу сыяктуу эле OBD үч бурчтугунан табылат (9.4-сүр.).

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \beta.$$

Бирок $\beta = 180^\circ - \gamma = 180^\circ - (\alpha_2 - \alpha_1)$. Ошондуктан

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (9.17)$$

Ошентип, бирдей жыштыктагы бир түз сызык боюнча термелишкен эки гармоникалык термелүүнү кошкондо ошол эле жыштыктагы, ошол эле түз сызык боюнча кыймылдаган гармоникалык термелүү (9.15) алынат. Жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасы A жана баштапкы фазасы φ кошулуучу термелүүлөрдүн амплитудалары жана баштапкы фазалары аркылуу (9.16) жана (9.17) формулалары боюнча аныкталат.

Жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасы A убакыт боюнча өзгөрбөйт, бирок кошулуучу термелүүлөрдүн баштапкы

фазаларынын айырмасынан $\varphi_2 - \varphi_1$ ден көз каранды болот – $1 \leq \cos\varphi \leq 1$ болгондуктан, $|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$.

Эми ар кандай ω_1 жана ω_2 жыштыктарына ээ эки термелүүнү кошууну карайбыз. Бул учурда вектордук диаграммадагы \vec{A}_1 жана \vec{A}_2 векторлору ар башка бурчтук ылдамдыктары менен айланышат, натыйжада γ бурчу убакыттын өтүшү менен дайыма өзгөрүп турат (9.4-сүр.). Демек, $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$ векторунун модулу жана ω бурчтук ылдамдыгы да дайыма өзгөрүп турат. Ошентип жыйынтыктоочу кыймыл гармоникалык термелүүнү бербейт.

Өз ара перпендикулярдуу эки термелүүнү кошуу. Алгач материалдык чекит бир убакытта өз ара перпендикулярдуу, бирдей циклдик жыштыкка ээ эки термелүүгө катышкан учурду карайбыз.

Биринчи термелүү x огун, экинчиси y окторун бойлото болсун дейли:

$$\begin{aligned} x &= A \cos(\omega t + \varphi_1), \\ y &= B \cos(\omega t + \varphi_2). \end{aligned} \quad (9.18)$$

Чекиттин жыйынтыктоочу кыймыл изинин теңдемесин аныктайбыз. Ал үчүн (9.18) ден убакытты чыгарып салуу керек. (9.18) ди төмөндөгүчө жазып алабыз:

$$\frac{x}{A} = \cos\omega t \cos\varphi_1 - \sin\omega t \sin\varphi_1, \quad (9.19)$$

$$\frac{y}{B} = \cos\omega t \cos\varphi_2 - \sin\omega t \sin\varphi_2 \quad (9.20)$$

(9.19) ду $\cos\varphi_2$ ге, (9.20) ны $\cos\varphi_1$ ге көбөйтүп, биринчи барабардыктан экинчисин алабыз:

$$\frac{x}{A} = \cos\varphi_2 - \frac{y}{B} \cos\varphi_1 = \sin\omega t \sin(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Андан соң (9.19) ду $\sin\varphi_2$ ге, (9.20) ны $\sin\varphi_1$ ге көбөйтүп, дагы эле биринчи барабардыктан экинчисин алсак:

$$\frac{x}{A} = \sin \varphi_2 - \frac{y}{B} \sin \varphi_1 = \cos \omega t \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Акыркы эки барабардыкты квадратка көтөрүп жана кошуп, издин теңдемесин алабыз:

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} - 2 \frac{xy}{AB} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (9.21)$$

Бул болсо эллипстин теңдемеси. Ошентип чекит бирдей циклдик жыштыкка ω га ээ эки перпендикулярдуу термелүү кыймылына катышканда, жалпы учурда, чекиттин эллипс боюнча кыймылы алынат. Бул эллипстин x, y огун салыштырмалуу жайланышы түзүүчү термелүүлөрдүн фазаларынын айырмасынан көз каранды болот.

Эми ар кандай жыштыктагы өз ара перпендикулярдуу термелүүлөрдү кошууга кыскача токтолобуз. Бул учурда чекиттин изи термелүүлөрдүн мезгилдеринин катнаштарына жараша **Лиссажунун фигуралары** деп аталган татаал формага ээ болот.

Текшерүү суроолору

1. Кандай кыймыл термелүүчү деп аталат? Кандай термелүү гармоникалык жана гармоникалык эмес деп аталышат?
2. Гармоникалык термелүүнү мүнөздөөчү физикалык чоңдуктарды атагыла. Термелүүнүн фазасы деген эмне жана ал эмнени аныктайт? Баштапкы фаза эмнени аныктайт? Термелүүнүн жыштыгы ν жана циклдик жыштык ω деген эмне? ν жана ω чоңдуктары бири бири менен кандайча байланышат?
3. Кыймылы

$$x = 0,6 \cos\left(\frac{2\pi}{12}t + \frac{\pi}{3}\right),$$

теңдемеси менен жазылган термелүүнүн амплитудасы, мезгили жана баштапкы фазасы эмнеге барабар?

4. Кандай термелүүлөр түз сызыктуу жана ийри сызыктуу деп аталат? Кандай термелүү толгонуучу деп аталат?

5. Гармоникалык термелүү

$$x = 8 \cos\left(\frac{2\pi}{0,2}t + \frac{\pi}{6}\right)$$

законуна баш ийсе, материалдык чекиттин ылдамдыгынын жана ылдамдануусунун амплитудасы кандай болот?

6. Эки термелүү берилген:

$$x = 3 \cos\left(\frac{2\pi}{0,1}t + \frac{\pi}{3}\right),$$

$$x = 5 \cos\left(\frac{2\pi}{0,1}t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Бул термелүүлөр эмнелери менен айырмаланышат? Алардын ортосундагы фазаларынын айырмалары эмнеге барабар? Фазалардын айырмасы баштапкы фазалардын айырмасына барабар болушабы? Бул эки термелүүнү кошсок, жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасы эмнеге барабар болот?

7. Гармоникалык термелүү менен радиус-вектордун айлануу кыймылынын байланышы кандай болот? Термелүүлөрдү кошууда бул байланыш кандайча колдонулат?

8. Бир түз сызык боюнча бирдей жыштыкка ээ болуу менен кыймылдаган эки термелүүнү кошкондогу жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасынын жалпы туюнтмасын жазгыла. Кайсы учурда жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасы кошулуучу термелүүлөрдүн амплитудаларынын суммасына жана алардын айырмасынын модулуна барабар?

9. Эгерде чекит бир убакытта бирдей жыштыктагы эки гармоникалык термелүүгө катышса, анын кыймылы кандай изге ээ болот?

10. Лиссажунун фигурасы деп эмнени айтабыз?

§ 2. Гармоникалык термелүүлөрдүн динамикасы

2.1. Гармоникалык термелүү кыймылында чекитке аракет эткен күчтөр

Гармоникалык термелүүдө кыймылдаган чекитке аракет этүүчү күчтөрдү талдоону түз сызыктуу термелүүнүн мисалында жүргүзөбүз. Түз сызыктуу гармоникалык термелүүдө нерсенин ылдамдануусу (9.11) боюнча

$$a = -\omega^2 x$$

законуна ылайык өзгөрөт. Ылдамданууну билип алып Ньютондун экинчи закону боюнча күчтү тапсак болот.

$$F = ma = -m\omega^2 x = -kx, \quad (9.22)$$

мында

$$k = m\omega^2. \quad (9.23)$$

Демек, түз сызыктуу гармоникалык термелүүдө нерсеге (материалдык чекитке) x жылышына пропорционалдуу жана ылдамдануу сыяктуу эле жылышууга каршы багытталган (тең салмактуулук абалын көздөй) күч аракет этет. Бул күч **кайтартуучу күч**, k кайтартуучу күчтүн коэффициентин деп аталат. Эгерде кайтартуучу күчтүн коэффициенти белгилүү болсо, (9.23) тү пайдаланып, түз сызыктуу термелүүнүн циклдик жыштыгын жана мезгилин тапсак болот.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (9.24)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (9.25)$$

Мындан күч менен жылышуунун ортосундагы сызыктуу көз карандылык өзгөрмөйүнчө, гармоникалык термелүүнүн мезгили амплитудадан көз каранды болбоорун белгилеп коюу чоң мааниге ээ.

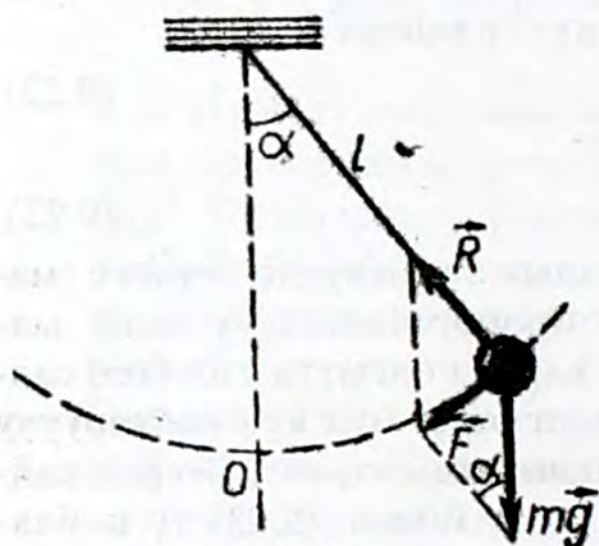
Табиятта $F = -kx$ закону боюнча өзгөрүүчү күчтөргө мисал кылып катуу нерселердин кичинекей кысылуусунда жана чоюлуусунда пайда болгон серпилгичтик күчтөрүн келтирсек болот.

Бирок бул законго серпилгичтик күчтөрүнөн башка күчтөр да баш ийишет.

Серпилгичтүү күчтөргө кирбей туруп, бирок $F = -kx$ законуна баш ийген күчтөр **квазисерпилгичтүү** (серпилгичтүү сыяктуу) деп аталышат, ал эми k болсо квазисерпилгичтүү күчтүн коэффициенти деп аталат.

Ошентип материалдык чекиттин термелүүсү серпилгичтик жана квазисерпилгичтик күчтөрдүн аракети астында болот экен.

2.2. Математикалык жана физикалык маятниктер



9.5-сүрөт

Бул маятниктер квазисерпилгичтүү күчтөрдүн аракети астында термелишет жана практикалык чоң мааниге ээ болушат, ошондуктан аларды өз-өзүнчө карайбыз.

Математикалык маятник. Чоюлбаган, салмаксыз жипке асылган материалдык чекиттен турган системаны математикалык маятник деп атайбыз (9.5-сүр.).

Тең салмактуулук абалынан четтетилген материалдык чекит

радиусу ℓ ге барабар айлананын жаасы боюнча термелет. Тең салмактуулук абалынан баштап эсептелген S жаалык координатасы чекиттин издеги абалын аныктайт. Ийри сызыктуу из боюнча кыймылдаган чекиттин кыймыл закону чекитке аракет эткен күчтөрдүн тангенциалдык түзүүчүлөрү менен гана аныкталаары бизге белгилүү. Математикалык маятникте чекитке оордук күчү $m\vec{g}$ жана жиптин реакция күчү \vec{R} аракет этет.

\vec{R} изге перпендикулярдуу, ошондуктан күчтүн тангенциалдык түзүүчүсү F , оордук күчү mg дан жана маятниктин тең салмактуу абалынан четтөө бурчу α дан көз каранды болот:

$$F = -mgsin\alpha.$$

α ны радиан менен туюнтсак,

$$\alpha = \frac{s}{\ell}.$$

Ошондуктан

$$F = -mg \sin \frac{s}{\ell}.$$

Терс белги менен \vec{F} күчү жылышууга карама каршы багытталарын көргөзөт. Ошентип жалпы учурда чекитти тең салмактуулук абалына кайтаруучу күч F , s четтөөсүнө эмес,

$\sin \frac{s}{\ell}$ чоңдугуна пропорционалдуу. Ошондуктан жалпы учурда маятниктин термелүүсү гармоникалык эмес экен. Бирок четтөө бурчунун кичине маанилеринде ($\alpha < 5^\circ$) жетишээрлик жакындатуу менен

$$F = -\frac{mg}{\ell} s = -ks$$

деп жазсак болот, мында

$$k = \frac{mg}{\ell}.$$

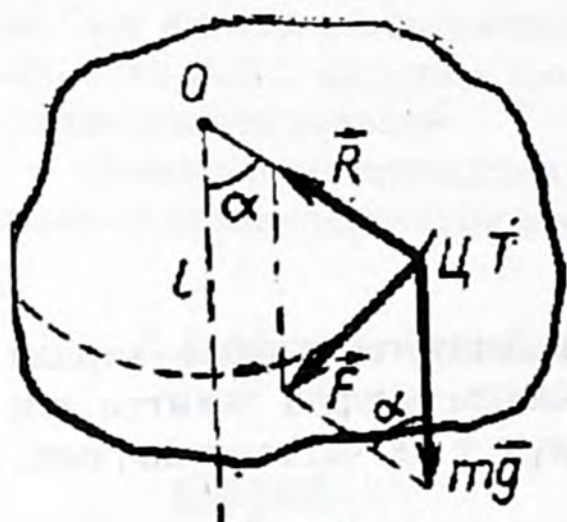
Ошентип, маятниктин четтөө бурчунун кичине маанилеринде тангенциалдык күч s четтөөсүнө пропорционалдуу жана четтөөнүн багытына карама каршы багытталат. Демек, бул күч квазисерпилгичтүү, ал эми маятниктин термелүүсү гармоникалык болот. Термелүүнүн мезгили

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad (9.26)$$

формуласы менен аныкталат. Квазисерпилгичтүү күч массага пропорционалдуу болгондуктан, мезгил математикалык маятниктин массасынан көз каранды болбойт.

Турмушта математикалык маятник чоң серпилгичтүүлүккө ээ узун ичке жипке асылган металл шарик түрүндө даярдалат. Термелүүнүн мезгилин өлчөө менен, (9.26) формуласын колдо-

нуп Жер бетинин каралган ордундагы эркин түшүүнүн ылдамдануусун аныктасак болот.



9.6-сүрөт

Физикалык маятник. Физикалык маятник деп оордук борбору аркылуу өткөн кыймылсыз айлануу огуна ээ катуу нерсени айтабыз. Тең салмактуу абалынан чыгарылган нерсе огунын жанында термелет. Бул термелүү гармоникалык болоорун карайбыз. Ал үчүн кайтаруучу моменттин туюнтмасын табабыз. Нерсе каалагандай α бурчуна четтегенде, (9.6-сүр) кайтаруучу момент төмөнкүгө барабар болот.

$$M = F l = -mg l \sin \alpha \quad (9.27)$$

Терс белги M моментинин багыты четтөөнүн багытына карама-каршы экендигин көргөзөт, l – илинүү чекити O дон массалардын борборуна чейинки аралык.

(9.27) ден кайтаруучу момент жалпы учурда (каалагандай α да) четтөө бурчу α га пропорционалдуу эмес экендиги көрүнүп турат. Ошондуктан жалпы учурда физикалык маятниктин термелиши гармоникалык болбойт. Бирок, кичине бурчтарда $\alpha < 5^\circ$ жетишээрлик жакындатуу менен

$$M = -mg l \sin \alpha = -D\alpha; D = mg l,$$

деп жазсак болот. Бул учурда кайтаруучу момент M α га пропорционалдуу жана физикалык маятник гармоникалуу термелет, анын мезгили төмөндөгүчө аныкталат:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}, \quad (9.28)$$

мында I – нерсенин айлануу огуна салыштырмалуу инерция momenti.

(9.28) формуласы техникада нерсенин инерция моментин берилген октун жанындагы термелүү мезгилин өлчөө тажрыйбасы боюнча аныктоодо колдонулат. Эгерде (9.28) формуласынан

$$\frac{I}{m\ell} = \ell^*$$

белгилөөсүн киргизсек, формасы боюнча математикалык маятниктин термелүү мезгилинин туюнтмасына окшош туюнтманы алабыз

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell^*}{g}} \quad (9.29)$$

ℓ^* чоңдугу физикалык маятниктин келтирилген узундугу деп аталат.

2.3. Термелген системалардын энергиясы

Математикалык жана физикалык маятниктер, пружинага илинген жүк ж.б.у.с. эң жөнөкөй механикалык системаларга мисал болушат. Буларды турактуу тең салмактуулук абалынан четтетип, андан соң өз алдынча койсок, анда алар термелип турушат. Мындай түрдөгү системалар **термелүүчү системалар**, ал эми алардын термелүүлөрү өздүк термелүүлөр деп аталат.

Эгерде сүрүлүү күчтөрү жок болсо, өздүк термелүүлөрдү эркин деп аташат. Жогоруда ар кандай термелүүчү системаларды кароодо сүрүлүүнү эске алган жокпуз, ошондуктан биз тапкан жыштыктар эркин термелүүлөргө тиешелүү болушат.

Абалы бир эле координата менен мүнөздөлгөн термелүүчү система бир эркин даража санына ээ система деп аталат. Жогоруда биз караган системалар ушул типке тиешелүү. Эки, үч (андан көп) эркин даража санына ээ термелүүчү системалар да кезигет.

Термелүүчү системанын энергиясы. Бул энергия системанын кыймылдаган массага ээ элементинин кинетикалык энергиясынан жана терс белгиси менен алынган квазисерпилгичтүү күчтүн жумушуна барабар системанын потенциалдык энергиясынан турат.

Эгерде термелүү $x = A\sin(\omega t + \varphi)$ формуласы менен жазылса, системанын кинетикалык энергиясы төмөндөгүгө барабар:

$$E_k = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi). \quad (9.30)$$

Ал эми потенциалдык энергия

$$E_n = - \int_0^x (-kx) dx = \frac{kx^2}{2} = \frac{1}{2} k A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$$

же $k = m\omega^2$ экендигин эске алсак,

$$E_n = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi). \quad (9.31)$$

$$E = E_k + E_n = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \quad (9.31')$$

жана ал системанын абалынан көз каранды эмес. Кинетикалык жана потенциалдык энергиялар убакыт боюнча өзгөрүп турушат. Кинетикалык энергия эң чоң мааниге ээ болгондо, потенциалдык энергия нөлгө барабар болот жана тескерисинче. Мунун физикалык мааниси төмөндөгүчө. Система тең салмактуулук абалынан өтүп баратканда эң чоң ылдамдыкка ээ болуп, ушундан улам кинетикалык энергия да эң чоң болот. Андан аркы кыймылда квазисерпилгичтүү күчтөр терс жумуш аткаргандыктан, кинетикалык энергия азая баштап, потенциалдык энергия чоңоет. Системанын эң чоң четтөө моментинде кинетикалык энергия нөлгө айланып, потенциалдык энергия эң чоң мааниге ээ болот. Термелүү процессиндеги кинетикалык энергиянын потенциалдык энергияга жана тескерисинче өтүүлөрү үзгүлтүксүз кайталанып турат. Бул термелүүчү системаларды айырмалоочу өзгөчөлүктөрдүн негизи болуп эсептелет.

2.4. Системанын өздүк термелүүлөрү

Гармоникалык термелүүлөрдүн динамикасын үйрөнүүдө биз системанын кыймылынын берилген закону $x = A \sin(\omega t + \varphi)$ боюнча, ага аракет эткен күчтү тапканбыз

$$F = -m\omega^2 x = -kx.$$

Эми тескерисинче, берилген күч боюнча кыймылдын законун табабыз. Ал үчүн кыймыл теңдемесин түзүп, анын чыгарылышын издейбиз.

Эркин термелүү. Бул учурда массасы m ге барабар системанын элементине $F = -kx$ квазисерпилгичтүү күчү гана аракет этет. Ньютондун экинчи законуна ылайык кыймылдын теңдемеси (x огу боюнча) төмөндөгүдөй түргө ээ болот:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + kx = 0 \quad (9.32)$$

Барабардыктын эки жагын тең m ге бөлүп,

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \quad (9.33)$$

белгилөөсүн киргизип, экинчи тартиптеги бир тектүү дифференциалдык теңдеме түрүндөгү кыймыл теңдемесин алабыз

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \quad (9.34)$$

мында ω турактуу коэффициенти термелүүчү системанын өлчөмөлөрүнөн көз каранды болбойт.

Математикалык талдоо курсунан (9.34) теңдемесинин чыгарылышы

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (9.35)$$

t нын функциясы болоору белгилүү. Мында A жана φ_0 – эркин алынган эки турактуу, аларды аныктоо үчүн баштапкы шартты билүү керек (убакыттын $t = 0$ моментиндеги жылышуу x_0 жана ылдамдык \dot{x}_0 ду). Бул болсо эгерде системанын массасы m ге барабар кыймылдаган элементине серпилгич же квазисерпилгич күч $F = -kx$ эле аракет этсе, анда ал жыштыгы

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{жана} \quad T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{системанын өлчөмөлөрү}$$

(m жана k) менен аныкталган амплитудасы A турактуу гармоникалык термелүүгө ээ болот дегенди билгизет.

Өчүүчү термелүү. Эми системага квазисерпилгич күчтөн башка сүрүлүү күчү аракет этсин дейли. Турмушта маанилүү

орун ээлөөчү бир жеке учурга токтололу. Сүрүлүү күчү кыймылдын ылдамдыгына пропорционалдуу болсун дейли.

$$F_{\text{сүр}} = -r \dot{\vartheta} . \quad (9.36)$$

Терс белги сүрүлүү күчү ылдамдыктын багытына карама-каршы багытталгандыгын билгизет.

Мындай күчтөр нерселер илээшкек чөйрөдө кичине ылдамдык менен кыймылдаганда пайда болоору белгилүү. Бул учурда кыймылдын теңдемеси төмөнкүдөй түргө ээ болот:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -r \dot{\vartheta} - kx .$$

Бардык мүчөлөрүн барабардыктын сол жагына чыгарып, $\dot{\vartheta} = \frac{dx}{dt}$ экендигин эске тутуп,

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + r \frac{dx}{dt} + kx = 0$$

теңдемесин алабыз. Бул теңдеменин бардык мүчөлөрүн m ге бөлүп,

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2, \quad \frac{r}{m} = 2\delta , \quad (9.37)$$

белгилөөлөрүн киргизип, кыймылдын теңдемесин төмөнкүчө жазабыз:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 . \quad (9.38)$$

Бул системанын өлчөмөлөрүнөн жана сүрүлүү коэффициентин r ден көз каранды болуу менен, турактуу коэффициенттерди курамына камтыган экинчи тартиптеги бир тектүү дифференциалдык теңдеме. (9.38) теңдемеси (9.34) теңдемесинен $2\delta \frac{dx}{dt}$

мүчөсү менен айырмаланат. Эгер $\delta = 0$ десек, (9.38) (9.34) кө өтүп кетет.

(9.38) теңдемесин (9.34) түрүндөгү гармоникалык термелүүнүн теңдемесине келтирсек болот. $x=ze^{\delta t}$ ордуна коюуну колдонсок

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + (\omega_0^2 - \delta^2)z = 0 \quad (9.39)$$

болот, же

$$(\omega_0^2 - \delta^2) = \omega^2 \quad (9.40)$$

деп белгилеп алсак, (9.39) теңдемеси

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega^2 z = 0 \quad (9.41)$$

түрүнө ээ болот.

(9.41) теңдемесинде $\omega^2 > 0$ же $\delta^2 < \omega_0^2$, антпесе термелүү болбойт (ω мнимый). (9.41) теңдемесинин чыгарылышы төмөнкүгө барабар:

$$z = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$$

мында A_0 жана φ_0 –интегралдоонун турактуулары.

x өзгөрмөлүүсүнө өтсөк:

$$x = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (9.42)$$

Бул (9.41) теңдемесинин чыгарылышы.

(9.42) катнашынан квазисерпилгич күч $F = -kx$ жана сүрүлүү күчү $F_{\text{сүр}} = -r \dot{x}$ бирге аракет эткенде, система амплитудасы убакыттын өтүшү менен

$$A = A_0 e^{-\delta t} \quad (9.43)$$

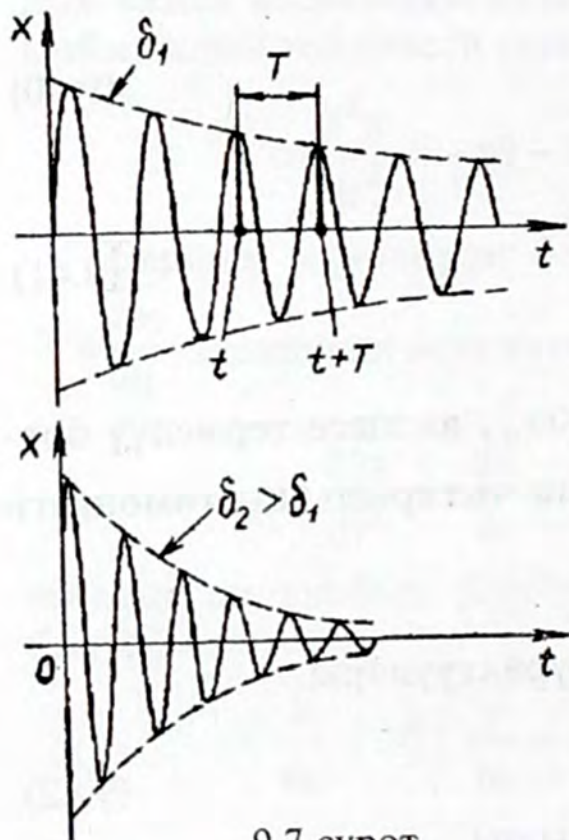
экспоненциалдык законуна ылайык азайган термелүү кыймылына ээ болоору көрүнүп турат. Демек, системада өчүүчү термелүү пайда болот.

Жыштык. Өчүүчү термелүүнүн жыштыгы системанын өлчөмөлөрүнөн (m, k) гана эмес, илээшкектүү сүрүлүү күчүн мүнөздөөчү r коэффициентинен да көз каранды (9.40 ты кара).

$\omega < \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ болоору өзүнөн - өзү түшүнүктүү, себеби өчүүчү термелүү жыштыгы каршылык жок кездеги термелүүнүн жыш-

тыгынан (эркин термелүүнүн жыштыгынан) кичине болушу керек. Өчүүчү термелүүнүн мезгили T эркин термелүүнүн мезгилинен чоң болот.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} > T_0.$$



9.7-сүрөт

Эгерде δ кичине болсо, $T \approx T_0$. $\delta^2 \rightarrow \omega_0^2$ болгондо, жыштык нөлгө чейин кичирейип, мезгил чексизге чейин өсөт. $\delta^2 > \omega_0^2$ болгондо, жыштык мнимый болуп калат. Физикалык тил менен айтканда бул учурда термелүү пайда болбойт дегенди билгизет. Тең салмактуулук абалынан чыгарылган система акырындык менен (мезгилсиз) баштапкы абалына кайтат.

Өчүү коэффициентин. 9.7-сүрөтүндө x тин δ нын эки маанисиндеги өзгөрүшүнүн графиги көргөзүлгөн. Келтирилген сүрөттөн δ термелүүнүн өчүш тездигин мүнөздөөрү көрүнүп турат.

Ошондуктан δ **өчүү коэффициентин** деп аталат. Бул чоңдуктун маанисин ачып көргөзөбүз.

Убакыт боюнча бир секундага барабар интервал менен бөлүнгөн эки амплитуданын катышын алабыз:

$$\frac{A_t}{A_{t+1}} = \frac{A_0 e^{-\delta t}}{A_0 e^{-\delta(t+1)}} = e^{\delta}$$

логарифмаласак:

$$\ln \frac{A_t}{A_{t+1}} = \delta \quad (9.44)$$

$$\text{Берилген система үчүн } \delta = \frac{2}{2m} = \text{const болгондуктан, (9.44)}$$

төн 1 с интервалы менен бөлүнгөн эки амплитуданын катышы дайыма бирдей мааниге ээ болоору көрүнүп турат.

Өчүүнүн логарифмалык декременти. Көпчүлүк учурда өчүүнүн тездиги термелүү мезгилине барабар убакыт аралыгы менен бөлүнгөн удаалаш эки амплитуданын катышынын натуралдык логарифмасына барабар чоңдук өчүүнүн логарифмалык декременти аркылуу мүнөздөлөт. Өчүүнүн логарифмалык декрементин θ менен белгилеп, төмөндөгүнү алабыз.

$$\theta = \ln \frac{A_t}{A_{t+T}} = \delta T \quad (9.45)$$

Ошентип, өчүүнүн логарифмалык декременти өчүү коэффициентинен T эсе чоң экен. δ жана T турактуу болгондуктан, θ да турактуу болот. Бул болсо, убакыт боюнча бири-биринен бир мезгилге, T га барабар убакыт менен ажыратылган эки амплитуданын катышы турактуу болуп, убакыттын моменти t ны тандаодон көз каранды болбой тургандыгын билгизет. Убакыттын моментин, термелүүнүн башталышында, качан амплитудалар чоң кезинде же термелүүнүн акырында, качан амплитудалар кичине кезинде, тандап алуудан A_t жана A_{t+T} нын катыштары өзгөрүүсүз калат. Амплитудалардын өзгөрүүсүнүн мындай өзгөчөлүгү каралган күчтүн мүнөзү менен ($F_{\text{сүр}} = -r \vartheta$) шартталат.

Термелүүчү системанын доброттуулугу. Термелүүчү система энергетикалык түрдө доброттуулук менен мүнөздөлөт. Доброттуулук деп 2π ге чоңойтулган системанын толук энергиясы E нин бир мезгил ичинде чачыраган энергияга W га болгон катышын түшүнүшөт.

$$Q = 2\pi \frac{E}{W}, \quad (9.46)$$

мындан энергия канчалык аз чачыраса, системанын доброттуулугу ошончолук чоң болоору көрүнүп турат. Ойдогудай учурда (энергия жоготулбаса) системанын доброттуулугу чексиз чоң болот.

2.5. Аргасыз термелүү

Аргасыз термелүү деп **аргасыздоочу** деп аталган мезгилдүү өзгөрүүчү тышкы күчтөрдүн аракетинин натыйжасында термелүү системасында пайда болгон термелүүнү айтабыз.

Синус закону боюнча өзгөргөн күчтүн аракети астында пайда болгон аргасыз термелүүнү карайлы:

$$F_{\text{арг}} = F_0 \sin \omega_1 t \quad (9.47)$$

Мында F_0 -аргасыздоочу күчтүн амплитудасы, ω_1 -ушул күчтүн термелишинин циклдик жыштыгы.

Система k , ω , r (илээшкектүү түрдөгү сүрүлүү) параметрлери менен мүнөздөлсүн. Системага кайтаруучу күч $F = -kx$, сүрүлүү күчү $F_{\text{сүр}} = -r \dot{x}$ жана аргасыздоочу күч $F_{\text{арг}} = F_0 \sin \omega_1 t$ аракет этишет. Кыймылдын теңдемеси төмөнкүчө жазылат:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \dot{x} + F_0 \sin \omega_1 t. \quad (9.48)$$

Бул теңдеменин бардык мүчөлөрүн m ге бөлүп, адаттагыдай белгилөөлөрдү $\left(\frac{k}{m} = \omega_0^2, \frac{r}{m} = 2\delta, \frac{F_0}{m} = f_0 \right)$ киргизип, турактуу коэффициенттүү, экинчи тартиптеги, бир тектүү эмес дифференциалдык теңдемени алабыз:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \sin \omega_1 t \quad (9.49)$$

Мындай теңдеменин жалпы чыгарылышы $x(t)$ оң жагы жок (9.49) теңдемесинин чыгарылышы $x_1(t)$ менен бир тектүү эмес, (9.49) теңдемесинин жекече чыгарылышынын $x_2(t)$ нын суммасына барабар:

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (9.50)$$

Оң жагы жок теңдеменин жалпы чыгарылышын биз мурун алганбыз (9.42 туюнтмасын кара). Ал системанын өздүк өчүүчү термелүүсүн мүнөздөйт. Убакыттын жетишээрлик чоң аралыгында өздүк термелүү өчүп, (9.50) де экинчи кошулуучу эле калат.

Ошентип $x = x_2(t)$ функциясы (9.50) дин жекече чыгарылышы болуп системанын аргасыз термелүүсүн мүнөздөйт. Аны

$$x_2(t) = A \sin(\omega_1 t + \varphi) \quad (9.51)$$

түрүндө издейбиз, мында A жана φ – азырынча белгисиз чоңдуктар. x_2 ден убакыт боюнча биринчи жана экинчи туундуну алып, алардын маанисин (9.49) дифференциалдык теңдемесине койсок:

$$\begin{aligned} & \left[(\omega_0^2 - \omega_1^2) A \cos \varphi - 2\delta\omega_1 A \sin \varphi - f_0 \right] \sin \omega_1 t + \\ & + \left[2\delta\omega_1 A \cos \varphi + (\omega_0^2 - \omega_1^2) A \sin \varphi \right] \cos \omega_1 t = 0 \end{aligned}$$

болот. Бул барабардык каалагандай t үчүн аткарылышы керек. Бул болсо синус менен косинустардын алдындагы коэффициенттер нөлгө барабар болгондо гана мүмкүн болот.

$$\begin{aligned} (\omega_0^2 - \omega_1^2) A \cos \varphi - 2\delta\omega_1 A \sin \varphi - f_0 &= 0 \\ 2\delta\omega_1 A \cos \varphi + (\omega_0^2 - \omega_1^2) A \sin \varphi &= 0 \end{aligned} \quad (9.52)$$

экинчи теңдемеден:

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{2\delta\omega_1}{\omega_0^2 - \omega_1^2}. \quad (9.53)$$

$x_2(t)$ толук чыгарылыш болуш үчүн φ нин мааниси ушул катнашты канагаттандырышы керек. A белгисизин табуу үчүн (9.52) деги эки теңдемени тең квадратка көтөрүп кошобуз. Алынган барабардыкты A га салыштырмалуу чыгарып, төмөндөгүнү табабыз.

$$A = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega_1^2)^2 - 4\delta^2 \omega_1^2}}. \quad (9.54)$$

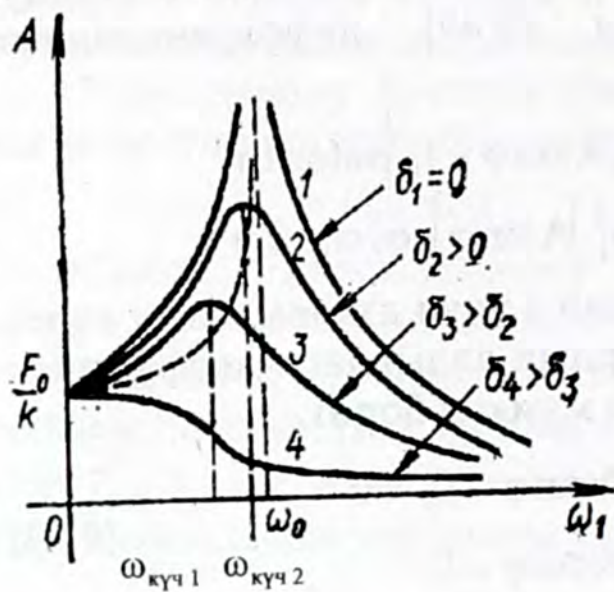
Демек системага $F = F_0 \sin \omega_1 t$ аргасыздоочу күчү аракет эткенде,

$$x = A \sin(\omega_1 t + \varphi) \quad (9.55)$$

аргасыз термелүүсү пайда болот.

Ошентип аргасыз термелүү амплитудасы A -га барабар, жыштыгы аргасыздоочу күчтүн жыштыгына барабар гармоникалык термелүү болот экен. Бирок x жылышуусу аргасыздоочу күчкө салыштырмалуу фазасы боюнча φ бурчуна жылышкан болот. Бул болсо аргасыздоочу күч эң чоң маанисине жеткен

моментте, жылышуу сөзсүз эле чоң болушу керек эместигин билгизет: ал мисалы нөлгө барабар болуп калышы мүмкүн (эгер $\varphi = \pi/2$ болсо).



9.8-сүрөт

Аргасыз термелүүнүн амплитудасы. Күчөнүү. (9.54) формуласынан амплитуда эркин термелүүлөрдүн жыштыгынын аргасыздоочу күчтүн жыштыгына (ω_1) болгон катышынан көз каранды болоору көрүнүп турат. Буга кошумча амплитуда F_0 дөн жана өчүү коэффициенти δ дан көз каранды болот. 9.8-сүрөтүндө δ нын ар кандай жана F_0 дун m дин бирдей маанилеринде амплитуда A нын ω_1 жыштыгынан болгон

көз карандылыгынын графиги көргөзүлгөн (күчөнүү ийри сызыктары).

$\omega_1 = 0$ болгондо, (күч турактуу) (9.54) туюнтмасы турактуу

жылышуу $A = \frac{F_0}{m\omega_0^2} = \frac{F_0}{k}$ берет (өздүк термелүү, негизинен,

өчкөн, туракташкан абалга тиешелүү экенин эске түйүп коюшубуз керек). $\omega_1 \rightarrow \infty$ болгондо, (9.54) кө ылайык амплитуда асимптотикалык түрдө нөлгө умтулат ($A \rightarrow 0$). ω_1 дин кандайдыр бир ортонку маанисинде (берилген δ үчүн) амплитуда максималдык мааниге ээ болот. **Аргасыздоочу күчтүн жыштыгынын белгилүү бир маанисинде аргасыз термелүүнүн амплитудасынын кескин өсүшү механикалык күчөнүү (резонанс) деп аталат.** Күчөнүү кубулушу байкалган кездеги аргасыздоочу күчтүн жыштыгы күчөнүү жыштыгы, ал эми эң чоң амплитуданын мааниси **күчөнүү амплитудасы** деп аталат. Күчөнүү жыштыгы $\omega_{күч}$ нү табабыз. Ал үчүн (9.54) формуласынын бөлүмүндөгү тамыр астындагы туюнтманын минимумун табуу керек. Бул туюнтманы ω_1 боюнча дифференциалдап жана аны нөлгө барабарлайбыз:

$$-4(\omega_0^2 - \omega_1^2) + 8\delta^2 = 0,$$

мындан

$$\omega_1 = \omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}. \quad (9.56)$$

Күчөнүү жыштыгынын маанисин (9.54) кө коюп, күчөнүүнүн амплитудасын табабыз:

$$A_{рез} = \frac{F_0}{2m\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}. \quad (9.57)$$

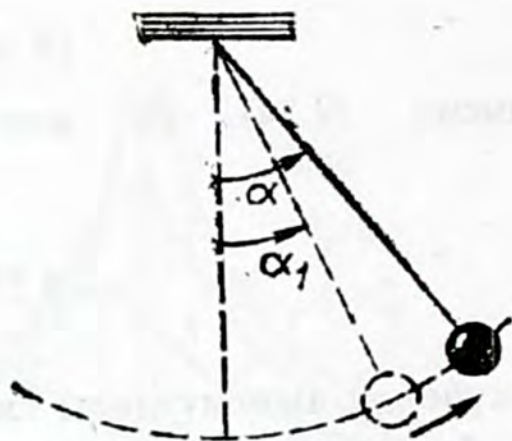
Демек, күчөнүү жыштыгы жана күчөнүү амплитудасы системанын өчүүсүнөн δ дан көз каранды болот экен. δ нын азайып нөлгө умтулушу менен, күчөнүү жыштыгы өсүп, системанын эркин термелүүсүнүн жыштыгына умтулат. Бул учурда күчөнүү амплитудасы өсүп, $\delta = 0$ болгондо чексизге айланат. Турмушта чексиз амплитуданын болушу мүмкүн эмес экендиги белгилүү, себеби реалдык системаларда дайыма каршылык күчтөрү аракет этип турат. Эгерде системанын өчүүсү кичине болсо ($\delta \approx 0$), анда жакындаштырып күчөнүү эркин термелүүлөрдүн жыштыгында ($\omega_{рез} \approx \omega_0$) байкалат деп эсептесек болот.

Өчүүнүн чоң маанилеринде күчөнүү кубулушу жоголот. Аргасыз термелүүлөрдүн амплитудасы ω_1 дин өсүшү менен бир калыпта азаят.

Күчөнүүнүн турмуштагы мааниси. Аргасыз термелүү жана күчөнүү техникада, өзгөчө акустикада, электротехникада, радиотехникада жана башка тармактарда кеңири колдонулат. Күчөнүү кубулушу ар кандай жыштыктагы термелүүлөрдүн ичинен белгилүү жыштыктагы термелүүнү бөлүп алууда колдонулат. Күчөнүү кубулушун начар байкалган мезгили менен кайталанып туруучу кубулуштарды өлчөөдө пайдаланышат.

Бирок кээ бир учурларда күчөнүү кесепеттүү натыйжаларга алып келиши мүмкүн (конструкциялардын деформацияланышы жана кыйрашы). Ошондуктан ар кандай машиналарды, имараттарды, ГЭСтерди ж.б.у.с. курууда күчөнүүнү эске алышыбыз керек.

2.6. Автотермелүүчү системалар



9.9-сүрөт

Системанын өздүк термелүүлөрү убакыттын өтүшү менен өчө баштайт, ошондуктан алардын амплитудаларын турактуу кылып кармаш үчүн сарп кылынган энергияны тышкы булактан толуктап туруш керек. Мисал үчүн математикалык маятникти карайбыз (9.9-сүр.).

Маятникти анча чоң эмес α бурчуна кыйшайтып, кое беребиз. Белгилүү бир мезгил өткөндөн кийин маятник баштапкы абалына кайтып келбейт. Энергиясын жоготкондуктан, ал баштапкы абалына жетпестен токтойт ($\alpha_1 < \alpha$). Маятник токтогон кезде, аны оң жакка түртүп, баштапкы абалына жеткендей кылабыз. Эгерде мындай түртүүлөр маятник баштапкы абалына кайта баштаган сайын кайталана берсе, термелүүнүн амплитудасы өзгөрүүсүз калат. Маятниктин ушул эле абалында, убакыттын ушул эле моментинде маятникти карама-каршы жакты көздөй түртсөк (9.9-сүрөтүндө солду көздөй), анда системанын термелүүсүнүн өчүшү тездейт. Ошентип, тышкы күчтөрдүн аракети жана багыты термелүүлөрдүн өзү менен шайкеш болуп турушу керек.

Эгерде бул шайкештикти термелүү системасынын өзү камсыз кылса жана энергияны турактуу (термелбеген) булак толуктаса, система **автотермелүүчү**, ал эми процесс автотермелүү деп аталат. Автотермелүүчү система өзү эле керектүү учурларда тышкы турактуу күчтү ишке киргизип турушу үчүн термелүү системасы менен күчтүн (энергиянын) булагынын ортосунда белгилүү (механикалык) байланыш болушу керек. Бул байланыш ар кандай ыкма менен ишке ашырылат. Автотермелүүчү системага маятниктүү саатты мисал кылсак болот. Мында маятник толуктоочу энергияны кандайдыр бир бийиктикте жайланышкан жүктөн алат.

1. Чекигтин гармоникалык термелүүсүн пайда кылуучу күч кандай багытталган? Табиятта $F = -kx$ законуна баш ийген күчтөр барбы? Квазисерпилгич күчтөргө мисал келтиргиле.
2. Серпилгич күчтөрдүн аракети астында пайда болгон термелүүгө мисал келтиргиле. Катуулугу k болгон зым оромого массасы m болгон жүк илинген. Жүктүн массасын чоңойтсок же массасын өзгөрүүсүз калтырып, зым оромонун узундугун кыскартсак термелүүнүн мезгили кандай өзгөрөт?
3. Квазисерпилгич күчтөрдүн аракети астында пайда болгон термелүүлөргө мисал келтиргиле. Кайтаруучу квазисерпилгич күчтүн коэффициенттери эмне менен аныкталат?
4. Кандай термелүү системалары математикалык жана физикалык маятниктер деп аталат? Маятниктердин термелүү мезгилин эсептөөчү формуланы чыгаргыла. Термелүү мезгили амплитудадан көз каранды болобу? Физикалык маятниктин келтирилген узундугу деп эмнени айтабыз? Эмне үчүн математикалык маятниктин мезгили массадан көз каранды эмес, ал эми физикалык маятниктин мезгили инерция моментине көз каранды?
5. Термелүүчү системанын кинетикалык жана потенциалдык энергиялары эмнеге барабар? Алар убакыт боюнча кандайча өзгөрүшөт? Системанын толук энергиясы эмнеге барабар? Кайсы учурда ал турактуу бойдон калат?
6. Кандай термелүү өчүүчү деп аталат? Өчүүчү термелүүнүн мезгили деп эмнени түшүнөбүз? Эмне үчүн өчүүнүн өсүшү менен өчүүчү термелүүнүн мезгили өсөт?
7. Системанын кандай термелүүсү өздүк, кандайы аргасыз деп аталат? Эркин термелүүнүн амплитудасы, баштапкы фазасы, жыштыгы, мезгили эмне менен аныкталат?
8. Өчүүчү термелүүнүн жыштыгы эмне менен аныкталат? Өчүү коэффициенти деп эмнени айтабыз жана ал термелүү системанын өлчөмөлөрү менен кандайча байланышкан? Өчүүнүн логарифмалык декременти деп эмнени айтабыз жана ал өчүү коэффициенти менен кандайча байланышкан?
9. Кандай термелүү аргасыз термелүү деп аталат? Аргасыз термелүүнүн амплитудасы эмне менен аныкталат? Күчөнүү жыштыгы деген эмне?

10-БАП

МЕХАНИКАЛЫК ТОЛКУНДАР. АКУСТИКА

§ 1. Механикалык толкундар

Механикалык толкундар менен таанышууну биз суунун бетинде пайда болгон толкундардан баштайбыз. Суунун бетиндеги толкун белгилүү ϑ ылдамдыгы менен таралган термелүү кыймылы болуп эсептелет. Толкун таралганда, анын жанаша **кырларынын** (же **чуңкурларынын**) ортосундагы аралык өзгөрбөйт. Бул чоңдук толкунду мүнөздөөчү чоңдук катары аныкталып, толкун узундугу λ деп аталат. Тажрыйбадан толкундун кырлары жана чуңкурлары суунун бети боюнча кыймылдаганы менен, толкундун таралышы чөйрөнүн бөлүкчөлөрүнүн которулушун пайда кылбасы белгилүү (суунун бетинде калкыган нерсе өйдө, ылдый болуп термелет, бирок толкун менен чогуу кетпейт). Тажрыйбадан калкыган нерсенин термелүү жыштыгы (демек, суюктуктун бөлүкчөлөрүнүн термелүү жыштыгы да) толугу менен толкунду пайда кылган механикалык системанын термелүү жыштыгы аркылуу аныкталат.

Эгерде толкун таралган чектелбеген чөйрөгө аракет эткен тышкы күч гармоникалык түрдө өзгөрсө, анда пайда болгон толкун **гармоникалык** же **синусоидалдык** деп аталат. Эгерде толкунду пайда кылуучу тышкы күч каалагандай өзгөрсө, анда толкундар синусоидалдык эмес деп аталат. Синусоидалдык эмес толкунга мисал болуп чөйрөнүн кандайдыр бир бетинин бөлүгүнө кыска мөөнөттө күч аракет эткенде пайда болгон толкун эсептелет.

Синусоидалдык толкундар толкун жыштыгы ν , амплитудасы A , ылдамдыгы ϑ менен мүнөздөлөт.

Толкун жыштыгы деп толкун тараган чөйрөнүн бөлүкчөлөрүнүн термелүү жыштыгын айтабыз.

Толкун амплитудасы деп толкун таралган чөйрөнүн бөлүкчөлөрүнүн термелүү амплитудасы айтылат.

ϑ , λ , ν мүнөздөөчү чоңдуктары өз ара дисперсиялык теңдеме менен байланышкан:

$$\vartheta = \lambda \nu. \quad (10.1)$$

Чындыгында эле чөйрө бөлүкчөсү бир толук термелүү жасаган убакытта, толкун λ аралыкка таралат. (10.1-сүр.). Ошондуктан

$$\vartheta = \frac{\lambda}{T}$$

же

$$\lambda = \vartheta T, \quad (10.2)$$

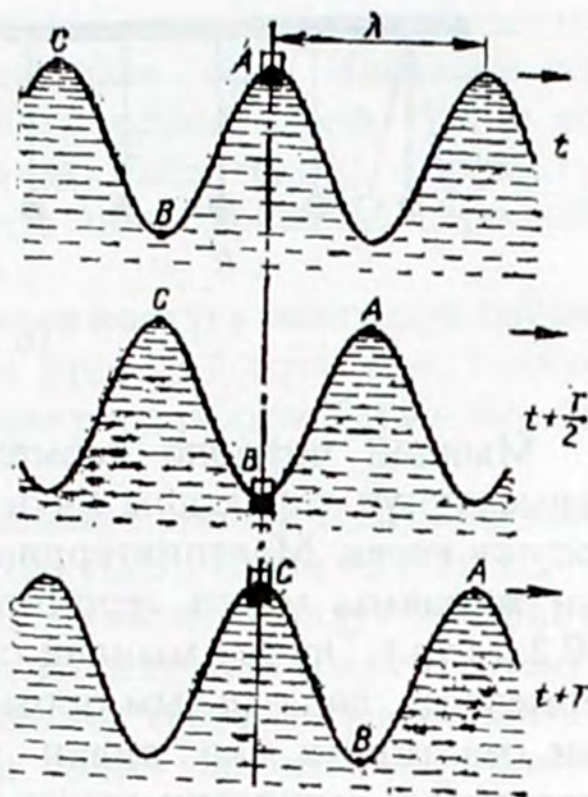
мында T – чөйрөнүн бөлүкчөсүнүн термелүү мезгили,

$$T = \frac{1}{\nu}$$

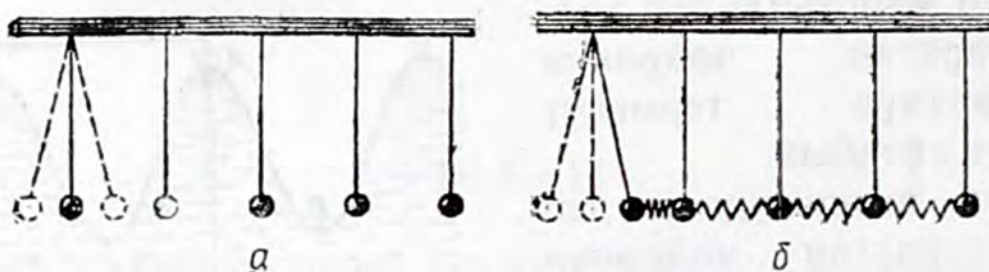
болгондуктан, (10.2) ден (10.1) ди алабыз. Ошентип, (10.2) ден толкун узундугу чөйрөнүн бөлүкчөсүнүн бир толук термелиш убактысы ичинде толкун таралган аралык менен өлчөнөөрү келип чыгат.

1.1. Бир тектүү серпилгичтүү чөйрөдө термелүүнүн таралышы

Бирдей, өз ара байланышпаган маятниктердин системасын карайлы (10.2.а-сүр.). Байланыштын жоктугунан, бир маятниктин термелиши экинчи маятникке берилбейт.



10.1-сүрөт



10.2-сүрөт

Мындай чөйрөдө термелүүнүн таралышы мүмкүн эмес. Термелүүнүн таралышы үчүн, маятниктер өз ара байланышта болушу керек. Маятниктердин ортосунда жеңил зым оромолордун жардамы менен серпилгичтүү байланыш түзүлсүн дейли (10.2.б-сүр.). Эгерде мындай системада маятниктердин бирөөнү термелтсек, анда ал зым оромону кысып же чоюп жанаша жаткан маятникти, ал андан кийинкисин ж.б.у.с. термелүүчү өзгөрмөлүү серпилгич күчүн пайда кылат. Серпилгичтүү байланышкан маятниктердин чынжыры боюнча маятниктен маятникке термелүү тарала баштайт. Маятник термелүүнүн башталышынан канчалык алыс жайланышса, ошончолук кеч термеле баштайт. Ар бир маятник өзүнүн ортоңку абалынын жанында термелет, бирок бардык маятниктердин термелүү жыштыктары бирдей, ал тышкы күчтүн жыштыгына барабар болот.

Серпилгичтүү байланышкан бирдей маятниктердин системасы бир тектүү, бир өлчөмдүү чөйрөнүн модели болуп эсептелет. Демек, реалдык серпилгичтүү чөйрөдөгү процесстер жогорудагы каралган мисалга окшош болушат, т.а. мындай чөйрөдө кандайдыр бир жол менен анын бир чекитинин термелүүсүн пайда кылсак, анда серпилгичтүү аракеттенишүүнүн натыйжасында ага жанаша жаткан бөлүкчө, андан соң анын кийинкиси ж.б.у.с. термеле башташат.

Бөлүкчөнүн термелишинин серпилгичтүү чөйрөдө таралыш процесси толкун процесси же жөн эле толкун деп аталат. Көпчүлүк учурда чөйрөнүн серпилгичтик касиети менен шартталган бул толкунду серпилгичтүү деп аташат. Эскерте кетүүчү нерсе, механикалык толкундар серпилгичтүү эмес табиятка да ээ болушаары мүмкүн. Буга эки суюктуктун, газдын же газ менен суюктуктун тийишкен беттеринде пайда болгон толкундарды мисал кылсак болот.

Толкундун таралышы менен термелүү кыймылына чөйрөнүн улам жаңы бөлүкчөсү тартыла берет. **Чөйрөнүн термелген бөлүкчөсүн, термелбеген бөлүкчөсүнөн бөлүп турган чек арасы толкундун фронту деп аталат.** Бир тектүү изотроптуу чөйрөдө толкундун таралуу багыты анын фронтуна перпендикулярдуу болот.

Бир фазада термелген чекиттердин көптүгү толкундук бет деп аталат. Синусоидалдык толкундун фронту болуп анын толкундук беттеринин бири эсептелет. Толкун таралган багыт нур деп аталат.

Чексиз бир тектүү чөйрөдө **жалпак** (фронту тегиздик) жана **сфералык** (фронту-сфералык бет) толкундар пайда болушат.

Толкундун таралуу багытына салыштырмалуу чөйрөнүн бөлүкчөлөрүнүн термелиш багытына жараша толкунду **узатасынан** жана **туурасынан** болуучу деп, эки түргө бөлүп коюшат.

Узатасынан болуучу толкунда чөйрө бөлүкчөлөрү толкундун таралуу багытын **бойлото**, туурасынан болуучу толкунда бөлүкчөлөр толкундун таралуу багытына **перпендикулярдуу** термелишет.

Суу бетиндеги толкундар толкундун өзгөчө түрү болуп эсептелет. Бул учурда чөйрө бөлүкчөлөрү тик тегиздикте жаткан айланага жакын ийрилик боюнча кыймылдашат. Эң чоң радиуска суунун бетиндеги бөлүкчөлөр түзгөн айлана ээ болот. Терендиктин өсүшү менен, ал кичирейе берет.

1.2. Толкундун таралуу ылдамдыгы

10.2.б-сүрөтүндө келтирген моделден маятниктердин термелүүлөрүнүн таралуу ылдамдыгы зым оромонун катуулугу k дан жана маятниктин массасы m ден көз каранды болоору айкын көрүнүп турат.

Толкундун реалдык чөйрөдө таралуу ылдамдыгы анын түрүнөн көз каранды болот. Ичке, серпилгичтүү таякчада узатасынан болуучу толкунда бөлүкчөнүн жылышы кысылуу жана чоюлуу деформациясына алып келет. Ошондуктан узатасынан болуучу толкундун таралуу ылдамдыгы чөйрөнүн ушул түрдөгү деформацияларындагы серпилгичтиги, демек, Юнгдун модулу E менен аныкталат.

Тугаш чөйрөдө толкундун таралуу ылдамдыгы массадан көз каранды болушу тыгыздыктан болгон көз карандылык аркылуу туюнтулат. Чөйрө тыгыздыгы өскөн сайын, толкундун ылдамдыгы азаят. Бул көз карандылык төмөндөгүчө туюнтулат:

$$\vartheta_{\text{узат}} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (10.3)$$

мында ρ – чөйрөнүн тыгыздыгы.

Туурасынан болуучу толкунда чөйрө бөлүкчөлөрүнүн жылышы жылышуу деформациясын пайда кылат. Ошондуктан туурасынан болуучу толкундун ылдамдыгы чөйрөнүн жылышуу деформациясынан көз каранды серпилгичтик касиетинен, б.а., жылышуу модулу N ден көз каранды болот.

$$\vartheta_{\text{туур}} = \sqrt{\frac{N}{P}}. \quad (10.4)$$

Суюктук жана газ үчүн жылышуу модулу нөлгө барабар болгондуктан, аларда туурасынан болуучу толкун тарала албайт. Катуу заттарда узатасынан да, туурасынан да болуучу толкундар тарала алышат. Бирок катуу нерселер үчүн $E > N$ болгондуктан, аларда $\vartheta_{\text{узат}} > \vartheta_{\text{туур}}$.

Чоюлган жиптеги же кылдагы туурасынан болуучу толкундун ылдамдыгы чоюу күчү F тен жана кылдын сызыктуу массасы μ ден (узундуктун бирдигиндеги масса) көз каранды болот:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{F}{\mu}}. \quad (10.5)$$

(10.3), (10.4) жана (10.5) формулаларынан, серпилгичтүү толкундардын ылдамдыгы термелүү жыштыгынан көз каранды эмес болуп, чөйрөнүн серпилгичтүү касиеттери жана тыгыздыгы аркылуу аныкталаары келип чыгат. Эгерде толкундун ылдамдыгы бардык жыштыктар үчүн бирдей болсо, анда толкун дисперсияга ээ эмес деп айтабыз.

Толкундар суюктуктун бети (суюктук менен газды бөлүүчү бети) менен таралган учурду өзгөчө бөлүп карайбыз. Жалпы

учурда беттик толкундардын ылдамдыгы төмөнкүдөй катнаш аркылуу аныкталат:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{g\lambda}{4\pi} + \alpha \frac{2\pi}{\rho\lambda}}, \quad (10.6)$$

мында g – эркин түшүүнүн ылдамдануусу, λ – толкун узундугу, α – беттик тартылуу коэффициенти, ρ – суюктуктун тыгыздыгы. Эгерде толкун узундугу λ өтө чоң болсо, (10.6) формуласындагы тамырдын астындагы экинчи мүчөнү эске албай койсок болот (оордук күчү гана эске алынат-гравитациялык толкундар):

$$\vartheta = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{g\lambda}{\pi}}.$$

Эгерде толкун узундугу өтө эле кичине болсо, анда биринчи кошулуучуну эске албасак болот (бул учурда чечүүчү мааниге беттик тартылуу күчү ээ болот – капиллярдык толкундар):

$$\vartheta = \sqrt{\alpha \frac{2\pi}{\rho\lambda}}.$$

Жалпы учурда жекече эки учур да беттик толкундар дисперсияга ээ экендигин көрсөтүп турат. Эгерде толкун узундугу λ тереңдикке h караганда алда канча чоң болсо, (океандын ташышы жана тартылышы) толкундун ылдамдыгы

$$\vartheta = \sqrt{gh},$$

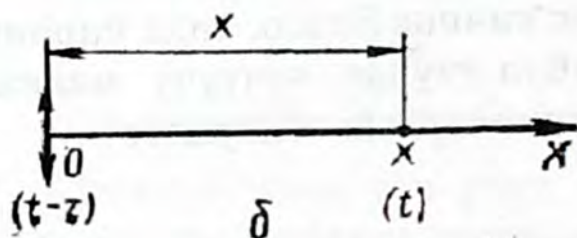
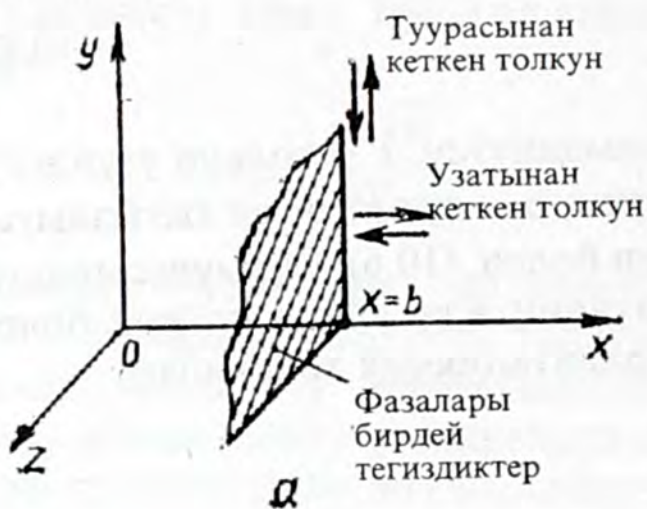
формуласы менен аныкталат.

Бул учурда толкундун ылдамдыгы жыштык ν дөн көз каранды болбойт. Океандын ташышындагы (тартылышындагы) толкундар дисперсияга ээ эмес толкундун бирден-бир түрү болуп эсептелет.

1.3. Жалпак (же бир тектүү) толкундун теңдемеси

Толкундун теңдемесин жазуу деп чөйрөнүн ар бир чекити үчүн жылышуу ξ нин өзгөрүүсүн жазууну айтабыз. Жалпы түрүндө $\xi = (t, x, y, z)$ функциясы убакыттан жана үч мейкиндик-

тик координаттардан көз каранды болот. Убакыттан болгон көз карандылык толкундун булагынын термелишинин мүнөзүнөн аныкталат.



10.3-сүрөт

Биз синусоидалдык толкундун жекече учурун, жылышуу ξ болгону бир координата x тен көз каранды болгон учурду карайбыз. Мында толкун x огун бойлото тарайт жана $x = b$ тегиздигинде жайланышкан чөйрөнүн бардык чекиттери тең салмактуулук абалынан бирдей аралыкка четтешет (10.3-сүр.). Узатасынан болуучу толкунда (y, z) тегиздиги x огу боюнча толугу менен ξ аралыгына ары же бери жылышат. Туурасынан болуучу толкунда (y, z) тегиздиги x огуна перпендикулярдуу багыт боюнча жылышат. Мындай түрдөгү толкундар

жалпак (тегиздиктүү) толкундар деп аталат жана алар үчүн жалпы түрдөгү жылышуу $\xi = f(t, x)$ t жана x өзгөрмөлүүлөрүнөн функция катарында берилет.

x огун жип, кыл сыяктуу белгилүү бир чөйрөнү бойлото багытсак, алардагы толкун процесси да эки өзгөрмөлүү t жана x тин функциясы аркылуу жазылат. Бир эле формула $\xi = f(t, x)$ жалпак толкунду да, бир өлчөмдүү чөйрөдөгү толкунду да мүнөздөйт.

Жипке тыштан аракет этип, анын 0 чекитин x огуна перпендикулярдуу же жарыш жайланышкан ξ огун бойлото

$$\xi = A \sin \omega t,$$

закону боюнча термелтебиз. Натыйжада, жип боюнча толкун тарала баштайт.

Кандайдыр бир $\tau = \frac{x}{g}$ убактысынан кийин толкун x координатасына ээ чекитке жетип, аны термелте баштайт. Эгерде

өчүүнү эске албасак, анда x чекитиндеги термелүү 0 чекитиндегидей эле болот. x - чекитинин термелишин математикалык түрдө жазабыз. Убакыттын берилген t моментинде x чекити убакыттын мурдакы $t' = t - \frac{x}{g}$ моментинде 0 чекитти ээ болгондой ξ жылышуусуна жана кыймыл багытына ээ болоору айкын. Ошондуктан x чекитинин жылышуусунун термелүү закону төмөндөгүчө жазылат

$$\xi = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{g} \right). \quad (10.7)$$

Алынган катнаш x координатасынын оң маанилерин көздөй таралган бир өлчөмдүү (же тегиздиктүү) синусоидалык толкундун теңдемеси болуп эсептелет. x тин терс маанилерин көздөй таралган толкундун теңдемеси

$$\xi = A \sin \omega \left(t + \frac{x}{g} \right)$$

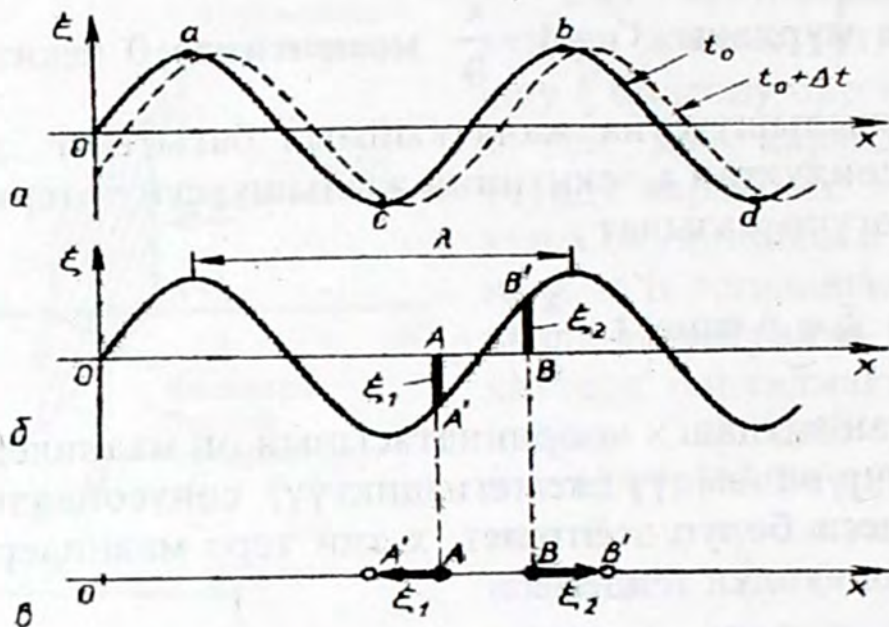
түрүнө ээ болот.

(10.7) теңдемесин изилдейбиз. Эгерде $t = t_0$ деп алсак, (10.7) формуласы жиптин толкун жеткен жердеги бардык чекиттеринин тең салмактуу абалынан жылышуусунун заматтагы сүрөттөлүшүн мүнөздөйт. $\xi = A \sin \omega \left(t_0 - \frac{x}{g} \right)$ функциясынын графиги синусоида болот (10.4.а-сүр.).

Туурасынан болуучу толкун үчүн бул график жиптин бөлүкчөлөрүнүн мейкиндиктеги чыныгы жайланышын көргөзөт. Ал графиктен көрүнгөндөй, кырлар жана чуңкурлар менен мүнөздөлөт. Убакыттын кийинки $t + \Delta t$ моментинде кырлар менен чуңкурлар x тин оң жагын көздөй жылышат. Синусоида оң жакка үзгүлтүксүз кыймылдай баштайт (10.4.а-сүр.).

Узатасынан болуучу толкун үчүн 10.4.а-сүрөтүндөгү график жиптин бөлүкчөлөрүнүн мейкиндиктеги чыныгы жайланышына дал келбейт. Ал болгону убакыттын берилген моментинде ар бир бөлүкчө өзүнүн тең салмактуу абалынан кайсы тарапка, канча аралыкка жылышканын көргөзөт. 12.5.б-сүрөтүндө келтирилген графиктен A чекити сол жана ξ_1 аралыгына, ал эми

В чекити оңго ξ_2 аралыгына жылышканы көрүнүп турат. Бул чекиттердин чыныгы абалдары 10.4-в-сүрөтүндө тиешелүү A' жана B' чекиттери аркылуу көргөзүлгөн.



10.4-сүрөт

Чекиттердин жылышынын натыйжасында жипте кырлар жана чуңкурлар сыяктуу x тин оң маанилерин көздөй жипти бойлото таралган кысылуу жана чоюлуу пайда болот.

(10.7) формуласына x тин $x=x_0$ белгиленген маанисин коебуз:

$$\xi = A \sin \omega \left(t - \frac{x_0}{g} \right),$$

Мындан x_0 координатасына ээ чекит өзүнүн тең салмактуу абалынын жанында синусоидалык закон боюнча термелээри көрүнүп турат, бирок анын термелүүсү O чекитинин термелүүсүнөн фазасы боюнча $\varphi = \frac{\omega x_0}{g}$ га артка калат.

Жалпак толкундун (10.7) теңдемесин дагы башкача түрдө жазып алсак болот:

$$\begin{aligned} \xi &= A \sin \left(t - \frac{x}{g} \right) = A \sin \left(\omega t - \frac{\omega x}{g} \right) = A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{gT} x \right) = \\ &= A \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \right). \end{aligned} \quad (10.9)$$

$\lambda = \vartheta T$ экендигин эске алып, $\frac{\omega}{\vartheta} = \frac{2\pi}{\lambda} = k$ белгилөөсүн киргизип, төмөндөгүнү алабыз:

$$\xi = A \sin(\omega t - kx).$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ чоңдугу *толкундук сан* деп аталып, узундугу 2π метр болгон кесиндиде канча толкун узундугу жайланышаарын же толкун таралган багыт боюнча термелүү бир метрге жылганда, анын фазасы кандай бурчка өзгөрөөрүн көргөзөт.

1.4. Фазалык жана топтук ылдамдык

Жогоруда каралган толкундун ылдамдыгы жөнүндөгү түшүнүктү тактайбыз. Синусоидалдык жалпак толкундун

$\xi = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{\vartheta} \right)$ теңдемесиндеги фазанын кандайдыр бир маанисин белгилеп алабыз:

$$\omega \left(t - \frac{x}{\vartheta} \right) = C. \quad (10.10)$$

Бул барабардык убакыт менен фазасы белгиленген мааниге ээ чекиттин координатасы x тин ортосундагы байланышты туюнтат. Убакыттын өтүшү менен, чекиттин абалы өзгөрөт, фазасы белгиленген чекит x огу боюнча жылгандай болуп көрүнөт. Ушул чекиттин кыймылынын ылдамдыгы, т.а., белгиленген фаза кандай ылдамдык менен которуларын табабыз. Ал үчүн (10.10) теңдемесин дифференциалдайбыз:

$$dt - \frac{1}{\vartheta} dx = 0,$$

мындан белгиленген фазанын кыймылынын ылдамдыгы төмөндөгүгө барабар:

$$\frac{dx}{dt} = \vartheta,$$

Ошентип, (10.7) туюнтмасындагы толкундун ылдамдыгы фазанын которулуш ылдамдыгы болуп эсептелет экен, ошондуктан аны **фазалык ылдамдык** деп аташып, $\vartheta_{\text{фаз}}$ аркылуу белгилешет.

Дисперсияга ээ эмес толкундар үчүн фазалык ылдамдык жыштыктан көз каранды болбойт. Ошондуктан ар түрдүү жыштыкка толкундардын тобу бирдей ылдамдык менен кыймылдашат. Бул болсо толкундардын катталышынан пайда болгон толкундардын тобунун “пакети” же “өркөчү” кыймыл процессинде өздөрүнүн баштапкы формаларын өзгөртпөйт дегенди билгизет жана “пакет” же “өркөч” аларды түзгөн толкундардын ылдамдыгындай ылдамдык менен кыймылдайт.

Дисперсияга ээ толкундардын ар кандай жыштыктагы толкундардан турган пакети кыймыл процессинде формасын өзгөртөт (жайылат), ал эми ылдамдыгы бир дагы түзүүчүсүнүн ылдамдыгы менен дал келбейт. Бул учурда толкундардын тобунун кырынын которулушунун ылдамдыгы каралат. Ал ылдамдык топтук ылдамдык деп аталып, $\vartheta_{\text{топ}}$ аркылуу белгиленет.

Табиятта мейкиндикте жана убакытта чексиз мааниге ээ болуучу синусоидалдык толкундар болбойт. Ошондуктан реалдык толкундар синусоидалдык толкундардын тобу болуп эсептелет. Демек, каалагандай реалдык толкун топтук ылдамдык менен таралышат. Болгону дисперсияга ээ эмес чөйрөдө реалдык толкундун ылдамдыгы анын курамына кирген чексиз синусоидалдык толкундардын фазалык ылдамдыгына барабар болот.

Топтук ылдамдык үчүн талдоонун туюнтмасын чыгаралы. Жөнөкөйлөтүү үчүн толкундардын тобу болгону чексиз синусоидалык эки толкундан турсун жана бирөөнүн толкун узундугу λ , фазалык ылдамдыгы $\vartheta_{\text{ф}}(\lambda)$, экинчисинин толкун узундугу $\lambda' = \lambda + d\lambda$ жана фазалык ылдамдыгы

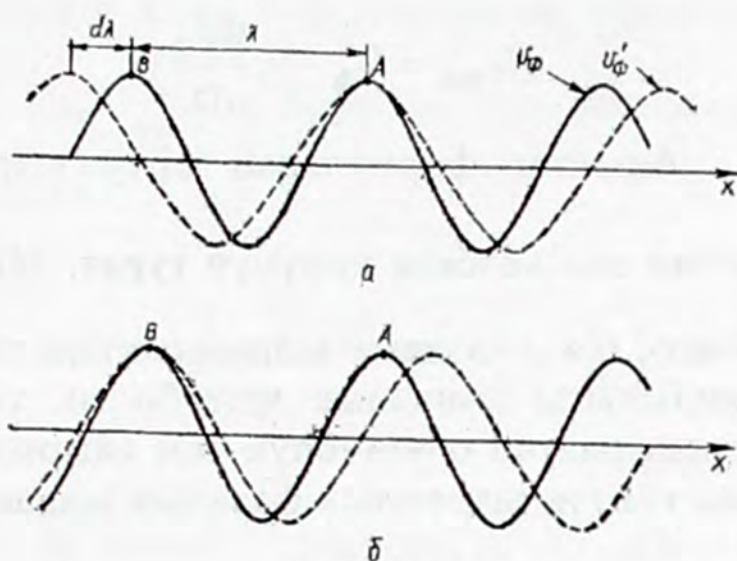
$$\vartheta'_{\text{ф}}(\lambda') = \vartheta_{\text{ф}}(\lambda + \Delta\lambda) = \vartheta_{\text{ф}}(\lambda) + \frac{\Delta\vartheta_{\text{ф}}}{\Delta\lambda} \Delta\lambda \quad (10.11)$$

болсун дейли.

Убакыттын кандайдыр бир t моментинде эки толкундун өркөчтөрү А чекитинде дал келишсин деп эсептейли (10.5а-сүр.).

Бул жерде толкундар тобунун кыры жайланышат. $\vartheta'_\phi > \vartheta_\phi$ деп боолголосок, экинчи толкун биринчисин чоңдугу $\vartheta'_\phi - \vartheta_\phi$

нын айырмасына барабар салыштырма ылдамдык менен кууп өтөт.



10.5-сүрөт

$$\tau = \frac{d\lambda}{\vartheta'_\phi - \vartheta_\phi} \quad (10.12)$$

убакыт аралыгынан кийин экинчи толкун биринчи толкунду $d\lambda$ аралыгына кууп өтүп, натыйжада эки толкундун өркөчтөрү А чекитинде эмес В чекитинде дал келишип калат. Ошентип, толкундардын тобунун кыры биринчи толкунга салыштырмалуу λ га барабар аралыкка артка жылып калат. Демек, толкундардын тобунун кырларынын таралуу ылдамдыгы $\vartheta_{\text{топ}}$ биринчи тол-

кунга салыштырмалуу $\frac{\lambda}{\tau}$ га барабар болот, ал эми чөйрөгө салыштырмалуу топтук ылдамдык биринчи толкундун таралуу ылдамдыгына салыштырмалуу $\frac{1}{\tau}$ ылдамдыгынан кичине болот:

$$\vartheta_{\text{топ}} = \vartheta_\phi - \frac{\lambda}{\tau}$$

мындан τ нун маанисин (10.12) ден коюп, (10.11) – туюнтмасын эске алып, ϑ'_ϕ үчүн төмөнкүнү алабыз:

$$\vartheta_{\text{топ}} = \vartheta_{\phi} - \lambda \frac{d\vartheta_{\phi}}{d\lambda},$$

Алынган формуладан топтук ылдамдык фазалык ылдамдык менен дал келбеси көрүнүп турат. Мындан $\frac{d\vartheta_{\phi}}{d\lambda}$ канчалык чоң болсо, б.а., фазалык ылдамдыктын толкун узундугунан көз карандылыгы канчалык чоң болсо, топтук ылдамдык фазалык ылдамдыктан ошончолук чоң айырмаланат. Алынган формуладан топтук ылдамдык фазалык ылдамдыктан чоң да, кичине да болушу мүмкүн экендиги көрүнүп турат. Эгерде $\frac{d\vartheta_{\phi}}{d\lambda} > 0$, б.а., узун толкундар кыска толкундарга салыштырмалуу тез тараганда, топтук ылдамдык фазалыкка караганда кичине болот. Бул учур **нормалдык дисперсия** деп аталат.

Эгерде $\frac{d\vartheta_{\phi}}{d\lambda} < 0$ болсо, б.а., узун толкундар кыска толкундарга салыштырмалуу жайыраак тараса, анда топтук ылдамдык фазалыкка караганда чоңураак болуп, бул учур **аномалдык дисперсия** деп аталат.

Качан $\frac{d\vartheta_{\phi}}{d\lambda} = 0$ болгондо, б.а., дисперсия жок болсо, топтук

жана фазалык ылдамдыктар барабар ($\vartheta_{\text{топ}} = \vartheta_{\phi}$) болот.

Мындан ары биз, негизинен, ойдогудай учурду чексиз синусоидалдык толкундарды карайбыз. Ошондуктан бардык жерде (эгер атайын эскертилбесе) толкундун ылдамдыгы жөнүндө сөз болгондо, фазалык ылдамдык деп түшүнөбүз.

1.5. Серпилгичтүү толкундун энергиясы

Жалпак узатасынан болуучу толкун $\xi = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right)$ та-

ралган чөйрөдөн оюбузда кичинекей элементардык Δv көлөмүн бөлүп алабыз. Бул көлөмдүн кичинелиги анын бардык чекитте-

ринде кыймылдын ылдамдыгын жана деформациясын турактуу жана тиешелүү түрдө $\frac{d\xi}{dt}$ га, $\frac{d\xi}{dx}$ ка барабар деп эсептөөгө мүмкүн болгондой болуш керек.

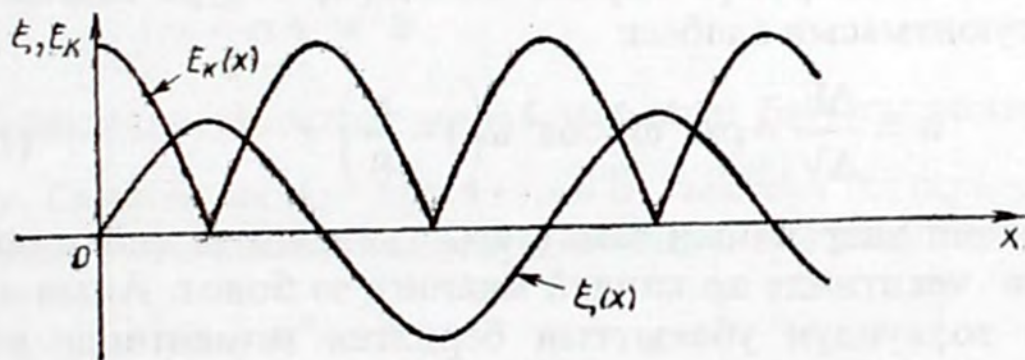
Бөлүнүп алынган көлөм

$$\Delta E_k = \frac{m}{2} \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 = \frac{\rho}{2} \left(\frac{d\xi}{dt} \right)^2 \cdot \Delta V = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \cos^2 \omega \left(t - \frac{x}{g} \right) \cdot \Delta V \quad (10.13)$$

кинетикалык энергиясына ээ болот. Мында $m = \rho \Delta V$ — ΔV көлөмүндөгү заттын массасы, ρ — чөйрөнүн тыгыздыгы.

$\frac{d\xi}{dt} = A\omega \cos \omega \left(t - \frac{x}{g} \right)$ — x координатасына ээ бөлүкчөнүн ылдам-

дыгы ($x = \text{const}$). ΔE_k жана ξ нин заматтагы бөлүштүрүлүшүнүн графиктерин салыштырып, кинетикалык энергиясынын эң чоң мааниси чөйрөнүн тең салмактуу абалынан өтүп бараткан чекиттерине туш келээрин көрөбүз. Бирок ушул чекиттер термелүү кыймылынын ылдамдыгынын эң чоң маанилерине ээ болушат.



10.6-сүрөт

Бөлүп алынган көлөм

$$\Delta E_p = \frac{E \varepsilon^2}{2} \cdot \Delta V, \quad (10.14)$$

потенциалдык энергиясына ээ болот. Мында $\varepsilon = \frac{d\xi}{dx}$ – салыштырмалуу узаруу (же кыскаруу). E – Юнгдун модулу.

$\vartheta^2 = \frac{E}{\rho}$ байланышын колдонуп, $\frac{d\xi}{dx} = -A \frac{\omega}{\vartheta} \cos \omega \left(t - \frac{x}{\vartheta} \right)$ бо-лоорун эске алып, төмөндөгүнү алабыз:

$$\Delta E_p = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \cos^2 \omega \left(t - \frac{x}{\vartheta} \right) \cdot \Delta V. \quad (10.15)$$

Ошентип потенциалдык энергиянын убакыт жана мейкиндик боюнча өзгөрүшү кинетикалык энергиянын өзгөрүшүнө окшош. Бул жалпак толкундарга мүнөздүү өзгөчөлүк болуп эсептелет.

Убакыттын берилген моментиндеги бөлүп алынган көлөмдүн толук энергиясы төмөндөгүчө туюнтулат:

$$\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_p = \rho A^2 \omega^2 \cos^2 \omega \left(t - \frac{x}{\vartheta} \right) \cdot \Delta V. \quad (10.16)$$

Бул барабардыктын бардык мүчөлөрүн ΔV га бөлүп, энергиянын заматтагы тыгыздыгынын, б.а., убакыттын берилген моментиндеги чөйрөнүн бирдик көлөмүнө туура келген энергиянын туюнтмасын алабыз:

$$w = \frac{\Delta E}{\Delta V} = \rho A^2 \omega^2 \cos^2 \omega \left(t - \frac{x}{\vartheta} \right). \quad (10.17)$$

Ошентип энергиянын заматтагы тыгыздыгы мейкиндиктин ар башка чекитинде ар кандай мааниге ээ болот. Анын эң чоң мааниси толкундун убакыттын берилген моментинде нөлдүк жылышууга ээ чекиттерине ($\xi = \vartheta$) туура келет. Буга кошумча толкундун каралган чекити үчүн энергиянын тыгыздыгы убакыт боюнча косинустун квадратына пропорционалдуу өзгөрөт.

Косинустун квадратынын орточо мааниси $\frac{1}{2}$ ге барабар болгондуктан, толкундун ар бир чекитиндеги энергиянын тыгыздыгынын мааниси

$$w_{\text{ор}} = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2, \quad (10.18)$$

формуласы менен аныкталат. Мындан энергиянын орточо тыгыздыгы чөйрөнүн тыгыздыгына, толкундун амплитудасынын квадратына жана жыштыктын квадратына пропорционалдуу болору көрүнүп турат. Мындай көз карандылык жеке эле жалпак толкун үчүн орун албастан, синусоидалык толкундардын башка түрлөрүнө да тиешелүү болот.

Ошентип, толкун таралганда чөйрө энергиянын кошумча корун алат. Демек, толкун энергияны термелүү булагынан чөйрөнүн алыскы жерлерине ташыйт экен. Кандайдыр бир S бети аркылуу бир секунда ичинде толкун ташып өткөн энергиянын саны ушу бет аркылуу өткөн энергиянын агымы Φ деп аталат. Энергиянын агымы – өлчөө бирдиги кубаттуулуктун өлчөө бирдиги менен дал келген скалярдык чоңдук.

Толкун бир секунда ичинде толкундун таралуу багытына перпендикулярдуу жайланышкан бир квадраттык метр аянтча аркылуу ташып өткөн энергиянын саны энергиянын агымынын тыгыздыгы деп аталат.

$$j = w_{\text{ор}} \vartheta$$

$$j = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \vartheta. \quad (10.19)$$

Толкундун фазалык ылдамдыгынын багыты толкундун таралуу багыты менен дал келген $\vec{\vartheta}$ вектору катарында карап агымдын тыгыздыгына вектордук чоңдуктун маанисин беребиз:

$$\vec{j} = \frac{1}{2} A^2 \omega^2 \vec{\vartheta}. \quad (10.20)$$

Энергиянын агымынын тыгыздыгынын вектору биринчи жолу 1874-жылы Н.А.Умов тарабынан киргизилип, анын аты менен аталат.

Каалагандай S бетинин кандайдыр бир чекитиндеги \vec{J} векторунун маанисин билүү менен, ушул бет аркылуу өткөн энергиянын агымын эсептеп чыксак болот. Ал үчүн бетти ds элементардык аянтчаларына бөлүп, $\Delta \vec{S}$ вектору жөнүндө түшүнүк киргизебиз.

$$d\vec{S} = dS\vec{n},$$

мында $\vec{n} - dS$ аянтына нормалдуу бирдик вектор.

Анда dS элементардык аянтчасы аркылуу өткөн энергиянын агымы $d\Phi$ өмөнкүгө барабар

$$d\Phi = \vec{j}d\vec{S} = j dS \cos \alpha = j_n dS,$$

мында $j_n = j \cos \alpha - \vec{j}$ векторунун аянтчанын нормалынын багытына болгон проекциясы.

Бет боюнча интегралдоо аркылуу энергиянын толук агымын табабыз:

$$\Phi = \int d\Phi = \int \vec{j}d\vec{S} = \int j_n dS.$$

1.6. Суперпозиция принциби. Толкундардын интерференциясы

Суперпозиция принцибинин тажрыйбадан аныкталган маңызы болуп ар кайсы булактан пайда болгон толкундар катталышканда бирин-бири өзгөртпөй тургандыгы эсептелет. Башка сөз менен айтканда, чөйрөдөгү толкундун таралышы ошол чөйрөдөгү толкундардын бар, же жоктугунан көз каранды болбойт.

Бул принципке ылайык, убакыттын каалаган моментиндеги чөйрө бөлүкчөсүнүн жылышы кошулуучу толкун процесстерине катышкан ушул бөлүкчөнүн ээ болгон жылышууларынын геометриялык суммасына барабар.

Бирок суперпозиция принциби дайым эле орун албайт. Эгерде бөлүкчөлөрдүн суммардык жылышуусу абдан чоң болсо, анда аны менен байланышкан деформация чөйрөнүн серпилгичтик чегинен чоң болуп, Гуктун закону аткарылбайт да, суперпозиция принциби бузулат. Бул учурда чөйрөнү серпилгичтүү деп кароого болот. Мындай абал жарылуу менен байланышкан согуучу толкундардын таралышында орун алат. Мындан ары биз Гуктун закону бузулбаган учурду, б.а., кичине амплитудага ээ толкундарды гана карайбыз. Бул учурда суперпозиция принциби аткарылат.

Суперпозиция принцибине ылайык, каалагандай формага ээ толкундар өз-ара бузулушпастан каттала алышат. Толкундардын катталышына жараша чөйрөнүн ар бир бөлүкчөсүнүн жыйынтыктоочу термелүүсү каалагандай татаал закон боюнча болушу мүмкүн.

Интерференция кубулушунда эки (же андан көп) толкундун катталыш натыйжасында чөйрө бөлүкчөлөрүнүн термелүүлөрү мейкиндиктин бир жеринде убакыттан көз каранды болбостон турактуу күчөшөт жана экинчи жеринде начарлашат. Эгерде кандайдыр бир чөйрөдө эки толкун таралса, анда толкундар өткөн чөйрөнүн ар бир бөлүкчөсү бир эле убакытта ар бир толкун пайда кылган көз каранды эмес термелүү кыймылдарына катышат. Бөлүкчөнүн жыйынтыктоочу кыймылы түзүүчү термелүүлөрдүн жыштыгынан, амплитудасынан жана баштапкы фазаларынан көз каранды болот. Бирок эгерде таралган толкундар бирдей жыштыкка ээ болушса жана алар мейкиндиктин берилген чекитинде бөлүкчөлөрдүн термелүүсүн бир эле түз сызыкты бойлото пайда кылса, анда түзүүчү толкундардын фазаларынын айырмасына жараша термелүүлөрдүн күчөшү же начарлашы байкалат.

Мейкиндикте келип жеткен термелүүлөрдүн фазаларынын айырмасы $2k\pi$ (мында k – бүтүн сан) болгон чекиттер дайыма эле табылат. Демек, бул чекиттерде чөйрө чекиттеринин термелүүлөрүнүн турактуу (дайыма өзгөрбөстөн улануучу) күчөшү байкалат. Келип жеткен термелүү фазаларынын айырмасы $(2k+1)\pi$ ге барабар чекиттер да кезигет. Мейкиндиктин мындай чекиттеринде чөйрө бөлүкчөлөрүнүн термелүүлөрүнүн турактуу начарлашын көрөбүз. Натыйжада толкундар бири-бирине катталышкан мейкиндиктин аймагы чөйрө бөлүкчөлөрүнүн термелүүлөрү күчөгөн жана бөлүкчөлөрдүн термелүүсү начарлаган же тап-такыр термелбеген бөлүктөрдүн кайталанышынан турат.

Интерференциялык сүрөттөлүү бирдей жыштыкка жана мейкиндиктин ар бир чекитинде убакыт боюнча турактуу фазалардын айырмасына ээ болуп мейкиндиктин ар бир чекитинде бир түз сызыкты бойлото термелүүнү пайда кылган толкундардын катталышында пайда болот. Бул үч шартты канагаттандырышкан толкундар (жана аларды пайда кылган булактар) **когеренттүү** деп аталат.

Интерференциянын эң жөнөкөй учуру таралган жана чагылган толкундардын катталышында байкалат. Бул толкундар үчүн когеренттүүлүктүн үч шарты тең аткарылат. Мындай толкундардын катталышы **туруучу** толкундардын пайда болушуна алып келет.

1.7. Туруучу толкундар

Туруучу толкундагы жылышуу. Бирдей жыштыкка жана амплитудага ээ жана карама-каршы багытта таралган эки жалпак толкунду карайбыз:

$$\xi_1 = A \sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right), \xi_2 = A \sin\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right).$$

Чөйрөнүн x координатасына ээ бөлүкчөсүнүн суммардык жылышуусу ξ_1 жана ξ_2 жылышууларынын суммасына барбар:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 = A \left[\sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) + \sin\left(\omega t + \frac{2\pi x}{\lambda}\right) \right],$$

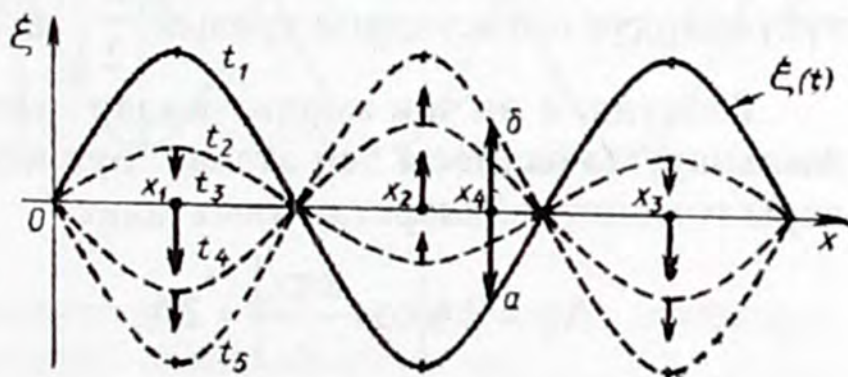
же (тригонометриялык өзгөртүп түзүүлөрдөн кийин):

$$\xi = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \omega t. \quad (10.21)$$

Бул – туруучу толкундун теңдемеси. Ал түз таралган жана кайтарылган толкундардын катталышынын натыйжасында чөйрө чекиттери алар тең салмактуулук абалы аркылуу бир убакытта өткөндөй ($\sin \omega t = 0$) жана тең салмактуулук абалынан эң чоң четтөөгө бир убакытта жеткендей ($\sin \omega t = \pm 1$) болуп термеле тургандыгын көргөзөт.

Туруучу толкундагы бөлүкчөлөр бир фазада термелишет деп айтсак болот. Бирок $\cos \frac{2\pi x}{\lambda}$ көбөйтүүчүсү алгебралык белгиге ээ болгондуктан, иш жүзүндө эгер $\cos \frac{2\pi x}{\lambda}$ бөлүкчөлөр үчүн бирдей белгиге ээ болсо, алар бирдей фазада жана

$\cos \frac{2\pi x}{\lambda}$ ар башка белгиге ээ болсо, карама-каршы фазада термелишет. Жогоруда айтылгандарды түшүндүрүү үчүн чөйрө бөлүкчөлөрүнүн жылышууларынын убакыттын удаалашкан ар кандай моменттери үчүн бөлүштүрүлүшүн карайбыз (10.7-сүр.). Убакыттын t_1 жана t_5 моменттеринде бөлүкчөлөр эң чоң четтөөгө ээ болушат жана бул учурда алардын ылдамдыктары нөлгө барабар. t_3 моментинде бөлүкчөлөр тең салмактуулук абалы аркылуу өтүп, алардын ылдамдыктары эң чоң мааниге ээ. Убакыттын t_2 жана t_4 моменттери үчүн жылышуулардын бөлүштүрүлүшү эң чоң жылышуу менен нөлдүк жылышуунун ортосунда жатат. Графикте x_1, x_2, x_3 координаттарына ээ үч чекит тандалып алынган. Убакыттын ар бир momenti үчүн жебе аркылуу ушул үч чекиттин ылдамдыктары көргөзүлгөн. Графиктен x_1 жана x_3 , чекиттери карама – каршы фазада, x_1 жана x_3 – бир фазада термелээри көрүнүп турат. Ар башка чекиттердин термелүү кулачы ар башкача. Мисалы 4-чекит а, б кесиндилеринин чегинде термелет. Туруучу толкундагы бөлүкчөлөрдүн термелүү амплитудасы алардын координатынан көз каранды, бирок убакыттан көз каранды эмес:



10.7-сүрөт

$$A_0 = 2A \left| \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right|. \quad (10.22)$$

Мында амплитуда дайыма оң мааниге ээ болгондуктан, модулдун белгиси коюлуп жатат.

Туруучу толкунда дайыма кыймылсыз абалда болуучу чекиттер кезигет. Мындай мүнөздүү чекиттер жылышуу түйүндөрү деп аталат. Алардын абалы төмөнкүдөй шарттан аныкталат.

$$A_0 = 2A \left| \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 0$$

же $\cos \left| \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 0$.

Бул теңдеме $\frac{2\pi x}{\lambda}$ аргументинин төмөнкүдөй маанилеринде канагаттандырылат:

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm \pi \left(k + \frac{1}{2} \right), \text{ мында } k = 0, 1, 2, 3, \dots \text{ Мындан } x \text{ ти табабыз:}$$

$$x = \pm \frac{\lambda}{2} \left(k + \frac{1}{2} \right).$$

Ошентип, координаттары $x = \pm \frac{\lambda}{4}, \pm \frac{3\lambda}{4}, \pm \frac{5\lambda}{4}, \dots$ болгон чекиттер жылышуу түйүндөрү деп аталат. Жанаша жайгашкан түйүндөрдүн ортосундагы аралык $\frac{\lambda}{2}$ ге барабар.

Толкундун эн чоң амплитудалар менен термелген чекиттери жылышуу чачылмасы деп аталат. Бул чекиттердин координаттары төмөнкүдөй шарттан аныкталат:

$$A_0 = 2A \left| \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 2A,$$

же $\cos \left| \frac{2\pi x}{\lambda} \right| = 1$.

Бул теңдеме $\frac{2\pi x}{\lambda}$ аргументинин $\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm k\pi$ (мында $k = 0, 1, 2$) маанилеринде канагаттандырууга ээ болот. Мындан x ти тапсак

$$x = \pm k \frac{\lambda}{2}.$$

Ошентип, эң чоң амплитудага координаттары $x=0$, $x = \pm \frac{\lambda}{2}, \pm \frac{2\lambda}{2}, \dots$ болгон чекиттер ээ болушат. Жанаша жат-

кан эки чачылманын ортосундагы аралык $\frac{\lambda}{2}$ барабар,

10.8-сүрөтүндө туруучу толкундагы термелүүлөрдүн амплитудаларынын бөлүштүрүлүш графиги көргөзүлгөн (10.22 чи формулага тиешелүү).

10.9-сүрөтүндө көргөзүлгөн туруучу толкундар графиги шарттуу мүнөзгө ээ; Анда туруучу толкун пайда болгон чөйрөнүн ар кандай чекиттери кандай чекте термелээри көргөзүлгөн. Бул графикте жылышуу түйүндөрү жана чачылмалары ачык көрсөтүлгөн.

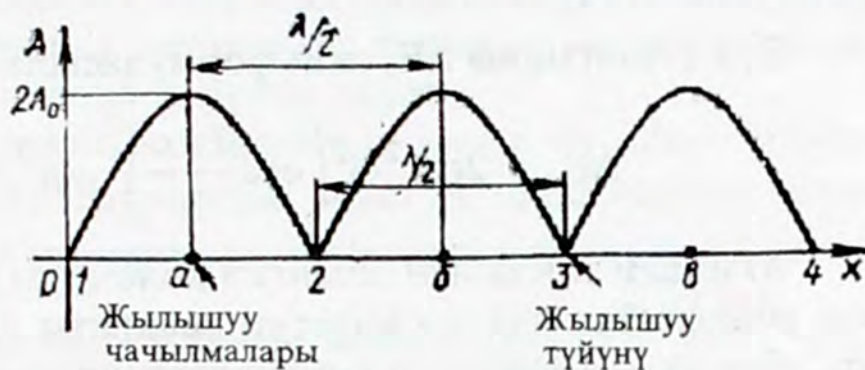
Туруучу толкундун кинетикалык жана потенциалдык энергиясы.

Узатасынан болуучу туруучу толкун байкалган чөйрөдөн бөлүкчөлөрдүн термелүү кыймылынын ылдамдыктарын бирдей, ал эми деформацияны бир тектүү деп алсак боло тургандай элементардык ΔV көлөмүн тандап алабыз. Тандап алынган көлөм

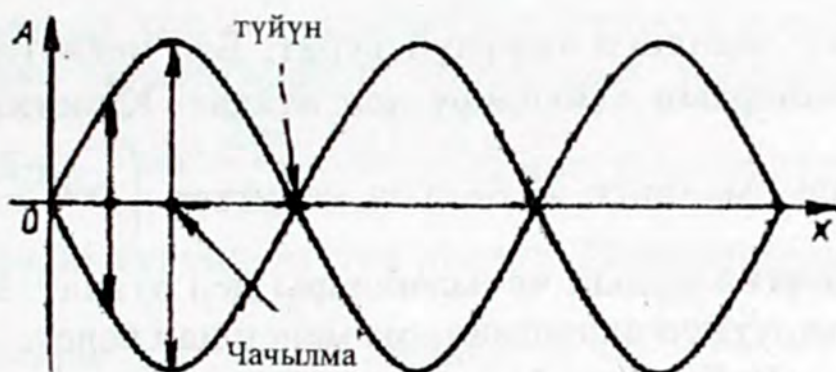
$$\Delta E_k = \frac{m}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 = \frac{\rho}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^2 \cdot \Delta V,$$

кинетикалык энергияга ээ болот. Туруучу толкун үчүн

$$\xi = 2A \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \omega t$$



10.8-сүрөт



10.9-сүрөт

болгондуктан,

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = 2A\omega \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \omega t.$$

Бул туюнтманы ΔE_k нын формуласына койсок

$$\Delta E_k = 2\rho A^2 \omega^2 \left(\cos \frac{2\pi x}{\lambda} \right)^2 \cos^2 \omega t \cdot \Delta V. \quad (10.23)$$

Мындан тандалып алынган көлөмдүн кинетикалык энергиясы убакыт боюнча косинустун квадраты сыяктуу өзгөрөөрү жана убакыттын каалагандай моментинде толкундун кинетикалык

энергиясы нөлгө барабар болгон чекиттердин $\left(\cos^2 \frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \right)$

бар экендиги көрүнүп турат. Бул чекиттер **кинетикалык энергиялардын түйүндөрү** деп аталат. Кинетикалык энергия ΔE_k эн

чоң мааниге ээ болгон чекиттер $\left(\cos^2 \frac{2\pi x}{\lambda} = 1 \right)$ **кинетикалык**

энергиялардын чачылмалары деп аталат. Мындай чекиттер жылышуунун чачылмалары менен дал келет.

Чөйрөнүн бөлүп алынган ΔV көлөмү потенциалдык энергиянын коруна ээ болот

$$\Delta E_p = \frac{E\varepsilon^2}{2} \Delta V = \frac{E}{2} \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 \Delta V.$$

Буга

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{4\pi A}{\lambda} \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \sin \omega t$$

туюнтмасын коюп жана $E = \vartheta^2 \rho$ экендигин эске алып төмөндөгүнү алабыз:

$$\Delta E_p = \frac{1}{2} \rho \vartheta^2 \frac{4A^2 4\pi^2}{\lambda^2} \sin^2 \frac{2\pi x}{\lambda} \sin^2 \omega t \cdot \Delta V.$$

Мындан $\vartheta = \lambda v$, $2\pi v = \omega$ экендигин эске алып, акырында

$$\Delta E_{\text{п}} = 2\rho A^2 \omega^2 \sin^2 \frac{2\pi x}{\lambda} \sin^2 \omega t \cdot \Delta V \quad (10.24)$$

катнашын алабыз. Мындан каралган көлөмдөгү потенциалдык энергия да убакыт боюнча өзгөрөөрү, бирок ал синустун квадратынын законуна баш иери көрүнүп турат.

Убакыттын кинетикалык энергиясы нөлгө барабар моменттеринде ($\cos \omega t = 0$) потенциалдык энергия максимумга жетет ($\sin \omega t = 1$). Бул болсо термелүүнүн кинетикалык жана потенциалдык энергиялары убакыт боюнча чейрек мезгилге $\left(\frac{T}{4}\right)$ жылышкандыгын билгизет.

Потенциалдык энергия убакыттан эле эмес, бөлүнүп алынган көлөмдүн абалынан да көз каранды болот. Туруучу толкун убакыттын каалагандай моментинде потенциалдык энергиясы

нөлгө барабар чекиттерге $\left(\sin^2 \frac{2\pi x}{\lambda} = 0\right)$ ээ болот. Бул чекиттер

потенциалдык энергиянын түйүндөрү деп аталат. **Потенциалдык**

энергиянын чачылмалары да орун алышат $\left(\sin^2 \frac{2\pi x}{\lambda} = 1\right)$.

(10.23) жана (10.24) тү салыштырып, потенциалдык энергиялардын түйүндөрү кинетикалык энергиялардын чачылмалары менен дал келет деген жыйынтыкка келебиз. Тескерисинче, потенциалдык энергиянын чачылмалары кинетикалык энергиянын түйүндөрү менен дал келишет. 10.10-сүрөтүндө кинетикалык жана потенциалдык энергиялардын амплитудаларынын

$$\left(\Delta E_{\text{р,амп}} = 2\rho A^2 \omega^2 \cos^2 \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \Delta V\right)$$

жана

$$\left(\Delta E_{\text{р,амп}} = 2\rho A^2 \omega^2 \sin^2 \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \Delta V\right)$$

бөлүштүрүлүшүнүн графиги көрсөтүлгөн.

Графиктен кинетикалык энергиянын түйүндөрү жана потенциалдык энергиянын чачылмалары мейкиндикте чейрек ($\lambda/4$) толкун узундугуна жылышкандыгы көрүнүп турат.

Ошентип, бир өлчөмдүү жалпак толкундардан айырмаланып туруучу толкундардын кинетикалык жана потенциалдык энергиялары убакыт боюнча гана эмес $\left(\left(\frac{T}{4} \right) \text{кө} \right)$, мейкиндикте да $\left(\left(\frac{\lambda}{4} \right) \text{кө} \right)$ жылышат.

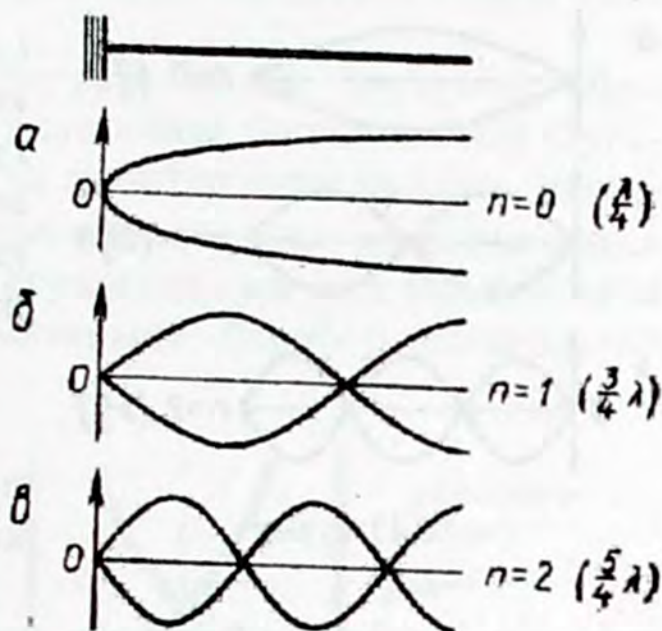
1.8. Чектелген туташ чөйрөнүн өздүк термелүүсү

Чектелген чөйрөлөр (баштары бош же бекитилген таякчанын кесиндиси, кыл, тактача ж.б.у.с.) бөлүштүрүлгөн өлчөмөлөргө ээ термелүүчү системалар болуп эспетелишет. Мындай системалардагы формасы чөйрөнүн чегинен, чагылуунун шартынан көз каранды туруучу толкундардын пайда болушу өздүк термелүүлөр менен байланышкан. Системаны дүүлүктүрүү үчүн анын кандайдыр бир бөлүгүнө кыска убакытта аракет этүү керек (чертүү, согуу ж.б.у.с.). Мындай аракеттин натыйжасында пайда болгон толкун импульсу мүмкүн болгон бардык багыт боюнча таралат. Чөйрө чектелген өлчөмгө ээ болгондуктан, пайда болгон толкун чөйрөнүн чек арасына жетип чагылат. Башкача айтканда, толкун чектелген чөйрөнүн ичинде “камалгандай” болуп калат.

Таралган жана чагылган толкундардын катталышынан пайда болгон туруучу толкундардын түйүндөрүнүн жана чачылмаларынын жайланышы чөйрөнүн чек арасындагы чагылуу шартынан көз каранды болот. Туруучу толкундар тышкы аракет токтогондон кийин да, бир канча убакытка чейин байкалып турат. Алардын байланышынын узактыгы гистерезис жана энергияны курчап турган мейкиндикке нурлантуу менен байланышкан жоготуулардан көз каранды болот. Бул учурда туруучу толкундар өзүнөн-өзү болуп тургандыктан (б.а., тышкы күчтүн аракети жок кезде эле), алар менен байланышкан чектелген системанын термелиши (таякча, кыл ж.б.) өздүк термелүү деп аталат. Жоготуулардын натыйжасында системалардын өздүк термелүүлөрү өчүүчү болуп калышат.

Эгерде система n эркин даража санына ээ болсо, анда ал n өздүк жыштыгына ээ болот. Чектелген туташ чөйрө чексиз көп эркин даража санына ээ болгондуктан (термелген чекиттери чексиз көп), мындай системалар чексиз көп өздүк жыштыгына ээ болуулары керек.

Бир учу бекитилген таякчанын өздүк термелүүсүн карайбыз (10.10-сүр.). Эгерде балка менен согуп, таякчада узатасынан же туурасынан болуучу толкунду пайда кылсак, анда туруучу толкундар пайда болот жана таякчанын бекитилген учунда жылышуунун түйүнү, бош жагында чачылмалары жайланышат. Бул шарт чексиз көп ыкмалар менен канагаттандырылышы мүмкүн. Бул шарт эң эле мурда таякчанын l узундугуна



10.10-сүрөт

чейрек толкун узундугу жайланышканда аткарылат (10.10.а-сүр.). Анын аткарылышы l узундугуна толкун узундугунун төрттөн үчү (10.10.б-сүр), төрттөн беши (10.10.в-сүр.) же жалпы учурду алсак $(2n+1)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) чейреги жайланышканда ишке ашат. Ар бир учур үчүн өзүнчө термелүүнүн жыштыгы туура келет. Ошентип мында таякча чексиз көп өздүк жыштыгына ээ болот. Алар үчүн төмөндөгүдөй катнаш орун алат:

$$(2n+1) \frac{\lambda_n}{4} = l,$$

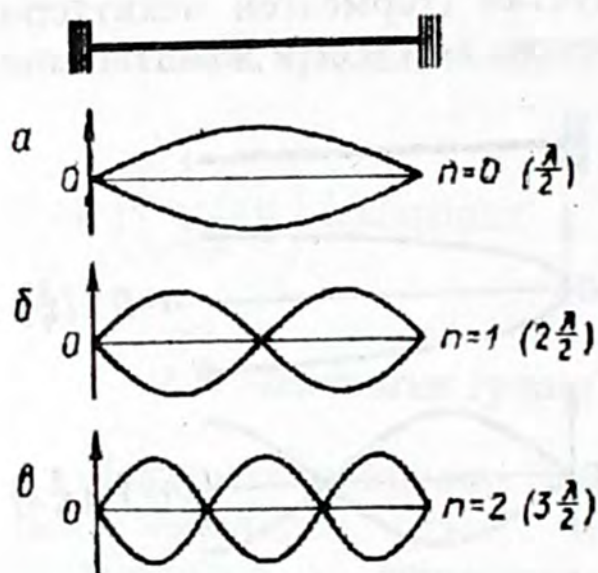
же

$$\lambda_n = \frac{4l}{2n+1}.$$

Мындан таякчанын (дисперсия жок кезиндеги) өздүк жыштыгын таап алсак болот:

$$v_n = \frac{g}{\lambda_n} = \frac{g(2n+1)}{4l}, \quad (10.25)$$

мында ϑ – таякчадагы серпилгич толкундардын таралуу ылдамдыгы.



10.11-сүрөт

$n = 0$ болгондо жыштык $\nu_0 = \frac{\vartheta}{4\ell}$. Бул жыштыкты негизги

(акустикада негизги тон), калган кийинкилерин (жогорураактарын) **гармоникалар** (же обертондор) деп аташат. (10.25) тен гармоникалардын жыштыгы ν_0 го эселенээри көрүнүп турат:

$$\nu_n = \nu_0(2n + 1). \quad (10.26)$$

Демек, биринчи гармониканын жыштыгы $\nu_1 = 3\nu_0$, экинчиники $\nu_2 = 5\nu_0$ ж.б.у.с. болот экен.

Эгерде таякчаны (кыл сыяктуу) эки учунан тең бекитсек, анда өздүк термелүүлөрдүн толкун узундуктары жана жыштыктары төмөнкүдөй катнаш боюнча аныкталат (10.11-сүр.):

$$k \cdot \frac{\lambda_k}{2} = \ell, \quad k = 1, 2, 3, \dots, \quad (10.27)$$

$$\nu_k = \frac{\vartheta}{\lambda_k} = \frac{\vartheta}{2\ell} k$$

Негизги жыштык $\nu_1 = \frac{\vartheta}{2\ell}$ таякчаны бекитүүнүн биринчи ыкмасын колдонгондогуга караганда эки эсеге чоң. Гармоникалар негизги жыштыкка эселенип турушат

$$\nu_k = k\nu_1.$$

Таякчаны дүүлүктүргөндө амплитудасы эреже катарында гармониканын номеринин өсүшү менен кичирейген бардык жыштыктагы термелүүлөр пайда болот. Бирок гармоникалардын ортосунда амплитудалардын бөлүштүрүлүшү негизинен дүүлүктүрүү ыкмасы менен аныкталат.

Эгерде дүүлүктүрүү n гармониканын жыштыгына барабар жыштыктагы мезгилдүү күч тарабынан ишке ашырылса, анда система дал ушул жыштыкка күчөлөнөт, бул жыштыктагы термелүү эң чоң амплитудага ээ болуп, калган гармоникалардын жана негизги тондордун амплитудалары эске албай койсо боло тургандай кичине.

Каалагандай формадагы импульс менен дүүлүктүргөндө бардык жыштыктагы гармоникалар пайда болот, себеби Фурьенин теориясына ылайык импульс жыштыктары нөлдөн чексизге чейин өзгөргөн $0 \leq \nu \leq \infty$ гармоникалардын катталышынан турат. Ошондуктан импульстун курамында негизги тондун жана бардык обертондордун жыштыктарына барабар жыштыктар дайыма кезигет.

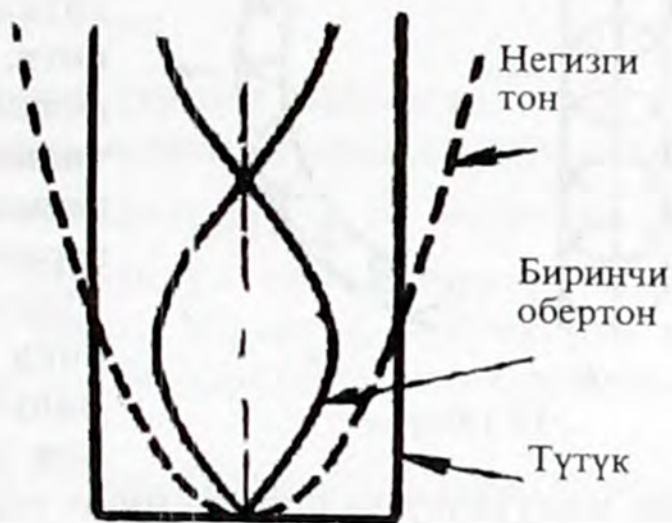
Кылдын термелиши эки учунан бекитилген таякчанын термелишине окшош. Болгону кылда толкундун таралуу ыл-

дамдыгы $\vartheta = \sqrt{\frac{E}{\mu}}$ форму-

ласы менен аныкталаарын эстеп коюшубуз керек. Түтүктөгү аба мамычасынын термелиши бир эле учу бекитилген таякчанын термелишине окшош

(10.12-сүр.). Түтүктүн ачык учуна туруучу толкундун чачылмасы жайланышат. Түтүктүн бул учундагы аба бөлүкчөлөрүнүн термелиши курчап турган аба бөлүкчөлөрүнүн термелишин пайда кылат. Натыйжада түтүктөн таралган толкун пайда болот. Ошентип, түтүк айлана-чөйрөгө тараган толкундун булагы болуп калат. Ошондуктан аба мамычасынын өздүк термелүүсү тез эле өчүп калат.

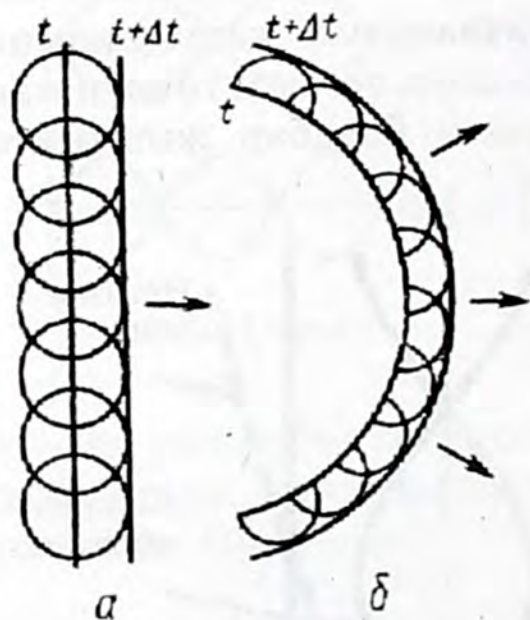
Биз бир өлчөмдүү термелүү системаларына мисал катарында таякчаны, кылды, түтүктөгү аба мамычасын карадык. Мындай системалардагы туруучу толкундардын түйүндөрү жана чачылмалары чекиттер (кыл) же системанын узатасынан жайла-



10.12-сүрөт

нйшкан огуна перпендикулярдуу тегиздиктер (таякча, аба мамычасы) болушат.

§ 1.9. Гюйгенстин жана Гюйгенс-Френелдин принциптери. Толкундардын чагылуу жана сынуу закондору. Дифракция



10.13-сүрөт

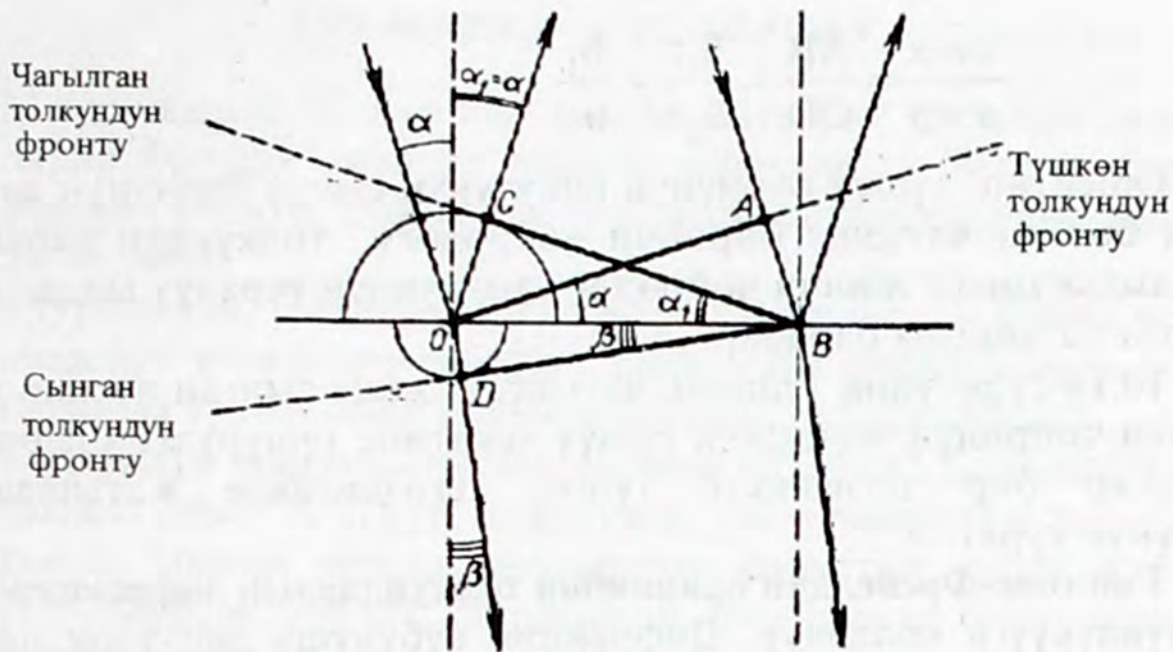
1690-жылы Гюйгенс толкундардын таралышын жана тажрыйбадан белгилүү болгон чагылуу жана сынуу закондорун түшүндүрүүгө өбөлгө түзгөн принциптин айткан: толкун чегинин ар бир чекити, жануучулары толкундун чегинин жаңы абалын берүүчү экинчилик сфералык толкундардын жаңы булактары болушат. 10.13-сүрөтүндө жалпак жана сфералык толкундар үчүн убакыттын кийинки моменттериндеги толкундун жаңы чегин түзүү көргөзүлгөн. Бул түзүүдө сфералык толкундар-

дын жануучусу толкун чегинин толкун таралуу багытына туура келген жагынан алынган.

Гюйгенстин принциби эмне үчүн карама каршы багытта толкундар жок экендигин түшүндүрбөйт. Муну Френель Гюйгенстин принцибине төмөндөгүдөй кошумча киргизүү менен түшүндүргөн: Экинчилик сфералык толкундар когеренттүү болушкандыктан, өз ара интерференцияланышат. Френелдин кошумчасы менен Гюйгенстин принциби Гюйгенс-Френелдин принциби деп аталат.

Экинчилик сфералык толкундардын интерференциясынын натыйжасында толкундун таралуу багытын эске алуу менен түзүлгөн жануучуда жайланышкан чекиттерден башка бардык жерде жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасы нөлгө барабар болот.

Гюйгенстин принцибин толкундардын чагылышын жана сынуусун түшүндүрүүгө колдонуу.



10.14-сүрөт

Эки чөйрөнүн бөлүнүү чегине түшкөн жалпак толкунду карайлы (10.14-сүр.). Биринчи жана экинчи чөйрөдөгү толкундардын таралуу ылдамдыктарын тиешелүү түрдө ϑ_1 жана ϑ_2 аркылуу белгилейбиз. Түшкөн толкундун чеги бөлүнүү чегине жеткенде, бул чектин ар бир чекити каралган чөйрөлөрдө ар башка ылдамдыктар менен таралуучу сфералык толкундардын булагы болуп калышат.

А чекитинен таралган толкун кандайдыр бир t убактысында $AB = \vartheta_1 t$ аралыгын басып өтөт. Ушул эле убакытта O чекитинен чыгып, биринчи толкун менен чогуу тарала баштап, андан соң чагылган толкун ушундай эле аралыкты басып өтөт $OC = \vartheta_1 t$. Мындан $AB = OB \sin \alpha$ жана $OC = OB \sin \alpha$ болгондуктан,

$$\alpha_1 = \alpha,$$

б.а., чагылуу бурчу түшүү бурчуна барабар.

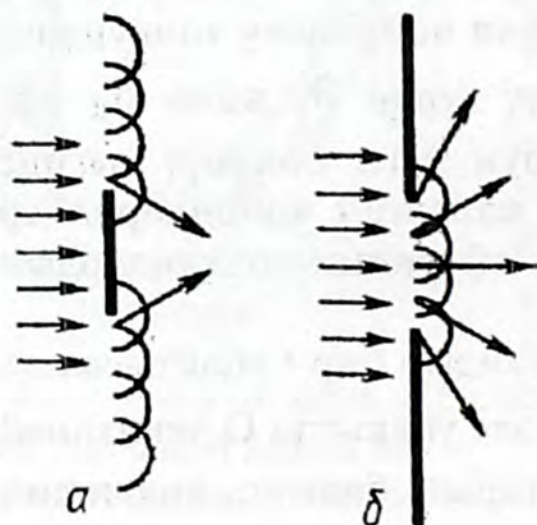
Эми $\vartheta_2 < \vartheta_1$ болгондо, толкундардын сынуусунун багыттары кандай болоорун карайбыз. Толкун A чекитинен B чекитине чейин жеткенче, сынган толкун экинчи чөйрөдө O чекитинен D чекитине чейин таралат. Сүрөттөн $OD = OB \sin \beta$, $AB = OB \sin \alpha$. Экинчи барабардыкты биринчисине бөлсөк:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{AB}{OD} = \frac{\vartheta_1 t}{\vartheta_2 t} = \frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}.$$

Ошентип, түшүү бурчунун синусунун сынуу бурчунун синусуна болгон катышы биринчи чөйрөдөгү толкундун таралуу ылдамдыгынын экинчи чөйрөдөгү толкундун таралуу ылдамдыгынын катышына барабар.

10.14-сүрөтүнөн түшкөн, чагылган жана сынган нурлар жана эки чөйрөнүн чегиндеги түшүү чекитине түшүрүлгөн перпендикуляр бир тегиздикте түшүү тегиздигинде жатышаары көрүнүп турат.

Гюйгенс-Френелдин принцибин толкундардын дифракциясын түшүндүрүүгө колдонуу. Дифракция кубулушу деп толкундардын өлчөмдөрү алардын узундугуна жакын болгон тоскоолдуктарды айланып өтүшүн айтабыз (10.15а-сүрөт).



10.15-сүрөт

Таралыштын түз сызыктуулугунун бузулушу толкундар өлчөмдөрү алардын узундугуна жакын болгон кичинекей көзөнөк аркылуу өткөндө да байкалат (10.15-сүр.): толкун көлөкөдөгү аймакка таралат. Гюйгенстин принцибине ылайык толкун чегинин ачык бөлүгүнүн ар бир чекити өз алдынча булак болуу менен, толкундарды туш тарапка, анын ичинде көлөкөдөгү аймакка да таратат. Ошентип Гюйгенстин принцибине ылайык тоскоолдуктардагы дифракция дайыма байкалышы керек.

Бирок тажрыйба дайыма эле ушундай болорун далилдебейт. Айланып өтүү качан гана тоскоолдуктун өлчөмү толкундун узундугуна жакын болгондо байкалат. Муну Гюйгенс-Френелдин принциби менен түшүндүрсөк болот. Тоскоолдуктун өлчөмдөрү чоң болгондо, көлөкөдөгү аймакка таралган экинчилик толкундарынын катталышы алардын бири-бирин толугу менен “өчүрүшүнө” алып келет. Эгерде тоскоолдуктун өлчөмү толкундун узундугуна салыштырмалуу кичине болсо, мындай өчүрүшүү болбойт.

Текшерүү суроолору

1. Механикалык толкун деп эмнени айтабыз? Чөйрөдө толкун пайда болушу үчүн ал кандай касиетке ээ болушу керек? Жалпак толкун, туруучу толкун жана синусоидалдык толкун деген эмне?
2. Туурасынан, узатасынан болуучу толкундардан башка механикалык толкундар болобу? Эмне үчүн суюктуктарда жана газдарда туурасынан болуучу толкундар байкалбайт?
3. Толкундун ылдамдыгы деп эмнени айтабыз? Толкундун ылдамдыгынын Юнгдун модулуна жана чөйрөнүн тыгыздыгынан болгон көз карандылыгын сапаттык түрдө кантип түшүндүрсөк болот? Туурасынан, узатасынан болуучу жана беттик толкундар үчүн формулаларды жазгыла.
4. Толкун узундугу деп эмнени айтабыз? Дисперсиялык катнашты жазып, анын кантип алынаарын түшүндүргүлө.
5. Толкундардын дисперсиясы деп эмнени айтабыз? Нормалдык жана аномалдык дисперсия деп эмнени айтабыз?
6. Толкундун чеги, бети, нур деген эмне? Кандай толкундар жалпак, сфералык деп аталышат. Кандай толкундар бир өлчөмдүү, эки өлчөмдүү, үч өлчөмдүү деп аталышат?
7. Жалпак толкундун теңдемесин чыгаргыла. Толкундун бир фазада термелишкен жанаша эки чекиттин ортосундагы аралык эмнеге барабар?
8. Фазалык жана топтук ылдамдыктар деп эмнени айтабыз? Кайсы учурда алар дал келишет? Топтук жана фазалык ылдамдыктардын ортосундагы байланыштын катнашын чыгаргыла.
9. Чөйрөнүн кичинекей көлөмүндөгү синусоидалык толкун үчүн кинетикалык, потенциалдык жана толук энергиялардын туюнтмаларын жазгыла.
10. Эмне үчүн толкун энергияны ташый алат? Энергиянын агымы, агымынын тыгыздыгы деп эмнелерди айтабыз?
11. Суперпозиция принциби деген эмне жана аны колдонуу чеги кандай?
12. Интерференция деп эмнени айтабыз? Кандай толкундар интерференциялана алышат? Толкундардын когеренттүүлүк шарттарын атагыла.

13. Туруучу толкундар кантип пайда болушат? Жылышуу түйүнү, чачылмасы деп эмнелерди айтабыз? Туруучу толкунду жалпак толкундан айырмалоочу касиеттерди санагыла. Эмне үчүн туруучу толкун энергияны ташыбайт?
14. Эмне үчүн чектелген туташ чөйрөнүн өздүк термелүүлөрү туруучу толкундардын пайда болушу менен байланышкан (кылдын мисалында)? Эркин термелген кыл канча өздүк жыштыгына ээ? Гармоникалардын жыштыктары негизги жыштык менен кандайча байланышкан?
15. Гюйгенстин, Гюйгенс-Френелдин принциптери деп эмнелерди айтабыз? Гюйгенстин принцибинин жардамы менен толкундардын чагылуу жана сынуу закондорун түшүндүргүлө. Эмне үчүн жалгыз Гюйгенстин принцибинин жардамы менен толкундардын дифракциясын түшүндүрүүгө болбойт?

§ 2. Акустика

Абада таралган жыштыгы 20 – 20000 Гц чегинде өзгөргөн серпилгич толкундар адамдын кулагына жеткенде үндү угууну пайда кылат. Ошондуктан мындай толкундарды үн толкундары деп аташат. **Акустика** (гректин “акустика” – угуу деген сөзүнөн алынган) деп үн жөнүндөгү илимди айтабыз. Бирок азыркы учурда акустика адамдын кулагы кабылдай албаган жана жеке эле абада эмес каалагандай башка чөйрөдө таралуучу механикалык толкундарды да изилдөөдө. Жыштыгы 20 Гц тен төмөн үндөр инфраүн, 20000 Гц тен жогору – ультраүн деп аталат. Эскерте кетүүчү нерсе, суюктуктардагы жана газдардагы үн толкундары узатасынан болуучу толкундардан болушат.

2.1. Үн толкунунун ылдамдыгы

Узатасынан болуучу толкундардын серпилгич чөйрөдө таралыш ылдамдыгы төмөнкүдөй формула менен аныкталат:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (10.28)$$

Юнгдун модулу E узундугу ℓ ге барабар, серпилгич таякчанын деформациясынан табылат:

$$E = -\frac{P_n}{\varepsilon} = -\frac{P_n}{\frac{\Delta \ell}{\ell}},$$

мында P_n – таякчадагы серпилгичтик чыңалуусу,

$$\frac{\Delta \ell}{\ell} = \varepsilon \quad \text{салыштырма узаруу.}$$

Газ мамычасы үчүн P_n газдын кысылышын пайда кылган кошумча (ашыкча) басым Δp менен алмаштырылышы керек, ал эми газдын мамычасы өзүнүн узундугу боюнча эле кысылгандыктан (толкундун таралуу багытын бойлото) салыштырма узаруу $\frac{\Delta \ell}{\ell}$ ди салыштырма көлөмдүк деформация $\frac{\Delta V}{V}$ менен алмаштыруу керек. Ошентип газ үчүн

$$E = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta V}{V}}. \quad (10.29)$$

(10.28) формуласын чыгарууда чөйрө бөлүктөрүнүн кысылуусу жана чоюлуусу температурадан көз каранды эмес деп божомолдонду. Катуу заттардын жылуулук өткөрүмдүүлүгү чоң болгондуктан, алар үчүн мындай божомолдоо негиздүү. Газдардын жылуулук өткөрүмдүүлүгү бир топ эле начар, ошондуктан чөйрөнүн кысылган (ысыган) жана суюлган (муздаган) бөлүктөрү жылуулукту алмашууга үлгүрүшпөйт да, газдын серпилгичтүүлүгү өсөт. Газдын кысылуусу жана суюлуусу адиабаттык түрдө, б.а., жылуулукту алмашуусуз болот деген божомолдоо чындыкка жакыныраак болот. Газ адиабаттык түрдө кысылгандагы E нин маанисин (10.29) формуласын колдонуп табалыз. Алгач

$$E = -V \frac{\Delta p}{\Delta V}$$

деп жазып алабыз. Өсүндүлөрдү дифференциалдар менен алмаштырабыз

$$E = -V \frac{dp}{dV}. \quad (10.30)$$

$\frac{dp}{dV}$ туундусун адиабаттык процесс үчүн орун алган Пуассондун

$$pV^\gamma = \text{const}, \quad (10.31)$$

тендемесинен табабыз, мында $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ – турактуу басым кезиндеги жылуулук сыйымдуулугунун турактуу көлөм кезиндеги жылуулук сыйымдуулугуна болгон катышы.

Пуассондун тендемесин V боюнча дифференциалдап, төмөндөгүгө ээ болобуз:

$$\frac{dp}{dV} V^\gamma + p\gamma V^{\gamma-1} = 0.$$

Мындан

$$\frac{dp}{dV} = -\frac{\gamma p}{V}. \quad (10.32)$$

Бул туюнтманы (10.30) га койсок

$$E = \gamma p.$$

Анда үндүн ылдамдыгынын формуласы (10.28)

$$\vartheta = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}, \quad (10.33)$$

түрүнө ээ болот. Бул формуланын курамында басым p нын болгонуна карабастан, үндүн ылдамдыгы газдын басымынан көз каранды болбойт. Чындыгында эле (10.33) төн басымдын ордуна анын ойдогудай газдын абалынын тендемесинен ($pV = RT$, мында V – бир киломоль газдын көлөмү, T – абсолюттук температура) алынган туюнтмасын коюп жана μ молекулярдык масса экенин эске алып, газдардагы үндүн ылдамдыгы үчүн төмөнкүдөй формуланы алабыз:

$$\vartheta = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}. \quad (10.34)$$

мындан үндүн ылдамдыгы газдын басымынан көз каранды болбостугу, бирок \sqrt{T} га пропорционалдуу болоору көрүнүп турат (γ , R , μ чоңдуктары берилген газ үчүн турактуу болушат).

2.2. Ашыкча үн басымы

Газда (суюктукта) таралган үн кысылуу жана суюлуу аймактарын пайда кылат. Бул аймактардагы басым дүүлүкпөгөн газдын басымы p га салыштырмалуу Δp га чоңоет же азаят. Δp чоңдугу ашыкча үн басымы деп аталат. Газ үчүн бул чоңдук (10.32) катнашынан аныкталат:

$$dp = -\frac{\gamma p}{V} dV,$$

мында p – дүүлүкпөгөн чөйрөдөгү басым, V – газдын элементардык бөлүгүнүн көлөмү (толкун узундугуна салыштырмалуу

кичине), $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$. Көлөмдүн салыштырмалуу өзгөрүүсүн $\frac{dV}{V}$

бөлүкчөлөрдүн салыштырма жылышуусу менен алмаштырсак болоору жогоруда айтылгандан көрүнүп турат. Анда

$$dp = -\gamma p \frac{d\xi}{dx} \quad (10.35)$$

жалпак толкундун теңдемесин $\left(\xi = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{g} \right) \right)$ x боюнча

дифференциалдап, табылган $\frac{d\xi}{dx}$ туюнтмасын (10.35) ке коебуз

$$dp = \frac{\gamma p A \omega}{g} \cos \omega \left(t - \frac{x}{g} \right),$$

мындан γp нын ордуна анын үндүн ылдамдыгынын формуласы-

нан $\left(g = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} \right)$ табылган маанисин коюп, dp дифференциалын

Δp өсүндүсү менен алмаштырып, ашыкча басымдын мейкиндикте жана убакыт боюнча өзгөрүү законун алабыз:

$$\Delta p = \rho A \omega \cos\left(t - \frac{x}{g}\right). \quad (10.36)$$

Бул формуладагы косинустун алдындагы көбөйтүүчү ашыкча үн басымынын амплитудасын берет

$$p_0 = \rho g A \omega. \quad (10.37)$$

Демек, ашыкча үн басымынын амплитудасы **чөйрөнүн** (ρ, g) жана толкундун (A, ω) мүнөздөмөлөрүнөн көз каранды болот экен. Чөйрөнүн касиетинен гана көз каранды

$$\rho g = r_a, \quad (10.38)$$

көбөйтүүчүсү салыштырма **акустикалык каршылык** деп аталып, **акустикалык Ом** менен өлчөнөт.

Салыштырма акустикалык каршылык түшүнүгүн колдонуп, ашыкча үн басымынын амплитудасын

$$p_0 = r_a A \omega, \quad (10.39)$$

түрүндө жазып алсак болот.

Үн бир чөйрөдөн экинчи чөйрөгө өткөндө, жыштык ω жана ашыкча басымдын амплитудасы p_0 өзгөрбөйт. Бирок бул учурда акустикалык каршылык r_a өзгөргөндүктөн, бөлүкчөлөрдүн термелүү амплитудасы өзгөрүшү керек. Мисалы үн тыгыздыгы аз чөйрөдөн тыгыздыгы чоң чөйрөгө өткөндө, A амплитудасы салыштырма акустикалык каршылык канчалык чоңойсо, ошончолук азаят.

Ашыкча үн басымын аныктоочу (10.36) формуласында

$$u = \frac{d\xi}{dt} = A \omega \cos \omega \left(t - \frac{x}{g} \right) \quad \text{толкун процессине катышкан чөйрө}$$

бөлүкчөлөрүнүн ылдамдыгы u ну берет.

Анда (10.36) ны

$$\Delta p = \rho g u = r_a u, \quad (10.40)$$

түрүндө жазып алсак болот.

Ошентип ашыкча үн басымы чөйрөнүн салыштырма акустикалык каршылыгын бөлүкчөлөрдүн термелүү кыймылынын ылдамдыгына көбөйткөнгө барабар экен.

2.3. Үн мүнөздөмөлөрү

Үн физикалык чоңдуктардын эки системасы менен мүнөздөлөт: адамдын үндү кабыл алуу өзгөчөлүгүнөн көз каранды эмес (объективдүү) жана тескерисинче, үндү кабыл алууга негизделген (субъективдүү) мүнөздөмөлөр.

Үндүн объективдүү мүнөздөмөлөрү. Буларга каалагандай толкундук процессти сүрөттөөдө колдонулган физикалык чоңдуктар кирет: 1) үн жыштыгы ν ; 2) энергия агымынын тыгыздыгы (же үндүн интенсивдүүлүгү);

Үндүн интенсивдүүлүгү чөйрө бөлүкчөлөрүнүн термелүү жыштыгына жана амплитудасынын квадратына пропорциялаш болуп,

$$I = \frac{1}{2} \rho A^2 \omega^2 \vartheta,$$

формуласы менен эсептелет. Бул формуланы ашыкча басымдын амплитудасы (10.37) жана акустикалык каршылык түшүнүктөрүн колдонуп жазабыз:

$$I = \frac{1}{2} \frac{p_0^2}{r_a}. \quad (10.41)$$

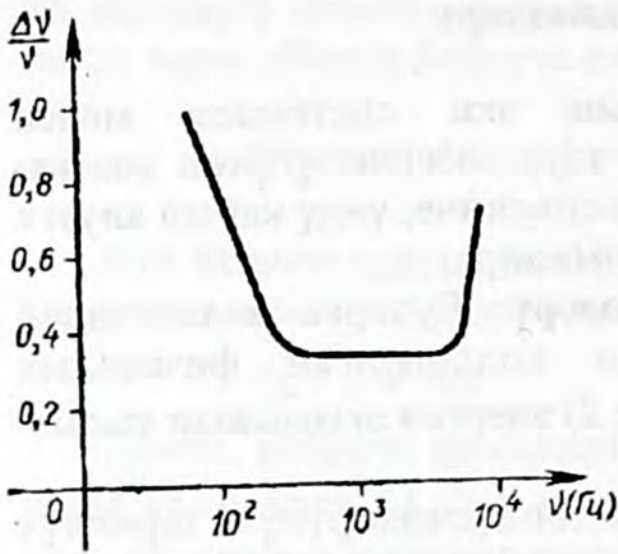
Ошентип, үндүн интенсивдүүлүгү ашыкча басымдын амплитудасынын квадратына түз, ал эми акустикалык каршылыкка тескери пропорциялаш.

Үндүн спектралдык курамы берилген үн кандай жыштыктагы термелүүлөрдөн тураарын жана амплитудалар ар бир түзүүчүлөрдүн ортосунда кандайча бөлүштүрүлгөндүгүн көргөзөт. Мисалы, аккорд сызыктуу спектрге, чуу туташ спектрге ээ.

Үндүн субъективдүү мүнөздөмөлөрү. Буларга үндүн бийиктиги, катуулугу жана тембри кирет.

Тондун бийиктиги – бул үн жыштыгынын субъективдүү бааланышы. Жыштык канчалык чоң болсо, кабыл алынган үн тону ошончолук бийик. Бирок кулактын үндү жыштыгы боюнча ажыратуусу жыштыктан көз каранды болот.

10.16-сүрөтүндө адам тон бийиктигинин өзгөрүшүн жыштыктан айырмалай ала турган кездеги үн жыштыгынын салыш-



10.16-сүрөт

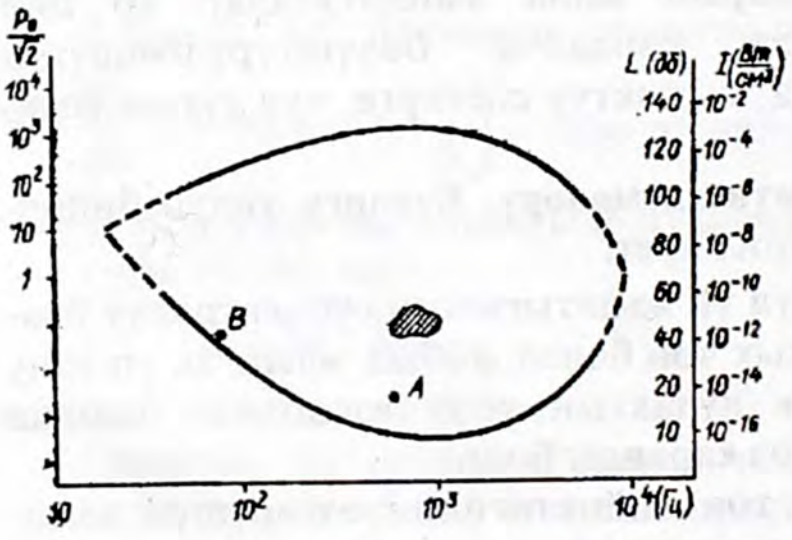
тырма өзгөрүшү $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ нун тажрыйбадан алынган графиги көрсөтүлгөн. Кичине жана чоң жыштыктарда үн жыштыгынын өзгөрүшү кулак тондун өзгөрүшүн сезгендей жетишээрлик мааниге ээ болушу керек. 600 дөн 1000 Герцке чейинки жыштыкта (кулак эң жакшы кабылдаган жыштыктардын өзгөрүү аймагы) жыштыктын бул салыштырма өзгөрүүсү эң

кичине мааниге ээ болот ($\Delta\nu/\nu = 0,3$).

Үндүн катуулугу үн интенсивдүүлүгүн субъективдүү баалонун жыйынтыгы болуп эсептелет. Интенсивдүүлүктү кабылдоо үндүн жыштыгынан көз каранды болот. Кээде кандайдыр бир жыштыктагы чоң интенсивдүүлүктөгү үн башка жыштыктагы кичине интенсивдүүлүктөгү үндөн акырыныраак угулуп калышы мүмкүн.

Тажрыйба ар бир жыштык үчүн үндүн угулуу аймагында (20–20·10³ Гц) угулуунун босогосу болоорун көргөзөт. Бул эң кичинекей интенсивдүүлүк, андан кичине болгондо кулак үндү укпайт. Тажрыйбадан ар бир жыштык үчүн **ооруу сезиминин босогосу** бар экендигин билебиз. Үн интенсивдүүлүгү ооруу сезиминин босогосунан чоң болгондо, кулак ооруй баштап, ал

ден соолукка зыяндуу. Угуунун жана ооруу сезиминин босоголоруна тиешелүү чекиттер жыйындысынын эки ийри сызыгы түзгөн диаграмма 10.17-сүрөтүндө көргөзүлгөн. Диаграммада бул ийри сызыктар кесилишкенге чейин үзүлмө сызык аркылуу улантылды.



10.17-сүрөт

Бул ийри сызыктар менен чектелген аймак **угулуу аймагы** деп аталат. Сүйлөшкөндөгү үн бул аймактын кичинекей бөлүгү ээлейт. (10.17-сүрөтүндө чиймеленген аймак). Диаграммадан А чекитине туура келген аз интенсивдүүлүктөгү үн В чекитине туура келген чоң интенсивдүүлүктөгү үнгө караганда катуурак угулаары көрүнүп турат, себеби А чекити угулуу босогосунан В чекитине караганда алысыраак жайланышкан.

Диаграммадан адамдын кулагы интенсивдүүлүктөрү 10 эсе айырмаланган үндөрдү кабылдоого жөндөмдүү экени көрүнүп турат. Адам жараткан бир дагы курал өлчөөчү чоңдуктун өзгөрүшүнүн мындай чоң диапазонна ээ эмес. Тажрыйбадан үн интенсивдүүлүгүнүн субъективдүү бааланышынын жыйынтыгы үн катуулугу, үн интенсивдүүлүгүнө караганда жайыраак өсөөрүн билебиз. Үн интенсивдүүлүгү геометриялык прогрессия боюнча өскөндө, катуулук болжол менен арифметикалык прогрессия боюнча, б.а., түз сызыктуу өсөт. Ошондуктан катуулукту үндүн интенсивдүүлүгү I менен баштапкы катарында алынган кандайдыр бир интенсивдүүлүк I_0 дун катышынын ондук логарифмасы катарында аныктоо максатка ылайык болот:

$$L = \lg \frac{I}{I_0}. \quad (10.42)$$

Баштапкы катарында $I_0 = 10^{-9} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^2 \cdot \text{с}}$ барабар интенсивдүүлүк алынат. Бул – 1000 Гц жыштыктагы угуу босогосунун интенсивдүүлүгү. Бул интенсивдүүлүккө тиешелүү үн катуулугу нөлгө барабар (үн кабыл алынбайт).

Катуулук L дин бирдиги **Бел** деп аталат. Адатта, үн катуулугу децибел (дБ) аркылуу туюнтулат, бул бирдикти **фон** деп да аташат:

$$1 \text{ Бел} = 10 \text{ дБ (фон)}$$

Эгерде катуулук децибел менен туюнтулса, (10.42) формуласы

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0}, \quad (10.43)$$

түрүндө жазылат. Адамдын кулагы кабылдаган үндүн бардык диапазонна үн катуулугунун 0 дөн 130 дБ ге чейинки мааниси туура келет. 10.1 таблицасында кээ бир үндөрдүн катуулуктары көргөзүлдү.

Үндөр	Катуулук (дБ)	Интенсивдүүлүк $\left(\frac{\text{эрг}}{\text{см}^2\text{с}}\right)$
Сааттын чыкылдашы	20	10^{-7}
1 м аралыктагы шыбыр	30	10^{-6}
Акырын сүйлөшүү	40	10^{-5}
Катуу сүйлөшүү	70	10^{-2}
Кыйкырык	80	10^{-1}
Самолеттун кыймылдаткычы- нын үнү (3 м аралыкта)	130	10^4

Тембр – үндүн спектралдык курамынын субъективдик баасы. Эң эле жөнөкөй үн болуп таза тон (таза үн) эсептелет. Таза үн деп жөнөкөй гармоникалык (синусоидалык) термелүүнү кабылдоодо пайда болгон угуу сезимин айтабыз. Татаал үндөр тондордун аралашмасы, б.а., жыштыктары $\nu, 2\nu, 3\nu, \dots$ болгон таза тондордун катталыш жыйынтыгы болуп эсептелет. Үн бийиктиги негизги жыштык ν менен аныкталат. Гармоникалар (обертондор) $2\nu, 3\nu, 4\nu, \dots$ жыштыктары үндүн тембрин түзүшөт.

Аккорд – бул бир эле мезгилде эки же бир нече таза тондордун угулушу. Ал жагымдуу – консонанс же жагымсыз – диссонанс сезимдерин пайда кылышы мүмкүн.

Чуу. Чуу деп спектри жыштыктардын кандайдыр бир аймагында үзгүлтүксүз мааниге ээ болгон үндөрдүн мезгилге ээ эмес татаал кошулмасын айтабыз.

§ 2.4. Үндүн өчүшү

Реалдык чөйрөлөр (аба, суу ж.б.) илээшкектикке ээ болушат. Ошондуктан чөйрөнүн термелген бөлүкчөлөрүнүн кинетикалык энергиясы илээшкектүү сүрүлүүнүн натыйжасында акырындап чачылып жок болот. Ошентип толкун тараган кезде, ал ташыган энергиянын азайышы (мисалы үндүн өчүшү) ушуну менен

түшүндүрүлөт. Тажрыйба үндүн интенсивдүүлүгү I нин азайышынын таралуу аралыгы x тан көз карандылыгы экспоненциалдуу законго баш иерин көргөзөт:

$$I = I_0 e^{-\alpha x}$$

Мында I_0 , I – үндүн $x=0$ жана берилген x тин маанисиндеги интенсивдүүлүгү, α – жутуу коэффициентти.

Эскерте кетүүчү нерсе, жутуу коэффициентти α чөйрөнүн кинематикалык илээшкектүүлүгү өскөн сайын чоңоет.

Ушул себептен үндүн абадагы өчүшү суудагыга караганда бир топ чоң. Тажрыйбадан жана теориядан жутуу коэффициентти үн жыштыгынан басымдуу көз карандылыкка ээ болоору белгилүү. Бул болсо, ар түрдүү жыштыктагы толкундардын суммасынан турган үндөр (мисалы, күндүн күркүрөшү) пайда болуу булагынын жанында кескин катуулукка ээ болуп, андан алыстаган сайын төмөнүрөөк болуп, акырындап калат, себеби жогорку жыштыктагы толкундар тез өчөт.

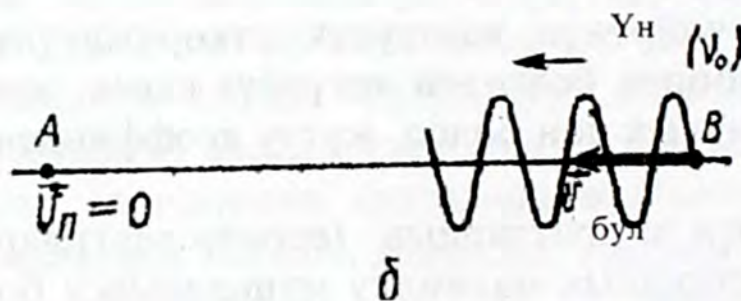
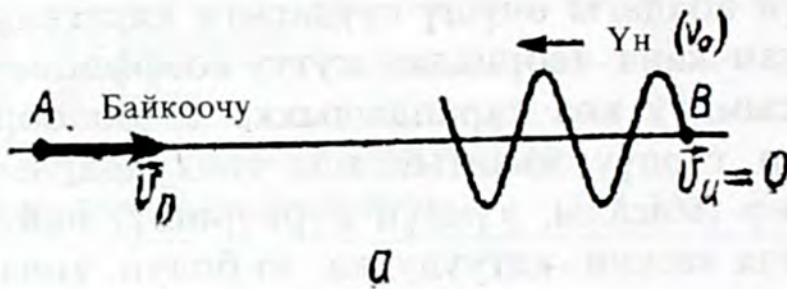
Жутуу коэффициентти чөйрөнүн жылуулук өткөрүмдүүлүгүнөн да көз каранды болоорун белгилей кетүүбүз керек, жылуулук өткөрүмдүүлүк канчалык чоң болсо, жутуу коэффициентти ошончолук чоң болот.

Үндүн өчүшүнүн тездиги имараттардын (өзгөчө театрларда, филармонияларда) акустикалык маанилүү мүнөздөмөсү болуп эсептелет. Эгерде өчүү аз болсо, имараттын ичиндеги адам түз тараган үндү (б.а., булактын өзүнөн чыккан үн) кабыл алгандай эле дубалдардан бир нече жолу чагылган үндү да кабыл алат. Бул кабыл алууда адамда күнүрт шоокумду угуу сезими пайда болот. Эгерде өчүү өтө чоң болсо, анда үн булагынан алыс жайланышкан адам үндү укпай калат. Ошондуктан мындай имараттарды курууда алардын формасы, дубалдарынын, көрүүчүлөрдүн, жасалгалардын үндү жутушу эске алынууга тийиш.

Үндү жазуучу студияларда үндүн жаңырыгынан кутулуу үчүн дубалдарды үндү жакшы жутуучу материалдар менен капташат.

2.5. Доплердин эффектиси

Үндү кабылдоочу үн таралган чөйрөгө салыштырмалуу кыймылсыз болсо, анда кабылдоочу кабыл алган термелүү жыштыгы, термелүү булагынын жыштыгы ν_0 гө барабар болот. Үндү кабылдоого үн булагынын же кабылдоочунун кыймылы кандай таасир көргөзөөрүн 1842-жылы Доплер изилдеп, кабыл алынган үндүн жыштыгы ν үн булагынын кыймылынын ылдамдыгынан (чөйрөгө салыштырмалуу) кандай көз каранды болсо, кабылдоочунун кыймылынын ылдамдыгынан да ошондой эле көз каранды болоорун аныктаган. Эгерде кабылдоочу жана үн булагы жакындашса, анда кабыл алынган үндүн жыштыгы булактын жыштыгы ν_0 дөн чоң, эгер алысташса, анда ν_0 дөн кичине. Бул кубулуш **Доплердин эффектиси** деп аталат. Доплердин эффектисин тереңирээк талдайбыз.



10.18-сүрөт

Жөнөкөйлөтүү үчүн кабылдоочу жана үн булагы аларды бириктирүүчү түз сызыкты бойлото кыймылдашсын дейли. Кабылдоочу менен үн булагы жакындагандагы алардын чөйрөгө салыштырмалуу ылдамдыктарын (ϑ_k жана $\vartheta_{y.б.}$) оң, алысташкандагысын терс деп алалы.

Байкоочу булакты көздөй кыймылдасын ($\vartheta_k > 0$), жана үн булагы кыймылсыз болсун дейли (10.18.а-сүр.). Эгерде байкоочу тынч турса, анда 1 с ичинде ал аркылуу өткөн толкундардын саны $f_1 = \frac{\vartheta}{\lambda}$ (мында ϑ – чөйрөдөгү үндүн ылдамдыгы).

Толкун λ аралыгына жылганда, кабылдоочу аркылуу бир термелүү өтөт. Ошентип кабыл алынган жыштык кабылдоочу аркылуу l с ичинде өткөн толкун узундуктары λ нын саны f менен өлчөнөт. Биздин учурда $v_1 = f_1 = \frac{\vartheta}{\lambda} = v_0$ б.а., кабыл алынган жыштык булактын жыштыгына барабар. Байкоочу кыймылдай баштаганда, ал l с ичинде ϑ_k ка барабар жолду басып өтөт; бул аралыкта кошумча $f_2 = \frac{\vartheta_k}{\lambda}$ толкуну жайланышат. Ошентип байкоочунун жанынан өткөн толкундардын жалпы саны төмөндөгүгө барабар болот:

$$f_1 + f_2 = \frac{\vartheta}{\lambda} + \frac{\vartheta_k}{\lambda} = \frac{\vartheta + \vartheta_k}{\lambda}.$$

Демек, кабыл алынган үндүн жыштыгы төмөндөгүчө аныкталат:

$$v_1 = f_1 + f_2 = \frac{\vartheta + \vartheta_k}{\lambda} = \frac{\vartheta}{\lambda} \left(1 + \frac{\vartheta_k}{\vartheta} \right) = v_0 \left(1 + \frac{\vartheta_k}{\vartheta} \right) \quad (10.44)$$

Ошентип эгерде $\vartheta_k > 0$ (байкоочу үн булагына жакындодо) болсо, анда кабыл алынган жыштык үн булагынын жыштыгынан чоң ($v_1 > v_0$) болот, ал эми $\vartheta_k < 0$ б.а., байкоочу алыстаганда $v_1 < v_0$.

Эми байкоочу кыймылсыз болуп, булак аны көздөй $\vartheta_{y.б.} > 0$ ылдамдыгы менен кыймылдаган учурду карайлы (10.18.б-сүр.). Эгерде булак кыймылсыз болсо, анда ар бир мезгилге T_0 го барабар убакыттын ичинде $\lambda = \vartheta T_0$ аралыгы басып өткөн бир толкунду чыгармак. T_0 убактысы ичинде кыймылдаган булактын өзү $s = \vartheta_{y.б.} T_0$ аралыгына жылат. Ошондуктан булактан чыгып жаткан толкун $\lambda_1 = \lambda - \vartheta_{y.б.} T_0 = T_0(\vartheta - \vartheta_{y.б.})$ узундугуна чейин кыскаргандай болуп калат. Толкундун мындай кыскаруусу кабылдагычта, жыштыгы кабылдагыч аркылуу l с ичинде өткөн толкундун санына барабар термелүүнү пайда кылат:

$$v_1 = \frac{\vartheta}{\lambda_1} = \frac{\vartheta}{T_0(\vartheta - \vartheta_{\gamma.б.})} = \frac{v_0}{\left(1 - \frac{\vartheta_{\gamma.б.}}{\vartheta}\right)}. \quad (10.45)$$

Ошентип, эгер $\vartheta_{\gamma.б.} > 0$ болсо (үн булагы байкоочуга жакындайт), анда кабылданган жыштык $v > v_0$, жана үн булагы алыстаса $v_1 < v_0$, ($\vartheta_{\gamma.б.} < 0$) болот.

(10.44) жана (10.45) формулаларын салыштырып, үн булагы менен кабылдоочунун салыштырма жакындоолорунда жыштыктардын өсүшү бирдей болбоорун жана ал үн булагынын же байкоочунун кыймылдай турганынан көз каранды болоорун көргөзсөк болот.

Эгерде үн булагы жана байкоочу бир эле убакытта кыймылдашса, анда кабылданган жыштык

$$v = v_0 \frac{1 + \frac{\vartheta_k}{\vartheta}}{1 - \frac{\vartheta_{\gamma.б.}}{\vartheta}} \quad (10.46)$$

формуласы менен аныкталат. Бул формуланы колдонууда жогоруда көргөзүлгөн $\vartheta_{\gamma.б.}$ жана ϑ_k ылдамдыктарынын белгилери жөнүндөгү эрежени алуу керек.

Биз ылдамдыктар үн булагын жана байкоочуну бириктирген түз сызык боюнча багытталышкан учурду карадык. Эгерде $\vartheta_{\gamma.б.}$ жана ϑ_k мындай түз сызык боюнча багытталбаса, анда жогоруда келтирилген формулалардын бардыгына ылдамдыктардын ($\vartheta_{\gamma.б.}$ жана ϑ_k) өзүн эмес, алардын үн булагы менен кабылдоочуну бириктирген түз сызыкка түшүрүлгөн түзүүчүлөрүнүн маанилерин коюу керек.

2.6. Үн булактары

Үн жыштыгындагы өздүк же аргасыз термелүүгө ээ каалагандай нерселер үн булактары боло алышат. Үн булактарынын үч түрүн айырмалашат.

1. **Бөлүштүрүлгөн өлчөмөлөргө ээ системалардын эркин термелүүсүнүн натыйжасында үндү чыгарган булактар.** Бул булактарга камертондор, коңгуроолор, тактачалар, таякчалар жана урганда (рояль), черткенде (комуз, гитара) дүүлүгүшкөн кылдар кирет. Аталган булактардын өчүүсү кичине,



10.19-сүрөт

ошондуктан алар чыгарган үндөр таза тондорго (синусоида түрүнө) жакындашышат. Камертонду өзгөчө белгилей кетүү керек. Эркин термелген камертондо негизги тонго ээ туруучу толкундар гана пайда болот. (10.19-сүр.) камертондун формасы анда гармоникалардын дүүлүгүшүнө тоскоолдук кылат. Камертондогу туруучу толкундардын өзгөчүлүгү анын “буттарындагы” термелүү туурасынан болуучу толкун болсо, негизиндегиси – узатасынан болуучу толкун экендигинде

2. **Автотермелүүчү системалар.** Аларга музыкалык аспаптардын ичинен үйлөмө аспаптар, орган түтүгү, ышкырык, сурнай, кернейлер киришет.

3. **Аргасыз термелүүчү системалар.** Мындай системалар тышкы мезгилдүү күчтөрдүн аракетин астында гана термелүүлөрдү кайталап пайда кылат. Бул түрдөгү үн булактарына катуу сүйлөгүчтөр, теле-, радиоаппараттарынын сүйлөгүчтөрү, сиреналар ж.б. киришет.

2.7. Акустикалык резонанс

Булак пайда кылган үндүн интенсивдүүлүгүн чоңойтуу үчүн булак менен күүгө келген көлөмдүү термелүү системалары – күчөткүчтөр колдонулат. Комуз, гитара, мандолина сыяктуу кылдуу музыкалык аспаптар түрлөрүнө жараша ар кандай формадагы көлөмдүү күчөткүчтөргө ээ. Бул күчөткүчтөрдүн татаал формасы аспаптардын өздүк жыштыктарынын жетишээрлик кендиктеги тилкесин алууга мүмкүнчүлүк түзгөндөй кылып тандалып алынат, күчөткүч көлөм, кылдар пайда кылган бардык жыштыктагы үндөрдү аздыр көптүр күчөтүшү керек.

Акустикалык күчөө татаал үндүк жыштыктын курамын талдоодо колдонулат. Бул үчүн Гельмгольц көлөмдүү күчөткүчтөрдүн бир нече түрүн иштеп чыккан. Татаал үндүн курамына кирген жөнөкөй тондор өздүк жыштыгы берилген тондун жыштыгы менен дал келген күчөткүчтү гана дүүлүктүрөт. Азыркы учурда бул ыкма техникада өз маанисин жоготту. Үндүн курамын талдоочу бүгүнкү талдагычтар үн термелүүсүн электр термелүүсүнө өзгөртүп түзүп, андан соң аларды электр чынжырларынын жардамы менен талдайт.

Жаратылышта акустикалык талдагычтар өзүнүн маанилерин жоготуша элек. Адамдын угуу органынын негизги бөлүгүн суюктук толгон жана ар түрдүү өздүк жыштыкка ээ бир нече миң кылчалары бар көндөйчөгө жайланышкан мембрана түзөт. Үндүн жыштык курамына жараша жана күүлөнүүнүн натыйжасында тиешелүү кылча термеле баштайт. Бул учурда кылчалардагы нервдин элементтери дүүлүгүп, пайда болгон сигнал мээге берилет.

2.8. Ультраун

Ультраун – 20000 Гцтен жогору жыштыкка ээ механикалык толкундар. Турмушта жыштыгы 10^6 Гц жана андан да чоң болгон ультраүндөр колдонулат. Ультраүндү алуу үчүн үч кубулуш пайдаланылат: **тескери пьезоэлектрдик эффект, магнитострикция жана электрострикция.**

Тескери пьезоэлектрдик эффекте кварцтын кристаллынан атайын кесилип алынган такта, электр талаасынын аракетин астында, талаанын багытталышына жараша кысылат же узарат. Эгерде мындай тактачаны өзгөрмөлүү чыңалуу берилген жалпак конденсатордун калакчаларынын ортосуна жайгаштырсак, ал аргасыз термеле баштайт. Качан электр талаасынын чыңалуусунун өзгөрүш жыштыгы тактачанын өздүк термелүү жыштыгы менен дал келгенде, бул термелүүнүн амплитудасы эң чоң мааниге ээ болот. Тактачанын термелүүсү айлана-чөйрө бөлүкчөлөрүнө берилип, ультраун толкунун пайда кылат.

Магнитострикция кубулушун ферромагнит таякчалары (болот, темир, никель жана алардын кошулмалары) алардын огу боюнча багытталган магнит талаасынын аракетин астында сызыктуу өлчөмдөрүн өзгөртүшөт. Мындай таякчаны өзгөрмөлүү магнит талаасына жайгаштырып (мисалы, өзгөрмөлүү ток агып жаткан катушканын ичине), биз таякчада амплитудасы күчөнгөн кезде өзгөчө чоң мааниге ээ болгон аргасыз термелүүнү пайда кылабыз. Таякчанын термелген учунун беттери айлана-чөйрөдө интенсивдүүлүгү ушул термелүүнүн амплитудаларынан түздөн-түз көз карандылыкта болгон ультраундук толкунду пайда кылат.

Кээ бир материалдар электр талаасында өздөрүнүн өлчөмдөрүн өзгөртүү касиетине ээ болушат (мисалы үчүн керамикалар). Электрострикция деп аталган бул кубулуштун тескери пьезоэлектрдик эффектен айырмасы өлчөмдөрдүн өзгөрүшү электр талаасынан чыңалышынан гана көз каранды жана анын белгисинен көз каранды эмес. Мындай материалдарга барийдин титанаты жана коргошундун титанаты-цирконаты кирет.

Жогоруда аталган кубулуштарга негизделген өзгөртүп түзүүчүлөр пьезоэлектрдик, магнитострикциялык жана электрострикциялык деп аталышат. Турмушта акыркы мүмкүнчүлүк көп колдонулат. Сууда (деңизде, океандарда) иштөөдө ультраунду алуу үчүн атайын ышкырыктар колдонулат.

Ультраунду кабылдоо иштеши же түз пьезоэлектрдик эффектте, же тескери электрострикция кубулушуна негизделген өзгөртүп түзүүчү кабылдоочу аркылуу ишке ашырылат. Кварц (же керамика) тактачасын кысканда, анын жарыш тегиздиктеринде, кыскан басымдан көз каранды болгон потенциалдардын

айырмасы пайда болот. Кварцтык жана электрострикциялык керамикалык өзгөртүп түзүүчү кабылдоочу төмөнкүчө иштейт: үн толкундары тактачанын бетине өзгөрмөлүү басым жасайт, натыйжада тактачанын бетинде кабылдоочу куралдын электрдик бөлүгү кабылдаган потенциалдардын өзгөрмөлүү айырмасы пайда болот.

Ультраүндүн колдонушу. Ультраүндү турмушта колдонуунун негизги эки багытына токтолобуз.

Алардын бири чоң интенсивдүүлүктөгү үндүн кыйыр таасиринин аркасында материалдардын бузулушуна негизделген. Экинчиси болсо кичине интенсивдүүлүктөгү ультраүндү таралуу чөйрөсү жөнүндө маалымат алууда колдонуу болуп эсептелет (үн локаторлору, эхолоттор ж.б.).

Чоң интенсивдүүлүктөрдөгү ультра үндү колдонуу. Чоң интенсивдүүлүктөгү ультраүн колдонулган бардык учурларда **кавитация** эффектиси маанилүү орунду ээлейт. Кавитация деп суюктукта газ же буу менен толгон бүртүкчөлөрдүн пайда болушу аталаарын билебиз. Ультраүн толкундары суюктук аркылуу өткөндө, анда кысылуу жана суюлуу аймактары пайда болот. Суюлган суюктукта суюктуктун үзгүлтүккө учурашына шарт түзгөн “терс басым” пайда болот. Диффузиялык кирүүнүн натыйжасында курчаган чөйрөдөн бул көңдөйчөлөргө аба жана суюктуктун буусу кирип, аны толтурушат. Эгерде суюктукта аба жок болсо, анда көңдөйчө суюктуктун буусу менен гана толот. Көңдөйчөнүн же бүртүкчөнүн жашоо убактысы өтө кичине болот, себеби толкунда суюлуудан кийин тез эле кысылуу пайда болгондуктан, бүртүкчөгө аны курчаган суюктуктун жасаган басымы кескин өсүп (ал атмосфералык басымдан бир нече эсе чоң болушу мүмкүн), көңдөйчөнүн жарылышын пайда кылат. Көңдөйчө жарылганда, күчтүү уруучу толкундар пайда болот. Турмушта уруучу толкундардын аракети ар кандай нерселерди, кирлерди тазалоо үчүн колдонулат (ультраүндүк тазалоо). Мисалы үчүн тазалануучу нерсени тиешелүү эритме менен толтуруп, ультраүндү нурлантуучу булак матырылган идишке жайгаштырып, тазалоо жүргүзүлөт.

Интенсивдүү ультраүндөр бир тектүү аралашмаларды даярдоодо (гомогендөө) жана жекече учурда эмульсияларды алууда

(боектор, лактар, косметикалык жана фармацевтикалык каражаттар, маргарин, майонез ж.б.у.с.) колдонулат.

Интенсивдүү ультраүн алюминийден жасалган бөлүктөрдү бири-бирине жармаштырууда алардын беттерин тазалоочу флюсту алмаштырат, себеби абада алюминий тез эле кычкылдын жука чел кабыгы менен катталып, аны эч бир флюстун жардамы менен кетируүгө мүмкүн болбойт.

Ультраүн эки башка металлды ширетүүдө да колдонулат. Ультраүн жарым өткөргүчтүү куралдардын бөлүктөрүн бириктирүүдө морт (чайнек, керамика) жана өтө катуу (карбиддер, бориддер, алмаздар) материалдарды көзөөдө колдонулат.

Медицинада күчтүү ультраүн Паркинсондун илдети (баштын же адамдын мүчөлөрүнүн калчылдап турушу) сыяктуу ооруларды дарылоого колдонулат. Ультраүн атайын линзалардын жардамы менен мээнин түпкүрүндөгү илдетти пайда кылган клеткалар жайгашкан аймактарга багытталып, соо клеткаларга зыян келтирбестен, аларды жок кылат.

Кичине интенсивдүүлүктөгү ультраүндү колдонуу. Бул учурда ультраүн металлдын, адамдын ички түзүлүштөрүн изилдөөгө мүмкүндүк берүүчү локатор катарында, деңиз кемелеринде суудагы тоскоолдуктарды өз убагында табууда (сонарлар) жана деңиздин түбүнүн рельефин изилдөөдө колдонулат.

Ультраүн текшерүүсүндө (ультраүн дефектоскопиясы) металлдан жасалган нерселерди ультраүн импульстары менен нурдантып, андан чагылган импульстарды кабылдоо менен, жасалгада кемчиликтин бары-жогун, анын өлчөмүн, ээлеген ордун аныктоого болот. Ультраүндү колдонууга негизделген куралдар менен ири мүйүздүү малдардын арык-семиздигин да так аныктоого (теринин астындагы май катмарынын калыңдыгы боюнча) болот.

Медицинада кичине интенсивдүүлүктөгү ультраүн мээнин илдеттерин аныктоодо колдонулат.

2.9. Инфраүн

Жыштыгы 20 Герцтен төмөн болгон, б.а., угуу чегинен сырткары жаткан үн толкундары инфраүн деп аталышат.

Жыштыктардын инфраүнгө туура келүүчү бөлүгү азырынча аз изилденген. Бирок ультраүнгө тескерисинче, инфраүн чоң өтүп кетүү жөндөмдүүлүгүнө ээ. Мисалы ал атмосферада он миңдеген километрге чейин таралат. Инфраүндүн мындай касиети эки себеп: биринчиден, аны атмосферанын начар жутуусу жана экинчиден, анын атмосферада начар чачыроосу менен түшүндүрүлөт.

Начар чачыроогу инфраүндүн толкун узундугу өтө чоң болгондуктан, чөйрө ал үчүн бир тектүүдөй болуп калышы менен түшүндүрүлөт.

Акыркы жылдардагы изилдөөлөр табигый жана жасалма инфраүн адамдарга жана жаныбарларга күчтүү таасир этээрин көргөздү.

Табигый шартта инфраүн жээкке урунган деңиз толкундары $\nu = 0,05$ Гц тарабынан, вулкандардын атылышынан ($\nu = 0,1$ Гц), жер титирөөлөрдөн куюндардан пайда болот. Жер титирөөнүн же вулкандардын атылышынын алдында жаныбарлардын жан далбастап коркушу табияттын ушундай коркунучтуу кубулуштары пайда кылган инфраүндүн аракетинин натыйжасы болуп эсептелет. Турмушта инфраүндүн жардамы аркасында океандардагы жер титирөөнүн натыйжасында пайда болгон эң чоң ташкын толкундарын (цунамилерди) алдын ала айтууга болот.

Инфраүн булагы болуп ичтен күйүүчү кыймылдаткычтар, болот эритүүчү мештер ж.б.у.с. адам тарабынан жасалган объектилер да болушат.

Жасалма түрдө, берилген жыштыктагы инфраүндү органдын түтүгүнө же ышкырыкка окшош атайын куралдардын жардамы менен алышат. Мисалы узундугу 24 метрге барабар орган түтүгү 3,5 Гц жыштыктагы инфраүндү пайда кылат.

Инфраүндү байкоо үчүн жана анын кубаттуулугун өлчөөгө адаттагы ыкмалар жарабайт. Өтө төмөн жыштыктагы инфраүндү өтө сезгич барометрлердин жардамы менен байкаса болот. Жогорку жыштыктагы инфраүндү кабылдоодо чоң өлчөмдөгү микрофондор пайдаланылат.

Текшерүү суроолору

1. Үн деген эмне? Акустика эмнени окуп үйрөтөт?
2. Газдардагы үн ылдамдыгынын формуласын чыгаргыла. Эмне үчүн үн толкунунда газ көлөмүнүн өзгөрүшүн адиабаттык дейбиз? Эмне үчүн үн ылдамдыгы басымдан көз каранды болбойт?
3. $t = 20^{\circ}\text{C}$ кезиндеги кычкылтектеги жана суутектеги үн ылдамдыгын эсептегиле. Суюктуктардагы үн ылдамдыгын кайсы формуланын жардамы менен эсептөөгө болот? 0°C -тагы сууда тараган үн ылдамдыгын эсептегиле.
4. Үн ылдамдыгын өлчөөнүн өзүнөргө белгилүү ыкмаларын атагыла. Эгерде жыштык 20 дан 2000 Герцке чейин өзгөрсө, үндүн абадагы толкун узундугу кайсы чектерге чейин өзгөрөт?
5. Ашыкча үн басымы деп эмнени айтабыз? Ашыкча басым бөлүкчөлөрдүн кыймылынын ылдамдыгы менен кандайча байланышкан? Эмне себептен ашыкча басымдын эң чоң маанилеринин аймагы ылдамдыктын эң чоң маанилерине ээ чекиттерге туура келет (б.а. тең салмактуулук абалдан өтүп баратканда)?
6. Ашыкча үн басымынын амплитудасы үчүн формуланы чыгаргыла. Чөйрөнүн акустикалык каршылыгы деп эмнени айтабыз жана бул чоңдук менен ашыкча басымдын амплитудасы кандайча байланышкан?
7. Чөйрө бөлүкчөлөрүнүн термелишинин амплитудалары тыгыздыгы көп чөйрөдөн тыгыздыгы аз чөйрөгө өткөндө кандайча өзгөрөт?
8. Үндүн кулактын кабылдоо өзгөчөлүгүнөн көз каранды эмес мүнөздөмөлөрүн атагыла. Үн жыштыгы жана интенсивдүүлүгү деп эмнени айтабыз жана алар кандай бирдиктер менен өлчөнөт? Үндүн спектралдык курамы деп эмнени айтабыз?
9. Үн интенсивдүүлүгү менен ашыкча басымдын байланышынын формуласын жазгыла.
10. Үндү угуунун өзгөчөлүгүнө негизделген мүнөздөмөлөрдү санагыла. Тон бийиктиги деген эмне? Кулактын жыштыкты кабылдоо өзгөчөлүгүнүн маңызы эмнеде?

11. Үн катуулугу деп эмнени айтабыз? Угулуу жана ооруну сезүү босогосу деген эмне? Алар жыштыктан кандай көз карандылыкта болушат? Угулуунун диаграммасын чийгиле.
12. Үн катуулугу интенсивдүүлүк менен кандайча байланышкан? Үн катуулугун аныктоодо үндүн кайсы интенсивдүүлүгүн баштапкы катарында алабыз? Үн катуулугу кандай бирдиктер менен өлчөнөт?
13. Үн катуулугунун 0 дон 130 децибелге чейинки диапазонуна абанын ашыкча басымынын $3 \cdot 10^{-4} \div 1000$ дин/см² га чейинки амплитудасы туура келээрин көргөзгүлө.
14. Таза тон деп эмнени айтабыз? Үндүн тембри эмне менен аныкталат?
15. Аккорд, чуу деген эмне? Алардын спектрлери эмне менен айырмаланышат?
16. Үн толкундарынын өчүшүнүн законун жазгыла.
17. Доплердин эффектиси деген эмне?
18. Ультраун деп эмнени айтабыз? Ультраүндү алуунун жана кабылдоонун кандай ыкмаларын билесиңер? Ультраүндү колдонуу учурларын атагыла.
19. Инфраун деп эмнени айтабыз? Инфраун кантип алынат жана кабылданат? Инфраүндүн таралуу өзгөчөлүктөрү кайсылар?

II бөлүм

МЕХАНИКА

МАСЕЛЕЛЕР ЖЫЙНАГЫ

Эсептерди чыгараардан мурун кириш сөздү кунт коюп окугула жана китептин аягындагы тиркемелер менен таанышкыла.

КИРИШ СӨЗ

I. Чыгармачылыктын өзгөчөлүктөрүнөн кыскача маалымат

Эсеп чыгаруу качан гана студент эсепти өз алдынча чыгарганда эң көп пайда алып келет. Эсепти бирөөнүн жардамысыз, түртмөгүсүз чыгаруу оңойго турбайт жана кээде мүмкүн да эмес. Бирок өз алдынча чыгарылыштар ийгиликсиз болуп калса да, изденүү процесси студенттин ой жүгүртүүсүн өркүндөтүү, эркин чыңоо сыяктуу пайдаларды алып келет. Эсепти чыгарууда эмгекчилдик, максатка жетүүгө умтулуудагы эрктүүлүк чон мааниге ээ болоорун эсиңерден чыгарбагыла жана кээ бир эсептерди чыгаруу оңойго турбаса да ирээнжибегиле.

Так илимдердеги чыгармачылык процесс төмөндөгүдөй удаалаштык менен ишке ашат. Алгач даярдануу стадиясында окумуштуу илимий маселени чечүүдө чыдамдуулук менен изденет. Эгерде маселенин чечилиши табылбай, ага убактылуу көңүл бурулбай калса, экинчи стадия башталат. Экинчи стадияда окумуштуу мурда чече албаган маселени көңүлүнөн чыгарып коюп, башка суроолордун үстүнөн иштей баштайт. Бирок анын маселени чечүүгө багытталган түпкүркү ой жүгүртүүсү улана берип,

III. Жакындаштырылган сандар менен эсептөөлөрдү жүргүзүү жөнүндө кээ бир маалыматтар

1. Физикада чондуктун сандык мааниси менен кошо ушул маанини аныктоонун катасы да көргөзүлүшү керек. Мисалы, $\ell = 356 \pm 2$ м деп жазсак, узундуктун чыныгы так мааниси ℓ 354 метрден 358 метрге чейинки аралыкта жатат дегенди билгизет. Башкача айтканда, айтылган тактыктын орун алуу мүмкүнчүлүгү көргөзүлүшү керек. Тилекке каршы, көпчүлүк учурда, физикалык чондуктардын маанисин жазууда каталык көргөзүлбөстөн, сандын мааниси гана жазылат, мисалы $\ell = 357$ м. Бул учурда чондуктун каталыгы акыркы сандын бир бирдигинен чоң эмес деп түшүнүшүбүз керек (жогорку мисалда ал 1 метрге барабар). Демек, физикалык чондуктардын маанисин туюнтуучу сандардын акыркысынан башкасын туура деп эсептеш керек, аяккы билгизүүчү сандын аныкталышы шек туудурат (бул сандын чыныгы мааниси көрсөтүлгөндөн бирге айырмаланышы мүмкүн).

Сандарды ондук бөлчөк түрүндө көрсөтүүдө сандын башында турган нөл санынан башкаларынын баары билгизүүчү сандар деп аталат. Мисалы, 0,03040 санында биринчи эки нөл саны аныктоочу болушпайт, 3 жана 4 сандарынан кийинки нөлдөр аныктоочу сандар болушат.

Аягында көп нөлдөрү бар чоң сандарды (мисалы, 123000) караган кезде, нөлдөр эмне кызмат аткарышат, алар аныктоочу сандарды белгилөө же калган сандардын разрядын көрсөтүү үчүн колдонулабы деген суроо туулат. Мындай аныксыздыктан кутулуу үчүн мындай сандарды эгерде ал үч билгизүүчү санды өзүнө камтыса: $1,23 \cdot 10^5$ же төрт билгизүүчү санды камтыса $1,230 \cdot 10^5$ ж.б.у.с. деп жазуу керек.

2. Жакындатылган a санынын абсолюттук катасы деп төмөнкү чондукту айтабыз:

$$\Delta a = |A - a|,$$

мында A – ошол сандын так мааниси.

3. Жакындатылган a санынын салыштырма катасы деп:

$$\delta a = \frac{\Delta a}{|A|}$$

чоңдугун айтабыз.

Физикада эсептөөнүн жүрүшүндө так мааниси белгисиз болгон сандар менен иштейбиз. Ошондуктан турмушта салыштырма каталыкты төмөндөгүдөй формула менен аныктоого туура келет.

$$\delta a = \frac{\Delta a}{|a|}$$

Адатта, $A \approx a$ болгондуктан, мында кетирилген каталык анча чоң эмес.

4. Эгерде u чоңдугу $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ чоңдуктарынын функциясы болсо:

$$u = f(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

анда u чоңдугунун чектик абсолюттук катасы төмөндөгүдөй формула менен аныкталат:

$$\Delta u = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial u}{\partial x_i} \right| \Delta x_i,$$

мында Δx_i – x чоңдугунун абсолюттук катасы.

5. Δu ни $|u|$ ге бөлүп, u чоңдугунун чектик салыштырма катасын алабыз:

$$\delta u = \frac{\Delta u}{|u|} = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial}{\partial x_i} \ln u \right| \Delta x_i$$

6. Таблицада кээ бир функциялардын чектик абсолюттук Δu жана салыштырма δu каталыктарынын туюнтмалары көрсөтүлгөн. Δx_i жана δx_i туюнтмалары x_i чоңдугунун абсолюттук жана салыштырма каталыктарын билгизет.

Функциянын түрлөрү	Чектик абсолюттук каталыктар	Чектик салыштырма каталыктар
$u = \sum_{i=1}^n x_i$	$\Delta u = \sum_{i=1}^n \Delta x_i$	—
$u = x_1 - x_2$	$\Delta u = \Delta x_1 + \Delta x_2$	$\delta u = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{ x_1 - x_2 }$
$u = x_1 x_2 \dots x_n$	$\Delta u = u \delta u$	$\delta u = \sum_{i=1}^n \delta x_i$
$u = \frac{x}{y}$	—	$\delta u = \delta x + \delta y$
$u = \frac{x_1 x_2 \dots x_n}{y_1 y_2 \dots y_m}$	—	$\delta u = \sum_{i=1}^n \delta x_i + \sum_{i=1}^m \delta y_i$
$u = x^m$	$\Delta u = m x^{m-1} \Delta x$	$\delta u = m \delta x$
$u = \sqrt[m]{x}$	—	$\delta u = \frac{1}{m} \delta x$
$u = \ln x$	$\Delta u = \frac{\Delta x}{x} = \delta x$	$\delta u = \frac{\delta x}{ \ln x }$
$u = \lg x$	$\Delta u = \frac{1}{2,30} \frac{\Delta x}{x} = \frac{\delta x}{2,30}$	$\delta u = \frac{1}{2,30} \frac{\delta x}{ \lg x }$
$u = e^{\pm \alpha x} (\alpha > 0)$	$\Delta u = \alpha e^{\pm \alpha x} \Delta x$	$\delta u = \alpha \Delta x$
$u = e^{f(x)}$	$\Delta u = e^{f(x)} \left \frac{df}{dx} \right \Delta x$	$\delta u = \left \frac{df}{dx} \right \Delta x$
$u = \sin mx$	$\Delta u = m \cos mx \Delta x$	$\delta u = m \operatorname{ctg} mx \Delta x$
$u = \cos mx$	$\Delta u = m \sin mx \Delta x$	$\delta u = m \operatorname{tg} mx \Delta x$
$u = \operatorname{tg} mx$	$\Delta u = \frac{m}{\cos^2 mx} \Delta x$	$\delta u = \frac{2m}{ \sin 2mx } \Delta x$

7. Эсептөөнүн каталыгын аныктоого арналган мисалды карап көрөлү. Горизонтко бурч боюнча ыргытылган нерсенин кыймылы жөнүндөгү маселени алалы. Нерсенин көтөрүлүү бийиктиги

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$$

формуласы менен берилет. Таблицадагы формулаларды колдонуп, h чоңдугунун чектик салыштырма каталыгы үчүн

$$\delta h = 2\delta v_0 + 2\delta(\sin \alpha) + \delta g = 2\delta v_0 + 2|\operatorname{ctg} \alpha| \Delta \alpha + \delta g$$

туюнтмасын алабыз (2 санынын катасы жок, ошондуктан $\delta 2=0$).

Мейли, $v_0 = 95$ м/с, $\alpha = 45^\circ$ болсун дейли, $g = 9,81$ м/с² деп алабыз. Анда $\Delta v_0 = 1$ м/с (акыркы аныктоочу сандын бирдиги),

$$\delta v_0 = \frac{1}{95}, \quad \Delta \alpha = 1^\circ = \frac{1}{57} \text{ рад}, \quad \delta g = \frac{1}{981} \approx 0,001. \text{ Бул маанилерди}$$

δh ты табуучу формулага койсок ($\operatorname{ctg} 45 = 1$):

$$\delta h = \frac{2}{95} + \frac{2}{57} + 0,001 \approx \frac{1}{20} \sim 5\%.$$

Эми h бийиктигин эсептеп чыгарабыз:

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = \frac{95^2 \cdot 0,707^2}{2 \cdot 9,81} = 2,3 \cdot 10^2 \text{ м}.$$

Биз эсептөөнүн жыйынтыгын 230 м деп жаза албайбыз, себеби мындайча жазуу h бийиктигинин табылган маанисинин каталыгы 1 метрден ашпайт дегенди билгизет. Чындыгында, v_0 жана α чоңдуктарынын берилген тактыгында h бийиктигин 5% ашык салыштырма тактык менен эсептөө мүмкүн эмес, т.а., абсолюттук ката 10 метрден кем болбойт.

1-БАП

КИНЕМАТИКА

Жалпы кеңештер

Кинематикалык маселелерди чыгарууда төмөнкүдөй эрежелерди сактоо пайдалуу болуп эсептелет.

Маселенин берилишин кунт коюп окуп, терең талдоо жүргүзүп, берилген чондуктардын негизги маанилерин жана маселени талдоодо белгилүү болгон кошумча берилиштерди жазып алуу керек.

Маселеде каралган кыймылды толугу менен сүрөттөөчү чиймени чийүүдө кыймылдын изин, ылдамдыктын, ылдамдануунун, которулуштун векторлорун так көрсөтүү керек.

Эсептөө нерсеси менен байланышкан координат системасын тандап алып, координат окторунун оң багыттарын көрсөткүлө. Координат октору векторлордун проекциялары жөнөкөй түрдө туюнтулгандай болуп тандалып алынат. Убакытты эсептөөнүн башталышын белгилөө керек.

Берилген кыймылдын теңдемесин чиймеде көрсөтүлгөн физикалык чондуктардын ортосундагы математикалык байланышты вектордук түрдө көргөзгөндөй кылып түзүп алгыла. Эсептөөлөрдү жүргүзүү үчүн бул теңдемелерди скалярдык түрдө, б.а., координат окторундагы проекцияларды катыштыруу менен жазып алыш керек. Бул учурда вектордун окко болгон проекциясы анын тиешелүү түзүүчүсүнүн багыты менен октун оң багыты дал келсе, оң делип, карама-каршы болсо, терс делип эсептелет.

Түзүлгөн теңдемелердин системасын чыгарууда изделген чондукту аныктоочу эсептөө формуласына ээ болуубуз керек. Андан соң бардык берилген чондуктардын маанисин СИ системасында туюнтуп, эсептөө формуласына коюп, маселенин сан-

дык чыгарылышын тапкыла. Эсептөө формуласына коюлган чоңдуктардын сан маанилери оң деп алынат, себеби жогоруда айтылгандай, векторлор проекцияларынын белгилери теңдемелерди жазууда эске алынат.

Акырында, алынган жыйынтыкты талдап, маселенин жобун көргөзгүлө.

§ 1. Негизги формулалар

1.1. Түз сызыктуу кыймыл

Чекиттин которулушу S деп чекиттин баштапкы жана акыркы абалдарынын ортосундагы аралыкты айтабыз. Которулуш – вектордук чоңдук.

Түз сызыктуу кыймыл кезинде чекиттин издеги абалы координаттык ыкма менен

$$x = f(t) \tag{1}$$

туюнтмасы аркылуу берилет. Бул туюнтма чекиттин кыймылынын кинематикалык теңдемеси деп аталат.

Эгерде чекит түз сызык боюнча бир багытта кыймылдаса, анда x координатасы чекит координат башталмасынан баштап басып өткөн жолдун узундугуна барабар, бул учурда кыймылдын теңдемеси төмөндөгүчө жазылат:

$$S = f(t) \tag{2}$$

Эгерде кандайдыр бир моментте чекит кыймыл багытын карама-каршы багытка өзгөртсө, анда координат жана жол дал келбейт, себеби кыймылдын багытынын өзгөрүшү менен координат кичиреет, ал эми жол өсө берет.

Чекиттин орточо ылдамдыгы

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \tag{3}$$

мында Δx – координаттын Δt убакыт аралыгында өзгөрүшү.

Эгерде чекит Δx интервалында кыймылынын багытын өзгөртсө, (3) формула маанисин жоготот. Бул учурда төмөндөгүдөй формуланы колдонуу зарыл:

$$\langle \vartheta \rangle = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (4)$$

4. Заматтагы ылдамдык

$$\vartheta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} \quad \text{же} \quad \vartheta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad (5)$$

5. Орточо ылдамдануу

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t}, \quad (6)$$

мында $\Delta \vartheta$ – ылдамдыктын Δt убакыт аралыгында өзгөрүшү.

6. Заматтагы ылдамдануу

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t} = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2} \quad \text{же} \quad \vartheta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t} = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} \quad (7)$$

Түз сызык боюнча бир калыпта өзгөрмөлүү кыймыл кезинде убакыттын t аралыгына туура келүүчү чекиттин ылдамдыгы ϑ жана которулушу S төмөнкүдөй катнаштар менен байланышат:

$$\vartheta = \vartheta_0 + at; s = s_0 + \vartheta_0 t + \frac{at^2}{2}; \vartheta^2 - \vartheta_0^2 = 2as \quad (8)$$

Мында S_0 – убакыттын $t=0$ моментиндеги кыймылдаган чекиттен кыймылсыз O чекитине чейинки аралык, ϑ_0 – убакыттын ушул моментиндеги чекиттин кыймылынын ылдамдыгы (баштапкы ылдамдык). Эгер $a=0$ болсо, бир калыптагы кыймылдын теңдемеси алынат:

$$S = \vartheta t. \quad (9)$$

Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймыл кезиндеги орточо ылдамдык

$$\langle \vartheta \rangle = \frac{\vartheta_0 + \vartheta}{2}. \quad (10)$$

Бир калыпта өзгөрмөлүү кыймыл кезинде

$$a = \text{const}. \quad (11)$$

Эгер $a > 0$ болсо, кыймыл бир калыпта ылдамдатылган, $a < 0$ болсо, бир калыпта акырындатылган деп аталат.

1.2. Ийри сызыктуу кыймыл

7. Ийри сызыктуу кыймыл кезинде орточо жана заматтагы ылдамдыктар түз сызыктуу кыймыл кезиндегидей эле туюнтулат.

Издеги ар бир чекит ылдамдыгынын багыты ушул чекиттеги жаныманын багыты менен дал келет.

Ийри сызыктуу кыймыл кезиндеги заматтагы ылдамданууну табуу үчүн ал эки түзүүчүгө ажыратылат; тангенциалдык ылдамдануу a_τ жана нормалдык же борборго умтулуучу ылдамдануу a_n .

Тангенциалдык ылдамдануу ылдамдык чоңдугунун өзгөрүшүн мүнөздөп, изге жаныма боюнча багытталып, төмөндөгүдөй формула менен туюнтулат:

$$a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt} \quad (12)$$

Нормалдык ылдамдануу ылдамдыктын багыт боюнча өзгөрүүсүн мүнөздөп, ийриликтин борборун көздөй багытталат да, төмөндөгүдөй формула менен туюнталат,

$$a_n = \frac{v^2}{R} \quad (13)$$

Мында R – издин ийрилигинин радиусу
Толук ылдамдануу

$$a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2} \quad (14)$$

Толук ылдамдануунун багыты анын издин жанымасы жана ийрилик радиусу менен түзгөн бурчтары аркылуу аныкталат. Бул бурчтардын косинустары:

$$\left. \begin{aligned} \cos\left(\frac{\Lambda}{aa_n}\right) &= \frac{a_n}{a}, \\ \cos\left(\frac{\Lambda}{aa_\tau}\right) &= \frac{a_\tau}{a}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Ийри сызыктуу кыймылды координаттык ыкма менен жазууда чекит кыймылынын теңдемеси, чекит координаттарынын убакыттан болгон көз карандылыктары көрсөтүлөт. Чекиттин тегиздиктеги кыймылынын теңдемеси:

$$\left. \begin{aligned} x &= f(t), \\ y &= \varphi(t). \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Издик теңдемеси (16)-теңдемеден убакытты чыгарып салуу менен алынат.

Ылдамдыктын координат окторуна болгон проекциялары

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_x &= \frac{dx}{dt}, \\ \vartheta_y &= \frac{dy}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Толук ылдамдык проекциялар менен

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2} \quad (18)$$

формуласы аркылуу туюнтулат.

Ылдамдык багыты анын координат октору менен түзгөн бурчтары аркылуу аныкталат. Бул бурчтардын косинустары:

$$\left. \begin{aligned} \cos(\vartheta, \vartheta_x) &= \frac{\vartheta_x}{\vartheta}, \\ \cos(\vartheta, \vartheta_y) &= \frac{\vartheta_y}{\vartheta}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Толук ылдамдануунун координат огуна болгон проекциясы

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \frac{d^2x}{dt^2}, \\ a_y &= \frac{d^2y}{dt^2}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Толук ылдамдануу

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} \quad (21)$$

Ылдамдануу багыты анын координат октору менен түзгөн бурчтары аркылуу аныкталат, бул бурчтардын косинустары:

$$\left. \begin{aligned} \cos \left(\overset{\wedge}{a, a_x} \right) &= \frac{a_x}{a}, \\ \cos \left(\overset{\wedge}{a, a_y} \right) &= \frac{a_y}{a}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

1.3. Нерсенин кыймылсыз октун айланасында айланышы

8. Айланган нерсенин ар бир чекити борбору айлануу огунда жаткан айлануу огуна перпендикуляр айлананы чиет. Бурулуу бурчун φ тамгасы менен белгилесек,

$$\varphi = f(t) \quad (23)$$

айлануунун кинематикалык теңдемеси деп аталат.

Орточо бурчтук ылдамдык төмөнкүчө аныкталат

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}, \quad (24)$$

мында $\Delta \varphi$ – убакыттын Δt аралыгындагы бурулуу бурчунун өзгөрүшү.

Заматтагы бурчтук ылдамдык

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (25)$$

Орточо бурчтук ылдамдануу

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}. \quad (26)$$

Мында $\Delta \omega$ – убакыттын Δt аралыгындагы бурчтук ылдамдыктын өзгөрүшү.

Заматтагы бурчтук ылдамдануу

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (27)$$

9. Бир калыпта өзгөрмөлүү айлануунун теңдемеси

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2} . \quad (28)$$

Бир калыпта өзгөрмөлүү айлануунун бурчтук ылдамдыгы

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t . \quad (29)$$

(28) жана (29) дан убакытты чыгарып салсак,

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi . \quad (30)$$

Бир калыпта өзгөрмөлүү айлануунун орточо бурчтук ылдамдыгы

$$\langle \omega \rangle = \frac{\omega_0 + \omega}{2} . \quad (31)$$

10. Бир калыптагы айлануунун теңдемеси

$$\varphi = \omega t . \quad (32)$$

Бир калыпта айланууда:

бурчтук ылдамдык

$$\omega = \text{const}, \quad (33)$$

бурчтук ылдамдануу

$$\varepsilon = 0 . \quad (34)$$

Айлануу жыштыгы (убакыт бирдиги ичиндеги айлануунун саны)

$$n = \frac{N}{t} \quad (35)$$

же

$$n = \frac{1}{T} \quad (36)$$

Мында N – t убактысындагы айлануунун саны, T – айлануу мезгили (бир толук айлануу убактысы).

11. Сызыктуу жана бурчтук чоңдуктардын ортосундагы байланыш төмөндөгүдөй формулалар менен туюнтулат: чекит басып өткөн жаанын узундугу

$$S = \varphi R \quad (37)$$

Мында φ – нерсенин бурулуу бурчу, R – чекиттин айлануу радиусу,

чекиттин сызыктуу ылдамдыгы,

$$v = \omega R, \quad (38)$$

чекиттин тангенциалдык ылдамдануусу

$$a_{\tau} = \varepsilon R, \quad (39)$$

чекиттин нормалдуу ылдамдануусу

$$a_n = \omega^2 R.$$

§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары

1-мисал. Чекиттин түз сызык боюнча кыймылынын теңдемеси $x=A+Bt+Ct^3$ түрүнө ээ. Мында $A=4$ м, $B=2$ м/с, $C=0,2$ м/с³. 1) убакыттын $t_1=2$ с жана $t_2=5$ с моменттериндеги чекиттин абалын; 2) ушул моменттердин ортосундагы өткөн убакыттагы орточо ылдамдыкты; 3) көрсөтүлгөн убакыт моменттериндеги заматтагы ылдамдыктарды; 4) көрсөтүлгөн убакыт моменттериндеги заматтагы ылдамданууларды аныктагыла.

Чыгарылышы. 1. Түз сызык боюнча кыймылдаган чекиттин убакыттын кандайдыр бир моментиндеги абалы эсептөө башталмасына чейинки x аралыгы менен аныкталат. Бул аралыкты табуу үчүн кыймылдын теңдемесине убакыттын берилген маанисин коюу керек:

$$x_1 = (4+2 \cdot 2+0,2 \cdot 2^3) \text{ м} = 9,6 \text{ м},$$

$$x_2 = (4+2 \cdot 5+0,2 \cdot 5^3) \text{ м} = 39 \text{ м}$$

2. Орточо ылдамдык

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta x}{\Delta t},$$

мында Δx убакыттын Δt убактысындагы аралыктын өзгөрүшү

$$\Delta x = x_2 - x_1 = (39 - 9,6) \text{ м} = 29,4 \text{ м},$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = (5 - 2) \text{ с} = 3 \text{ с}$$

$$\langle v \rangle = \frac{29,4}{3} \text{ м/с} = 9,8 \text{ м/с}$$

3. Заматтагы ылдамдыктын жалпы туюнтмасын кыймыл теңдемесин убакыт боюнча дифференциалап таап алабыз

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 + 3Ct^2$$

В жана С нын, убакыттын маанилерин койсок

$$v_1 = (2 + 3 \cdot 0,2 \cdot 2^2) \text{ м/с} = 4,4 \text{ м/с},$$

$$v_2 = (2 + 3 \cdot 0,2 \cdot 5^2) \text{ м/с} = 17 \text{ м/с}.$$

4. Орточо ылдамдануу

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

мында Δv – ылдамдыктын Δt убакыт ичинде өзгөрүшү :

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (17 - 4,4) \text{ м/с} = 12,6 \text{ м/с},$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = (5 - 2) \text{ с} = 3 \text{ с},$$

$$\langle a \rangle = \frac{12,6}{3} \text{ м/с}^2 = 4,2 \text{ м/с}^2.$$

5. Заматтагы ылдамдануунун жалпы туюнтмасын ылдамдык туюнтмасын убакыт боюнча дифференциалдап алабыз

$$a = 23Ct = 6Ct$$

Буга С жана убакыттын маанисин койсок:

$$a_1 = 6 \cdot 0,2 \cdot 2 \text{ м/с}^2 = 2,4 \text{ м/с}^2,$$

$$a_2 = 6 \cdot 0,2 \cdot 5 \text{ м/с}^2 = 6 \text{ м/с}^2.$$

2-мисал. $x = A + vt + Ct^2$ теңдемеси менен берилген кыймыл координатынын жана жолунун графигин чийгиле. Мында

$$A = 5 \text{ м}, v = 4 \text{ м/с}, C = -1 \text{ м/с}^2.$$

Чыгарылышы. Координат графигин чийүү үчүн координаттын мүнөздүү маанилерин таап алабыз.

Убакыттын $t = 0$ моментине туура келүүчү баштапкы координат

$$x_0 = x|_{t=0} = A = 5 \text{ м}.$$

Координат максималдык маанисине чекит тескери багытта кыймылдай баштаганда ээ болот (ылдамдык белгисин өзгөртөт).

Убакыттын бул моментин координаттан убакыт боюнча алынган биринчи туундуну нөлгө барабарлоо менен таап алабыз:

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 + 2Ct = 0, \quad (1)$$

мындан $t = -\frac{v_0}{2C} = \frac{4}{2 \cdot 1} \text{ с} = 2 \text{ с}.$

Максималдык координат

$$x_{\text{макс}} = x|_{t=2} = (5 + 4 \cdot 2 - 1 \cdot 2^2) \text{ м} = 9 \text{ м}.$$

Координат $x=0$ кезиндеги убакыт моментин төмөнкү туюнтмадан табабыз

$$x = A + vt + Ct^2 = 0. \quad (2)$$

Буга A , v жана C нын маанилерин коюп, барабардыктын эки жагын тең $(-1) \text{ с}^2/\text{м}$ көбөйтсөк,

$$t^2 - 4t - 5 = 0$$

Бул квадраттык теңдемени чыгарып, t убактысынын эки маанисин алабыз:

$$t_1 = 5 \text{ с}; \quad t_2 = -1 \text{ с}.$$

Убакыттын экинчи мааниси маселенин шартын канааттандырбайт. Ошондуктан аны эсепке албайбыз.

Ошентип координат графигин түзүү үчүн төмөндөгүдөй чондуктарга ээ болобуз:

$$t = 0, \quad x_0 = 5 \text{ м},$$

$$t = 2 \text{ с}, \quad x_{\text{макс}} = 9 \text{ м},$$

$$t = 5 \text{ с}, \quad x = 0.$$

Графикти түзүүдө координаттын эки огу үчүн тең бирдей масштабды тандап алсак ($1 \text{ с} = \text{абсцисса огуна}$, $1 \text{ м} = \text{ордината огуна}$ бир бөлүгүнө туура келсе), анда ылдамдык сан мааниси

боюнча координат графигинин жанымасынын кыйшаюу бурчунун тангенсине барабар экендигин белгилей кетүү пайдалуу.

Ылдамдыктын керектүү маанилерин (1) туюнтмадан табалыбыз:

$$t = 0 \text{ кезинде ылдамдык } \vartheta_0 = 4 \text{ м/с};$$

$$t = 2 \text{ кезинде ылдамдык } \vartheta = 0.$$



1.1-сүрөт

Алынган чондуктарды пайдаланып, координаттын графигин чиебиз (1.1-сүр.).

Төмөнкүдөй ой жүгүртүүгө таянып жолдун графигин түзөбүз:

1) Ылдамдык белгиси өзгөргөн моментке чейин жол менен координат дал келишет.

2) Ушул моменттен баштап координат кичиреет, координат кичирейген закон боюнча жол өсүүсүн улантат.

Демек, жол графиги убакыттын $t=2\text{с}$ чейин координат графиги менен дал келет жана ушул моменттен баштап ал координат графигинин күзгүдөн чагылышындай болот (1.1-сүр.).

3-мисал. Ийрилигинин радиусу $R=50\text{м}$ болгон жолдун ийилген бөлүгү менен автомобиль жүрүп келе жатат. Автомобиль кыймылынын теңдемеси $S = A + Vt + Ct^2$, мында $A=10\text{ м}$, $V=10\text{ м/с}$, $C = -0,5\text{ м/с}^2$. Убакыттын $t = 5\text{с}$ моментиндеги автомобиль ылдамдыгын, анын тангенциалдык, нормалдык, толук ылдамданууларын тапкыла.

Чыгарылышы. Алгач автомобиль ылдамдыгынын жалпы туюнтмасын чыгарабыз.

$$\vartheta = \frac{dS}{dt}$$

Жолдун берилген теңдемесинен убакыт боюнча туунду алсак

$$\vartheta = V + 2Ct.$$

Буга В жана С турактууларынын, убакыттын берилген маанилерин койсок

$$v = (10 - 2 \cdot 0,5 \cdot 5) \text{ м/с} = 5 \text{ м/с}.$$

Эми тангенциалдык ылдамдануу үчүн жалпы туюнтманы чыгарабыз

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt}.$$

Ылдамдыктын жалпы теңдемесинен убакыт боюнча туунду алып, С турактуусунун маанисин койсок,

$$a_{\tau} = 2C = -1 \text{ м/с}^2.$$

Тангенциалдык ылдамдануу нөлдөн кичине турактуу санга барабар экен. Демек, автомобиль бир калыпта акырындатылган кыймыл менен кыймылдап бара жатат.

Нормалдык ылдамданууну табуу үчүн анын жалпы формуласына ылдамдык менен издин ийрилик радиусунун белгилүү маанилерин коёбуз.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{5^2}{50} \text{ м/с}^2 = 0,5 \text{ м/с}^2$$

Толук ылдамдануу өз ара перпендикулярдуу жайланышкан тангенциалдык жана нормалдуу ылдамдануулардын геометриялык суммаларына барабар:

$$a = \sqrt{a_{\tau}^2 + a_n^2} = \sqrt{1 + 0,25} \text{ м/с}^2 = 1,12 \text{ м/с}^2.$$

Толук ылдамдануу багытын толук ылдамдануу радиусун же нормалдык ылдамдануу багыты менен түзгөн бурчун аныктоо аркылуу таап алсак болот:

$$\cos \left(\overset{\wedge}{\angle} a, a_n \right) = \frac{a_n}{a} = \frac{0,5}{1,12} = 0,446$$

$$\left(\overset{\wedge}{\angle} a, a_n \right) = \arccos 0,446, \quad \left(\overset{\wedge}{\angle} a, a_n \right) = 63^{\circ} 30'$$

4-мисал. $n_0 = 10$ айл/с жыштыгы менен айланган дөңгөлөк тормоздоо башталгандан тартып бир калыпта акырындап айла-

на баштады. Тормоздоо токтогондон кийин, дөңгөлөк $n = \text{байл/с}$ жыштыгы менен бир калыпта айланып калды.

Эгерде бир калыпта акырындап айланган убагында дөңгөлөк $N = 50$ айлана жасаса, дөңгөлөктүн бурчтук ылдамдануусу $-\varepsilon$, тормоздоо убактысы t тапкыла.

Чыгарылышы. Дөңгөлөктүн бурчтук ылдамдануусу баштапкы ω_0 жана аяккы бурчтук ылдамдыктар ω менен төмөндөгүчө байланышкан,

$$\omega^2 - \omega_0^2 = 2\varepsilon\varphi,$$

мындан

$$\varepsilon = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\varphi}.$$

Бирок $\varphi = 2\pi N$, $\omega = 2\pi n$ болгондуктан,

$$\varepsilon = \frac{\pi(n^2 - n_0^2)}{N}.$$

Буга сан маанисин койсок,

$$\varepsilon = \frac{3,14(36 - 100)}{50} \text{ рад/с}^2 = -4,02 \text{ рад/с}^2$$

Дөңгөлөктүн айлануусу акырындай баштагандыктан, бурчтук ылдамдануу терс мааниге ээ болуп калды.

Тормоздоонун узактыгын табуу үчүн бурулуу бурчун (φ), орточо бурчтук ылдамдыкты $\langle \omega \rangle$ жана убакытты (t) байланыштырган формуланы колдонобуз:

$$\varphi = \langle \omega \rangle t, \quad \text{же} \quad \varphi = \frac{\omega_0 + \omega}{2} \cdot t = \pi(n_0 + n)t,$$

мындан

$$t = \frac{\varphi}{\pi(n_0 + n)} = \frac{2N}{n_0 + n},$$

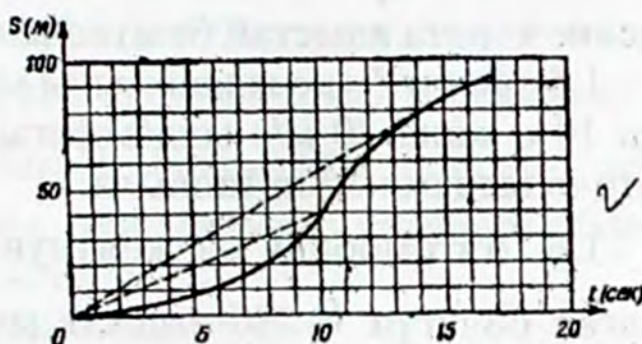
сан маанисин койсок,

$$t = \frac{2 \cdot 50}{10 + 6} \text{ с} = 6,25 \text{ с}.$$

§ 3. Маселелер

3.1. Туз сызыктуу кыймыл

1.1. 1.2-сүрөттө автомобиль үчүн кыймылдын башталышында анын которулушунун убакыттан болгон көз карандылыгынын графиги көрсөтүлгөн.



1.2-сүрөт

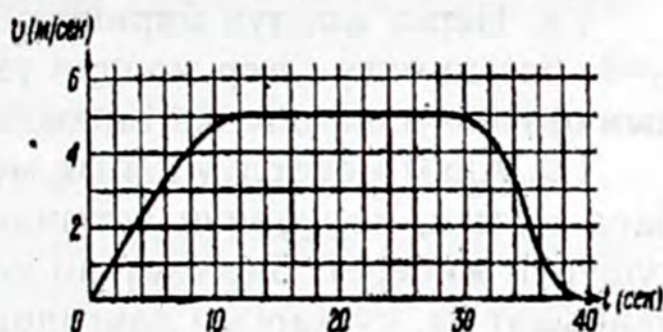
а) Убакыттын ар кандай моменттери үчүн автомобилдин кыймылы кандай?

б) Кайсы моментте автомобилдин ылдамдыгы эң чоң?

в) Үзүлмө сызыктар эмнени көрсөтөт?

г) Алгачкы 10с, 17с орточо ылдамдыктар эмнеге барабар?

1.2. 1.3-сүрөтүндө автомобилдин ылдамдыгынын графиги көрсөтүлгөн.

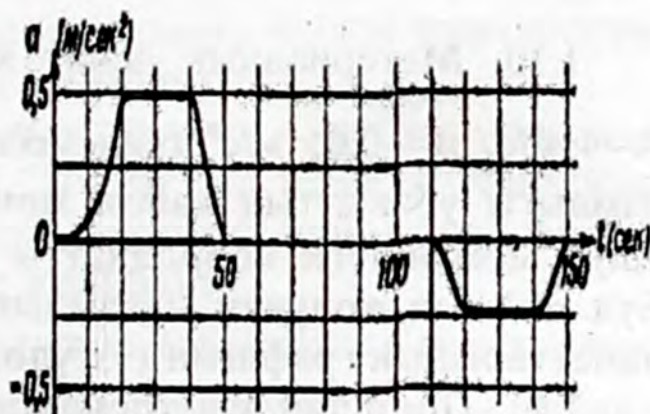


1.3-сүрөт

а) Убакыттын ар кандай моментинде автомобилдин кыймылы кандай?

б) Автомобиль 40 с ичинде канча жол басып өтөт?

1.3. Убакыттын өтүшү менен кыймылдаган вагондун ылдамдануу өзгөрүшүн көрсөтүүчү графиктерди жазуучу куралдар бар.



1.4-сүрөт

а) 1.4-сүрөттөгү график менен көрсөтүлгөн вагондун кыймылы убакыттын кайсы бөлүгүндө ылдамдануучу, бир калыпта жана акырындоочу болгон?

б) Убакыттын баштапкы моментинде $t = 0$, $v = 0$ деп алып, 1.4 графигине туура келген ылдамдыктын жакындатылган графигин чийгиле.

1.4. Эки түз жол $\alpha = 60^\circ$ бурч менен кесилишет. Ушул жолдор менен келе жаткан эки машина кесилиштен кезигишип, андан соң бири $v_1 = 60$ км/саат, экинчиси $v_2 = 80$ км/саат ылдамдыгы менен бири-биринен алыстай башташты. Бир машинанын экинчисине карата алыстай башташынын ылдамдыгын тапкыла.

1.5. Чекит 5 м/с ылдамдыгы менен 15 с, 8 м/с ылдамдыгы менен 10 с жана 20 м/с ылдамдыгы менен 6 с кыймылдаса, анын орточо ылдамдыгын тапкыла.

1.6. Автомобиль өз жолунун төрттөн үчүн $v_1 = 60$ км/саат, калган бөлүгүн $v_2 = 80$ км/саат ылдамдыгы менен жүрдү. Автомобиль кыймылынын орточо ылдамдыгын тапкыла.

1.7. Нерсе жолдун биринчи жарымын $v_1 = 2$ м/с, экинчи бөлүгүн $v_2 = 8$ м/с ылдамдыгы менен басып өттү. Кыймылдын орточо ылдамдыгын тапкыла.

1.8. Нерсе жолдун биринчи бөлүгүн $t_1 = 2$ с, экинчи бөлүгүн $t_2 = 8$ с басып өттү. Эгер жолдун узундугу $S = 20$ м болсо, кыймылдын орточо ылдамдыгын тапкыла.

1.9. Адам моторлуу кайык менен дарыяда өйдө карай сүзүп бара жатып, көпүрөнүн астынан куткаргыч дөңгөлөгүн сууга түшүрүп жиберет. Бир сааттан кийин жоготуусун байкап, кайта кайрылат да, куткаргыч дөңгөлөктү көпүрөдөн 6 км алыстыктан кууп жетет. Эгерде кайыктын ылдамдыгы сууга салыштырмалуу турактуу болсо, дарыянын ылдамдыгы кандай?

1.10. Материалдык чекит кыймылы $x = At + \frac{Bt^2}{2}$, мында $A = 4$ м/с, $B = -0,05$ м/с² теңдемеси менен берилсе, чекиттин ылдамдыгы убакыттын кайсы моментинде $v = 0$ болоорун жана ушул моменттеги координатты жана ылдамданууну тапкыла. Бул кыймыл жолунун ылдамдыгынын, ылдамдануусунун координаттарынын графигин түзгүлө.

1.11. Поезддин электровозунун алдыңкы буфери менен бир сызыкта адам турат. Поезд $a = 0,1$ м/с² ылдамдануусу менен кыймылдай баштаган убакытта, адам да ошол эле багытта $v = 1,5$ м/с ылдамдыгы менен бир калыпта кыймылдай баштады. Канча убакыттан кийин поезд адамды кууп жетет? Бул кезде

поезд ылдамдыгы эмнеге барабар? Ушул убакытта адам канча жолду басып өтүүгө үлгүрөт?

1.12. Бир эле жерден бир багытты көздөй бир калыпта ылдамданган эки чекит кыймылдай башташты. Экинчи чекит биринчиге караганда өз кыймылын 2 с кеч баштады. Биринчи чекит $v_1=1$ м/с баштапкы ылдамдыгы жана $a_1=2$ м/с² ылдамдануусу, экинчи чекит $v_2=10$ м/с баштапкы ылдамдыгы жана $a_2=1$ м/с² ылдамдануусу менен кыймылдаса, экинчи чекит биринчи чекитти качан жана кай жерден кууп жетет?

1.13. Эки материалдык чекиттин кыймылы

$$x_1=A_1+B_1t+C_1t^2, \text{ мында } A_1=20 \text{ м, } B_1=2 \text{ м/с, } C_1=-4 \text{ м/с}^2,$$

$$x_2=A_2+B_2t+C_2t^2, \text{ мында } A_2=2 \text{ м, } B_2=2 \text{ м/с, } C_2=0,5 \text{ м/с}^2,$$

теңдемелери менен туюнтулат. Убакыттын кайсы моментинде бул чекиттердин ылдамдыктары барабар болушат? Бул моментте чекиттердин ылдамдыктары жана ылдамдануулары кандай?

1.14. Эки материалдык чекит

$$x_1=A_1t+B_1t^2+C_1t^3, \text{ мында } A_1=4 \text{ м/с, } B_1=8 \text{ м/с}^2, C_1=-16 \text{ м/с}^3,$$

$$x_2=A_2t+B_2t^2+C_2t^3, \text{ мында } A_2=2 \text{ м/с, } B_2=-4 \text{ м/с}^2, C_2=1 \text{ м/с}^3,$$

теңдемесине ылайык кыймылдашат. Убакыттын кайсы моментинде бул чекиттердин ылдамдануусу бирдей болот? Бул моменттеги чекиттердин ылдамдыктарын тапкыла.

1.15. Нерсе өз жолунун аяккы метрин $t=0,1$ с убактысында басып өтсө, анын түшүү бийиктигин h аныктагыла.

1.16. Таш $h=1200$ м бийиктиктен түшсө, өзүнүн түшүүсүнүн аяккы секундасында канча жолду басып өтөт?

1.17. Теректин бийиктигин аныктоо үчүн анын түбүнөн чокусуна чейин таш ыргытуу керек. Эгерде таш теректин чокусуна жетип, жерге 5с кийин кайра түшсө, теректин бийиктигин аныктагыла. Абанын каршылыгы эске алынбайт.

1.18. Таш $v_0 = 20$ м/с баштапкы ылдамдыгы менен тик өйдө ыргытылды. Канча секундадан кийин таш $h = 15$ м бийиктикке көтөрүлөт? Бул бийиктикте таштын ылдамдыгы v эмнеге барабар? Абанын каршылыгын эске албагыла. Эркин түшүүнүн ылдамдануусун $g = 10$ м/с² деп алгыла.

1.19. Нерсе тик өйдө $v_0 = 28$ м/с ылдамдыгы менен ыргытылды. Анын эң бийик көтөрүлүү чегин жана көтөрүлүү убактысын тапкыла. Канча убакыттан кийин ал эң бийик көтөрүлүү чегинин жарымына жетет?

1.20. Биринчи таш $v_0 = 20$ м/с баштапкы ылдамдыгы менен тик өйдө ыргытылды. Экинчи таш 1 секундадан кийин ушундай эле ылдамдык менен ыргытылса, алар кайсы бийиктикте жолугушат?

1.21. Балкондон топ $v_0 = 5$ м/с баштапкы ылдамдыгы менен тик өйдө ыргытылды. Эки секундадан кийин топ жерге түшсө, жерге карата балкондун бийиктигин жана топтун жерге тиер моментиндеги ылдамдыгын тапкыла.

1.22. 10 м/с ылдамдыгы менен көтөрүлүп бара жаткан шардан тик ылдый ыргытылган таш жерге 16с дан кийин келип жетет. Ташты ыргыткан моментте шар кандай бийиктикте болгондугун тапкыла.

1.23. Нерсе 200 м бийиктиктен $v_0 = 15$ м/с баштапкы ылдамдыгы менен түшө баштады. Эгерде баштапкы ылдамдык v_0 а) жогору б) ылдый багытталса, таш канча убакыттан кийин жерге жетээрин аныктагыла.

1.24. Эркин түшкөн нерсе $h_0 = 25$ м аралыгын басып өтүү. Убакыттын бул моментин баштапкы катарында кабыл алып, ылдамдыктын жана жолдун убакыттан болгон көз карандылыгынын теңдемесин чыгаргыла. Нерсенин кыймылдын 5 секундында басып өткөн жолун тапкыла.

1.25. Жаандын тик түшкөн тамчысы жердин бетине жеткен моментинде 15м/с ылдамдыкка ээ болот. Бир тамчы тереңдиги 10м болгон кудукка тамат, кудук четинде турган киши канча убакыттан кийин тамчынын суунун бетине тийген дабышын угат? Үндүн абадагы ылдамдыгын 340 м/с деп алгыла.

3.2. Ийри сызыктуу кыймыл

1.26. Чекит ийри сызык боюнча $a_{\tau} = 0,5 \text{ м/с}^2$ тангенциалдык ылдамдануу менен кыймылдап бара жатат. Ийрилигинин радиусу $R=3 \text{ м}$ болгон издин бөлүгүндө чекит ылдамдыгы $\vartheta = 2 \text{ м/с}$ болсо, ушул бөлүктөгү чекиттин толук ылдамдануусун тапкыла.

1.27. Радиусу $R=10 \text{ м}$ болгон айлананын жаасы боюнча чекит кыймылдап бара жатат. Убакыттын кандайдыр бир моментинде чекиттин нормалдык ылдамдануусу $a_n = 4,9 \text{ м/с}^2$, ушул моментте толук ылдамдануунун вектору нормалдык ылдамдануунун вектору менен $\varphi = 60^\circ$ бурчту түзөт. Чекиттин ылдамдыгын ϑ жана тангенциалдык ылдамдануусу a_{τ} тапкыла.

1.28. Поезд ийрилик радиусу $R=400 \text{ м}$ болгон жолдун бөлүгүндө $a_{\tau} = 0,2 \text{ м/с}^2$ тангенциалдык ылдамдануу менен кыймылдап бара жатат. Анын ылдамдыгы 10 м/с болгон кезиндеги нормалдык жана толук ылдамданууларын тапкыла.

1.29. Чекиттин ийри сызык боюнча кыймылы $x = A_1 t^3$ жана $y = A_2 t^3$ теңдемелери менен берилген, мында

$A_1 = 1 \text{ м/с}^3$, $A_2 = 2 \text{ м/с}$. Убакыттын $t = 0,8 \text{ с}$ моментиндеги чекит изинин теңдемесин, анын ϑ ылдамдыгын жана a ылдамдануусун тапкыла.

1.30. Мунарадан горизонталдык багытта ташты ыргытышты. Таш 2 с убакыттан кийин мунаранын негизинен $S = 40 \text{ м}$ аралыкка барып түштү. Таштын баштапкы ϑ_0 жана акыркы ϑ ылдамдыктарын аныктагыла.

1.31. Бассейндеги трамплинде турган спортчу топту 15 м/с горизонталдык ылдамдыгы менен ыргытат. Топту ыргытып жатып, ал тең салмактуулугун жоготуп, трамплинден кулайт да, 1 с кийин сууга түшөт. Трамплин топтун түшкөн жеринен канчалык аралыкта жайланышкан? Топтун акыркы ылдамдыгы кандай?

1.32. Мунарадан горизонталдык багытта таш $v_0 = 20 \text{ м/с}$ ылдамдыгы менен ыргытылып, мунаранын бийиктигинен эки эсе чоң аралыкка S барып түштү. Мунаранын бийиктиги h ты тапкыла.

1.33. Тапанчанын огу ортосундагы аралыктары $\ell = 30 \text{ м}$ болгон тик илинген эки кагаз барагын көзөп өттү. Экинчи барактагы көзөнөк биринчисиндегиге караганда $h = 10 \text{ см}$ төмөн жайланышса, биринчи баракка ок горизонталдуу багытта кыймылдап учуп жетти деп эсептеп, анын ылдамдыгы v ны тапкыла. Абанын каршылыгын эске албагыла.

1.34. Самолёт $h = 2940 \text{ м}$ бийиктикте $v = 360 \text{ км/с}$ саат ылдамдыгы менен учуп келе жатып, бомбасы бутага тийиш үчүн аны бутанын үстүнө келгенге чейин канча убакыт мурун жана бутага канча аралык калганда ташташы керек?

1.35. Жердин жасалма жандоочусу орбита боюнча $v_0 = 7,75 \cdot 10^3 \text{ м/с}$ ылдамдыгы менен кыймылдайт. Жандоочу токтотуучу кыймылдаткычтарын иштеткенден 5 с өткөнчө тангенциалдык ылдамдануусу $a_t = kt$ закону боюнча өзгөрсө, мында $k = 2 \text{ м/с}^3$, анын ушул убакытта басып өткөн жолун жана жолдун акырындагы тангенциалдык ылдамдануусун, ылдамдыгын тапкыла.

3.3. Нерсенин кыймылсыз октун айланасында айланышы

1.36. Жер бетинде: а) экватордо ($\varphi = 90^\circ$); б) Москванын кеңдигинде ($\varphi = 55^\circ 45'$) жайланышкан эки чекиттин сызыктуу ылдамдыктарын (v_1 жана v_2), борборго умтулуучу ылдамданууларын (a_1 жана a_2) тапкыла.

1.37. Айланган дискадагы чекиттердин сызыктуу ылдамдыктары $v_1 = 3 \text{ м/с}$. Окко 10 см жакын жайланышкан чекиттердин сызыктуу ылдамдыктары $v_2 = 2 \text{ м/с}$. Диск секундасына канча жолу айланат?

1.38. Айлануу жыштыгы 1500 айл/мин болгон дөңгөлөктүн айлануусу тормоздоодон кийин бир калыпта жайлап, 30с кийин токтоду. Тормоздоонун башталыш моментинен берки дөңгөлөктүн бурчтук ылдамдануусун жана айлануу санын тапкыла.

1.39. Саат суткасына 2 минутага артта калат. Минут жебесинин бурчтук ылдамдануусу эмнеге барабар?

1.40. $v=50$ айл/с жыштыгы менен айланган дисканын айлануусу акырындап $N=1680$ айлануу жасагандан кийин токтосо, дисканын бурчтук ылдамдануусун тапкыла.

1.41. Дөңгөлөк бир калыптагы ылдамдануу менен айланып, 10 айлануудан кийин $\omega=20$ рад/с бурчтук ылдамдыгына ээ болду. Дөңгөлөктүн бурчтук ылдамдануусун тапкыла.

1.42. Чекит радиусу $R=10$ см болгон айлана боюнча турактуу a_t тангенциалдык ылдамдануусу менен айланып жатат. Кыймыл башталгандан кийинки бешинчи айлануунун аягында чекиттин сызыктуу ылдамдыгы $v=79,2$ см/с болсо, анын тангенциалдык ылдамдануусун тапкыла.

1.43. Чекит радиусу $R=10$ см болгон айлана боюнча турактуу a_t тангенциалдык ылдамдануусу менен айланууда. Кыймыл башталгандан кийинки бешинчи айлануунун аягында чекиттин сызыктуу ылдамдыгы $v=10$ см/с болсо, кыймылдын башталышынан $t=20^0$ С өткөндөн кийинки чекиттин нормалдык ылдамдануусун тапкыла.

1.44. Дөңгөлөк $\varepsilon=2$ рад/с² бурчтук ылдамдануусу менен айланып жатат. Кыймылдын башталышынан $t=0,5$ с өткөндөн кийин дөңгөлөк $a=13,6$ см/с² толук ылдамдануусуна ээ болду. Дөңгөлөктүн радиусун тапкыла.

1.45. Чекиттин радиусу $R=2$ м болгон айлана боюнча басып өткөн жолу $s=at^2+bt$ теңдемеси менен туюнтулат. Эгерде $a=3$ м/с², $b=1$ м/с болсо, кыймыл башталгандан $t=0,5$ с кийинки нормалдык, тангенциалдык жана толук ылдамданууларды аныктагыла.

2-БАП

ДИНАМИКА

Жалпы кеңештер

Түз сызыктуу кыймылдын динамикасы боюнча маселелерди чыгарууда алгач бизди кызыктырган нерселерге аракет эткен күчтөрдү аныктап, аларды чиймеде көрсөтүш керек. Андан соң координат системасын тандап алабыз. Координат окторун күчтөрдүн аларга болгон проекциялары мүмкүн болушунча жөнөкөй туюнтулгандай кылып тандап алуу зарыл. Ньютондун экинчи законунун негизинде ар бир нерсе үчүн өз-өзүнчө күчтөрдүн жана ылдамдануулардын проекцияларын байланыштыруучу кыймылдын теңдемесин жазып алабыз.

Эгерде берилген маселеде нерселердин кыймылы өз ара байланышта болсо, бул байланышты чагылдырган кинематикалык чондуктар үчүн теңдемени табуу керек. Алынган теңдеме изделген чондуктарга салыштырмалуу чыгарылат.

Ньютондун экинчи закону болгону ылдамданууну табууга гана мүмкүнчүлүк берээрин белгилей кетүү керек. Нерселердин ылдамдыктары жана координаттары баштапкы шарттар берилгенде гана табылат.

Сүрүлүүнү эсепке алууга туура келген маселелерди чыгарууда сүрүлүү күчүн аныктоочу таянычтын нормалдык реакциясынын күчүн табуу керек. Ал үчүн түз сызыктуу кыймылдаган нерсенин ылдамдык багытына тик жайланышкан окту бойлото ылдамдануунун жоктугуна байланыштуу бул октогу күчтөрдүн проекцияларынын суммасы нөлгө барабар экендиги эске алынуу менен теңдеме түзүлөт.

Айлана боюнча бир калыптагы кыймылдын динамикасы үчүн маселелер түз сызыктуу кыймылдын динамикасынын маселелери сыяктуу эле чыгарылат. Болгон айырмасы айлана боюнча кыймылдаганда нерсе борборго багытталган ылдамданууга ээ болот.

§ 1. Негизги формулалар

Ньютондун биринчи закону: нерсеге башка нерселер аракет этпесе, ал тынч абалын же бир калыптагы түз сызыктуу кыймылын сактайт.

Ньютондун экинчи закону: нерсенин кыймылынын ылдамдануусу ага аракет эткен күчкө түз, массасына тескери теңдеш.

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (1)$$

мында a – ылдамдануу, F – нерсеге аракет эткен күчтөрдүн вектордук суммасы, m – нерсенин массасы.

Динамиканын негизги теңдемеси

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}. \quad (2)$$

Эгерде F күчү чоңдугу боюнча турактуу болуп, турактуу багыт боюнча аракет этсе, убакыттын чектүү аралыгы – Δt дагы импульстун өзгөрүшү күч менен анын аракет этүү убагынын көбөйтүндүсүнө барабар:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}\Delta t \text{ же } m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1 = \vec{F}\Delta t. \quad (3)$$

Ньютондун үчүнчү закону: нерселер модулдары боюнча барабар, бир түз сызык боюнча карама-каршы багытталган күчтөр менен аракет этишет. Ийри сызык боюнча кыймылдаган чекитке аракет эткен күч эки түзүүчүгө – тангенциалдык жана нормалдык түзүүчүлөргө ажыратылышы мүмкүн.

Тангенциалдык же жаныма күч

$$F_{\tau} = ma_{\tau} = m \frac{dv}{dt} \quad (4)$$

же

$$F_{\tau} = m\varepsilon R. \quad (5)$$

Мында R – издин ийрилигинин радиусу, ε – бурчтук ылдамдануу.

Нормалдык же борборго умтулуучу күч

$$F_n = ma_n = \frac{m\vartheta^2}{R} \quad (6)$$

же

$$F_n = m\omega^2 R \quad (7)$$

Бүткүл дүйнөлүк тартылуу закону:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (8)$$

мында $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Нм}^2/\text{кг}^2$ – гравитациялык турактуулук.

Оордук күчү P – нерселерди Жер өзүнө тарткан күч

$$\vec{G} = m\vec{g}, \quad (9)$$

мында m – нерсенин массасы, \vec{g} – эркин түшүүнүн ылдамдануусу.

Жердин бетиндеги эркин түшүүнүн ылдамдануусу

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} \quad (10)$$

мында M – жердин массасы, R – радиусу, Жер бетинен h бийиктигинде

$$g = \gamma \frac{M}{(R + h)^2} \quad (11)$$

Нерсенин салмагы P деп тартылуу күчү жана таяныч же асманын ылдамдатылган кыймылы менен шартталган нерсенин асмага жана таянычка аракет эткен күчүн айтабыз.

Эгерде асма же таяныч ылдый кыймылдаса,

$$\vec{P} = \vec{G} - m\vec{a} = m(\vec{g} - \vec{a}). \quad (12)$$

Эгерде асма же таяныч жогору кыймылдаса,

$$\vec{P} = \vec{G} + m\vec{a} = m(\vec{g} + \vec{a}). \quad (13)$$

Тынч абалдагы сүрүлүү күчүнүн максималдык мааниси

$$F_{\text{макс.сүр.}} = \mu N. \quad (14)$$

Мында μ – сүрүлүү коэффициенти, N – нормалдык басымдын күчү.

Сыйгаланып сүрүлүү күчү

$$F_{\text{сүр.}} = \mu N, \quad (15)$$

Суюк сүрүлүүдө нерсенин ылдамдыгы кичине болсо

$$F_{\text{сүр.}} = -k_1 \vartheta, \quad (16)$$

Нерсенин ылдамдыгы чоң болсо

$$F_{\text{сүр.}} = -k_2 \vartheta^2 \quad (17)$$

барабар болот, мында k – нерсенин формасынан көз каранды болгон теңдештик коэффициенти.

Зым оромонун серпилгич күчү

$$F = -kx. \quad (18)$$

мында x – абсолюттук деформация, k – серпилгичтик коэффициенти.

Чыңалуу:

а) нормалдык

$$\sigma = \frac{F}{S} \quad (19)$$

мында F – чоюучу же кысуучу күч, S – нерсенин туурасынан кесилиш аянты.

б) тангенциалдык

$$\tau = \frac{F}{S} \quad (20)$$

мында F – нерсенин катмарына бойлото аракет эткен күч, S – ушул катмардын аянты.

Гуктун закону: серпилгичтүү, чоюлуу (кысылуу) деформациясында серпилгичтүү күчтөр узаруу (кыскаруу) векторуна түз теңдеш жана багыты боюнча ага карама-каршы болушат.

$$\vec{F} = -k\Delta\vec{\ell}, \quad (21)$$

мында k – серпилгич күчүнүн коэффициенти.

Эгерде F – аракет эткен күч, ℓ_0 – нерсенин баштапкы узундугу, $\Delta\ell$ – абсолюттук узаруу, S – анын туурасынан кесилиш аянты болсо,

$$F = \frac{ES}{\ell_0} \Delta \ell, \quad (22)$$

же

$$\sigma = \varepsilon E \quad (23)$$

мында $E = \frac{1}{\alpha}$ – Юнгдун модулу, α – серпилгичтик коэффициентини,

$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell_0}$ – салыштырма узаруу.

Узунунан чоюлгандагы таякчанын жоондугунун салыштырма өзгөрүшү

$$\frac{\Delta d}{d} = \beta p, \quad (24)$$

Мында β – туурасынан кысылыш коэффициенти, p – күчүркөнүү,

$$p = \frac{F}{S} \quad (25)$$

F – чоюучу (кысуучу) күч, S – туурасынан кесилиш аянты.

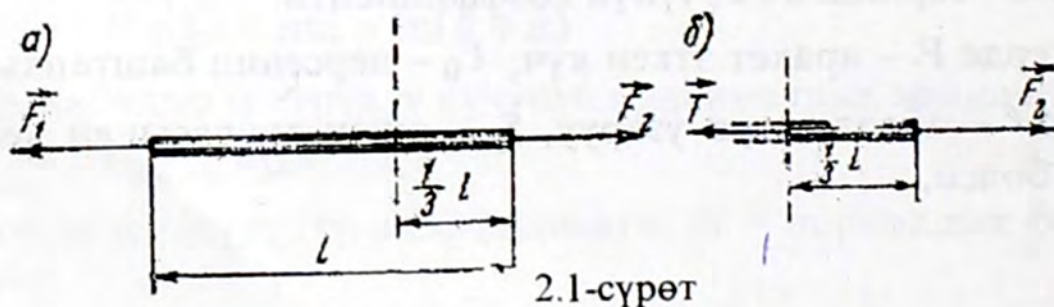
Бир тектүү таякчаны φ бурчуна толгоочу момент

$$M = C\varphi \quad (26)$$

Мында C – толгоонун турактуусу.

§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары

1-мисал. Бир тектүү таяктын учтарына карама каршы багытталган эки күч: $F_1=40$ Н жана $F_2=100$ Н аракет этишет (2.1.а-сүр.). Таякты 1:2 катышындай бөлгөн туурасынан кесилиштеги чоюучу күчтү \vec{T} тапкыла.



2.1-сүрөт

Чыгарылышы. Эгерде F_1 жана F_2 күчтөрү өз ара барабар болушса, таяктын каалагандай кесилишиндеги чоюучу күч бирдей болуп, чоңдугу боюнча таяктын учтарына аракет эткен күчтөргө барабар болмок. Бул учурда таяк тынч абалда болмок. Бирок таякка аракет эткен күчтөрдүн суммасы нөлдөн айырмалангандыктан, таяк чоңдугу жана багыты Ньютондун экинчи законунан аныкталган

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m}$$

ылдамдануусу менен кыймылдайт. Мында m – таяктын массасы.

Эки күч тең түз сызыкты бойлото аракет эткендиктен, геометриялык сумманы алгебралык сумма менен алмаштырсак болот

$$a = \frac{F_1 + F_2}{m} \quad (1)$$

Таяктын ылдамдатылган кыймылы кезинде анын туурасынан кесилишиндеги чоюучу күч ар кандай мааниге ээ болот. Бул күчтү төмөндөгүчө аныктайбыз: таякты берилген кесилиштен эки бөлүккө бөлүп алып, сол жагын эске албай коёлу (2.1.б-сүр.). Натыйжада $F_2 - T$ күчүнүн аракети астында таяктын m_1 массасына ээ оң жагы чоңдугу жана багыты (1)-формула менен туюнтулган ылдамданууга барабар ылдамдык менен кыймылдашы керек. Ал ылдамдануу төмөндөгүчө табылат:

$$a = \frac{F_2 - T}{m_1};$$

Таяк бир тектүү болгондуктан,

$$m_1 = \frac{1}{3} m,$$

демек,

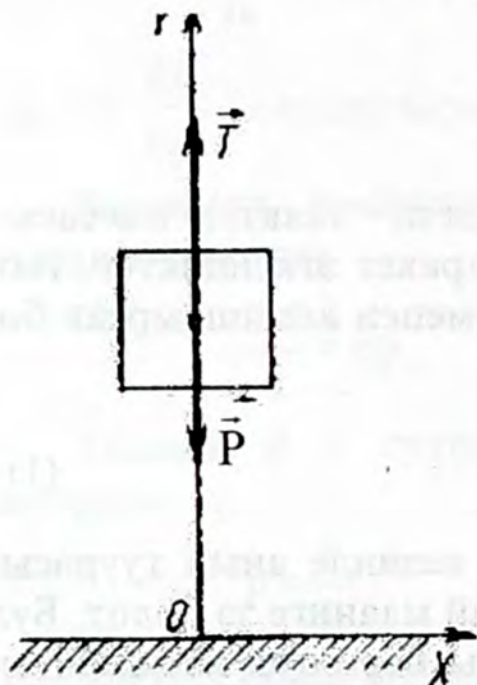
$$a = \frac{F_2 - T}{\frac{1}{3} m}; \quad (2)$$

(1) жана (2) барабардыктардын оң жактарын барабарлап, чоюучу күчтү (T) таап алабыз

$$T = F_2 - \frac{1}{3}(F_2 - F_1).$$

Сан маанилерин койсок:

$$T = 100\text{Н} - \frac{1}{3}(100 - 40)\text{Н} = 80\text{Н}$$



2.2-сүрөт

2-мисал. Көтөрүүчү кран массасы $m=1000$ кг болгон жүктү $a=0,2$ м/с² ылдамдануу менен тик өйдө көтөрүп жатат. Жүктү кармаган аркандын чоюлуу күчүн тапкыла.

Чыгарылышы. Жүккө оордук күчү \vec{P} жана аркандын чоюлуу күчү \vec{T} аракет этет (2.2-сүр.). ОУ координат огун тик өйдө багыттап алабыз. Анда Ньютондун экинчи законуна ылайык кыймылдын теңдемеси тиешелүү чоңдуктардын ОУ огундагы проекциялары аркылуу

$$T_y + P_y = ma_y$$

түрүндө жазылат. $T_y=T$, $P_y=-mg$, $a_y=a$

болгондуктан,

$$T - mg = ma$$

Мындан

$$T = m(g+a) = 1000 \text{ кг} (9,8+0,2)\text{м/с}^2 = 10^4\text{Н}.$$

3-мисал. Жердин бетинен h бийиктигинде айлана боюнча кыймылдаган жасалма жандоочунун айлануу мезгили жердин бетине жакын айланган ($h \approx 0$) жандоочунун айлануу мезгилинен канчага чоң?

Чыгарылышы. Биринчи учурда жандоочу радиусу $R+h$ болгон айлана боюнча кыймылдайт. Жандоочунун ылдамдануусунун модулу

$$a = \omega_1^2(R+h)$$

формуласы аркылуу аныкталат. Мында ω_1 – бурчук ылдамдык. Бул ылдамдануу жердин жандоочуга модулу төмөндөгүгө барабар тартуу күчү

$$F = \gamma \frac{mM}{(R+h)^2}$$

менен аракет эткенде пайда болот. Мында γ – гравитациялык турактуулук, m – жандоочунун массасы, M – жердин массасы.

Ньютондун экинчи закону боюнча

$$\gamma \frac{mM}{(R+h)^2} = m\omega_1^2(R+h). \quad (1)$$

Айлануунун мезгили T_1 бурчтук ылдамдык менен

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$$

катнашы аркылуу байланышат. ω_1 дин маанисин (1) – теңдемеге койсок,

$$\gamma \frac{M}{(R+h)^2} = \frac{4\pi^2(R+h)}{T_1^2} \quad (2)$$

Экинчи учурда жандоочу радиусу болжол менен жердин радиусуна барабар айлана боюнча кыймылдайт. Жогорудагыга окшош

$$\gamma \frac{M}{R^2} = \frac{4\pi^2 R}{T_2^2} \quad (3)$$

(3) – теңдемесин (2) – теңдемесине мүчөлөп бөлөбүз

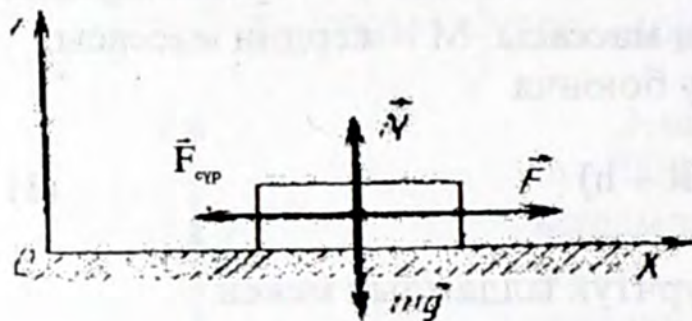
$$\frac{(R+h)^2}{R^2} = \frac{T_1^2 R}{T_2^2 (R+h)}$$

Мындан

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^3}$$

4-мисал. Горизонталдык тегиздикти бойлото багытталган \vec{F} күчүнүн аракети астында столдун үстү менен баштапкы ылдамдыгы нөл болгон, массасы $m=4$ кг барабар нерсе жылмыш

баштады. Арадан $t=3$ с убакыт өткөндөн кийин нерсе $v=0,6$ м/с ылдамдыгына ээ болду. Стол менен нерсенин ортосундагы сүрүлүү коэффициенти $\mu=0,2$ болсо, F күчүн тапкыла.



2.3-сүрөт

Чыгарылышы. Нерсеге төрт күч аракет этет; горизонталдуу багытта \vec{F} күчү жана сүрүлүү күчү $\vec{F}_{\text{сүр}}$, тик ылдый багытта оордук күчү $\vec{P} = m\vec{g}$ жана нормалдык басымдын күчү \vec{N} .

ОХ огунун оң багыты үчүн нерсенин кыймылынын багытын алабыз, ОУ огун тик өйдө багыттайбыз (3-сүр.).

Бардык күчтөрдү ОХ огуна проекциялап, нерсенин кыймылынын теңдемесин алабыз:

$$F - F_{\text{сүр}} = ma.$$

Мындан

$$F = F_{\text{сүр}} + ma. \quad (1)$$

\vec{N} күчүнүн модулу теңдемеси ОУ огундагы проекциялар боюнча түзүп, Ньютондун экинчи закону боюнча табабыз:

$$N_y + P_y = ma_y,$$

$$N_y = N, P_y = -mg, a_y = 0 \text{ болгондуктан,}$$

$$N - mg = 0$$

же

$$N = mg.$$

Ошондуктан

$$F_{\text{сүр}} = \mu N = \mu mg. \quad (2)$$

Нерсе баштапкы ылдамдыксыз бир калыпта ылдамдатылган кыймыл менен кыймылдагандыктан, убакыттын t моментиндеги ылдамдыгы

$$v = at,$$

мындан

$$a = \frac{g}{t} \quad (3)$$

F сүрүлүү күчүнүн жана а ылдамдануусунун маанилерин (2)-, (3)-формулаларынан (1)-формулага койсок жана берилген чоңдуктардын сан маанисин пайдалансак,

$$F = m\left(\mu g + \frac{g}{t}\right) = 8,6 \text{ Н}.$$

5-мисал. Жантаюу бурчу α га барабар жантык тегиздик боюнча массасы m болгон тактача ылдый карай сыйгаланып келе жатат. Тактачанын тегиздикке сүрүлүү коэффициенти μ болсо, анын ылдамдануусун тапкыла.

Чыгарылышы. ОХ огун жантык тегиздикти бойлото, ОУ огун тегиздикке тик өйдө багыттайбыз (4-сүр.). Тактачага үч күч аракет этет: Оордук күчү $\vec{P} = m\vec{g}$, тегиздиктин нормалдык басымынын күчү \vec{N} жана сүрүлүү күчү $\vec{F}_{\text{сүр}}$. Ньютондун экинчи законуна ылайык ОХ огундагы проекциялар аркылуу теңдеме түзөбүз:

$$P_x + N_x + F_{\text{сүр},x} = ma_x.$$

Бирок

$$P_x = mg \sin \alpha,$$

$$N_x = 0,$$

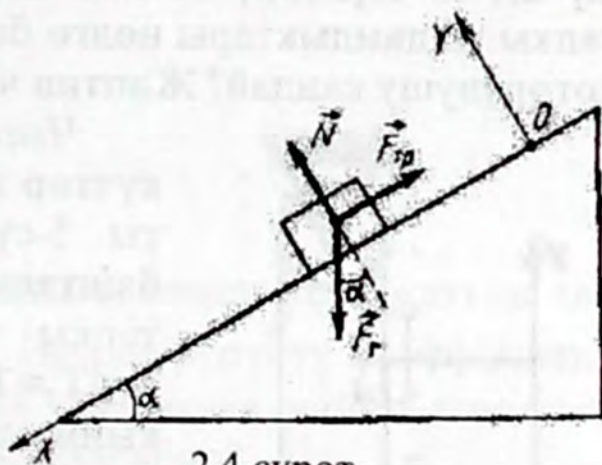
$$F_{\text{сүр},x} = -F_{\text{сүр}} = -\mu N.$$

Ошондуктан

$$mg \sin \alpha - \mu N = ma_x.$$

Мындан

$$a_x = \frac{mg \sin \alpha - \mu N}{m} \quad (1)$$



2.4-сүрөт

\vec{N} күчүнүн модулу жогорку маселедегидей эле Ньютондун экинчи законунун натыйжасы болгон ОУ огундагы проекциялар аркылуу жазылган теңдемени түзүү менен аныктап алабыз.

$$N - mg \cos \alpha = 0,$$

мындан

$$N = mg \cos \alpha.$$

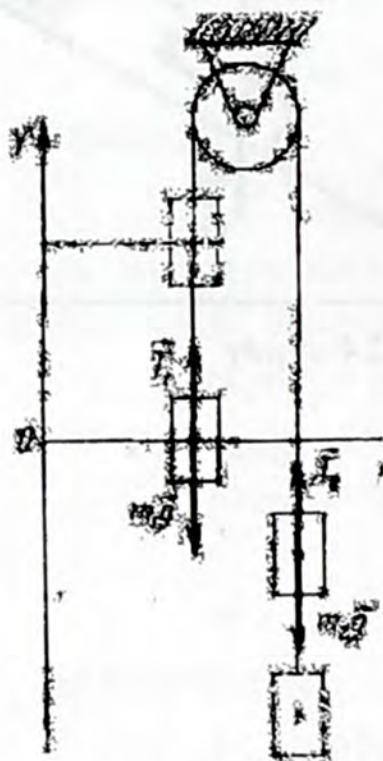
N дин маанисин (1) формуласына койсок,

$$a_x = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha).$$

Бул формуланы талдоодо сүрүлүү жок десек ($\mu=0$)

$$a_x = g \sin \alpha.$$

6-мисал. Чыгырыкка учтарына массалары $m_1=2$ кг жана $m_2=2,1$ кг жүктөрү байланган жип артылган. Жүктөрдүн баштапкы ылдамдыктары нөлгө барабар. $t=3$ с ичиндеги жүктөрдүн которулушу кандай? Жиптин чоюлуу күчү эмнеге барабар?



2.5-сүрөт

Чыгарылышы. Жүккө аракет эткен күчтөр жана ОУ координат огунун багыты 5-сүрөттө көрсөтүлгөн. Координат башталмасы сол жактагы жүктүн баштапкы абалы менен дал келтирилген. $T_1=T_2=T$ шартын эске алып, жүктөрдүн кыймылынын теңдемесин ОУ огундагы проекциялар аркылуу беребиз:

$$T - m_1 g = m_1 a, \quad T - m_2 g = -m_2 a,$$

мында a – ылдамдануу. Биринчи теңдемеден экинчисин алсак

$$g(m_2 - m_1) = a(m_1 + m_2),$$

мындан

$$a = \frac{g(m_2 - m_1)}{m_1 + m_2}.$$

7-мисал. Жылмакай столдун үстүндө массалары $m_1=0,2$ кг жана $m_2=0,3$ кг болгон эки жүк жатат. Аларга аракет этүү сызыгы жип менен дал келген $F_1=0,6$ Н жана $F_2=1$ Н күчтөрү карама-каршы багытта аракет этишсе, жүктөр кандай ылдамдануу менен кыймылдаарын тапкыла. Сүрүлүүнү эске албагыла.

Чыгарылышы. Жүктөргө аракет эткен күчтөрдү белгилеп, координат системасын тандап алабыз (6-сүр.). Жипти салмаксыз деп алсак, $T_1 = T_2 = T$. Күчтөрдү ОХ огуна проекциялап, жүктөрдүн кыймыл теңдемесин жазып алабыз

$$F_2 - T = m_2 a,$$

$$T - F_1 = m_1 a.$$

Бул теңдемелерди мүчөлөп кошобуз

$$F_2 - F_1 = a(m_1 + m_2),$$

мындан

$$a = \frac{F_2 - F_1}{m_1 + m_2} = 0,8 \text{ м/с}^2$$

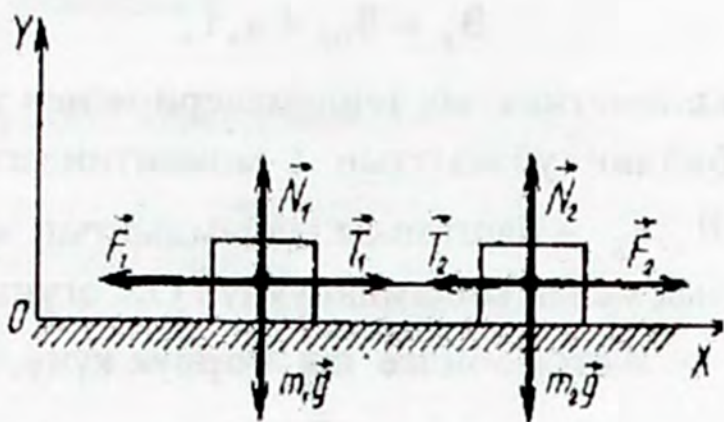
8-мисал. $v_0 = 72$ км/саат ылдамдыгы менен келе жаткан автомобилди айдоочу шак токтотту. Эгерде сүрүлүү коэффициенти $\mu = 0,6$ болсо, автомобиль канча убакыттан кийин токтойт? Автомобилди токтотуучу жол эмнеге барабар?

Чыгарылышы. ОХ

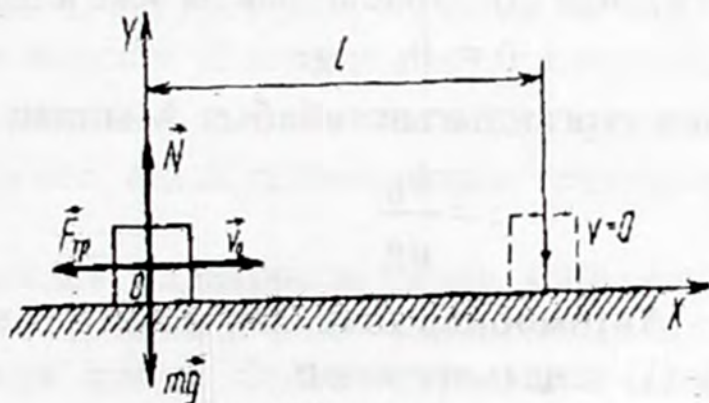
координат огун \vec{v}_0 векторунун багыты ушул октун оң багыты менен дал келгендей кылып тандап алабыз (7-сүр.). Координат башталмасын автомобилди айдоочу тормозду баскан моменттеги абалы менен

дал келтирип, убакытты ушул моменттен баштап эсептей баштайбыз. Анда автомобилдин кыймылы

$$x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad (1)$$



2.6-сүрөт



2.7-сүрөт

$$s_x = s_{0x} + a_x t, \quad (2)$$

кинематикалык теңдемелери менен жазылат. Мында x – автомобилдин убакыттын t моментиндеги координатасы; $s_{0x} = s_0$, s_x, a_x – баштапкы ылдамдыктын жана t моментиндеги ылдамдык менен ылдамдануунун Ox огуна болгон проекциялары.

Автомобилге $m\vec{g}$ оордук күчү, нормалдык реакция күчү \vec{N} жана сүрүлүү күчү $\vec{F}_{\text{сүр}}$ аракет этишет. Ньютондун экинчи законунун негизинде Ox жана Oy окторундагы проекциялар үчүн теңдемени түзүп алабыз:

$$-F_{\text{сүр}} = ma_x,$$

$$N - mg = 0.$$

Мындан

$$a_x = -\frac{F_{\text{сүр}}}{m},$$

$$N = mg.$$

Сүрүлүү күчү $F_{\text{сүр}} = \mu N = \mu mg$ экендигин эске алып, a_x ти таап алабыз

$$a_x = -\mu g. \quad (3)$$

Автомобиль токтогон моментте $t = \tau$, $s = 0$ (2) – теңдеменин негизинде (3)-барабардыкты эске алып,

$$0 = s_0 - \mu g \tau$$

боло тургандыгын табабыз. Мындан

$$\tau = \frac{s_0}{\mu g}. \quad (4)$$

Автомобиль токтогон моментте $x = \ell$. Бул маанини (3)- жана (4)- (1)-теңдемеге коюп,

$$\ell = s_0 \tau - \frac{\mu g \tau^2}{2} = s_0 \frac{s_0}{\mu g} - \frac{\mu g}{2} \left(\frac{s_0}{\mu g} \right)^2 = \frac{s_0^2}{2\mu g} \quad (5)$$

болоорун табабыз. (4)- жана (5)-формула боюнча эсептөөлөрдү жүргүзсөк: $\tau = 3,4$ с, $\ell \approx 34$ м.

§ 3. Маселелер

3.1. Ньютондун закондору. Механикадагы күчтөр

2.1. Кыймылдаткычын өчүргөн автомобиль горизонталь жол менен бир калыпта кыймылдай алабы?

2.2. Парашютчу тик ылдый бир калыпта түшүп келе жатат. Жердин тартуу күчү кандай нерселердин аракетин менен жоюлаарын түшүндүргүлө.

2.3. Бир калыпта кыймылдаган кеме инерциялуу система болуп эсептелеби? Бир калыпта кыймылдабасачы? Жердин жасалма жандоочусу инерциялуу система боло алабы же жокпу?

2.4. Эки нерсе өз ара аракеттенишип, тиешелүү түрдө 1 см/с^2 жана 1 м/с^2 ылдамданууларга ээ болушса, алардын массаларынын катыштарын тапкыла.

2.5. Кемедеги бөлмө (каюта) менен байланышкан эсептөө системасындагы столдон түшкөн алма: а) тик багытта кыймылдаса; б) алдын көздөй кыймылдап түшсө; в) артын көздөй жана г) каптал жагына кыйшайса кеме кандай кыймылдап бара жатат?

2.6. Массасы $m=1 \text{ кг}$ болгон балка 6 м/с ылдамдыгы менен кыймылдап, мыкты тактайга $1,5 \text{ см}$ тереңдикке кагып киргизет. Балка мыкка тийгенден баштап бир калыпта акырындатылган кыймыл менен кыймылдады деп эсептеп, анын канча убакыттан кийин токтоорун жана мыкка аракет эткен күчтү аныктагыла.

2.7. Массасы m болгон нерсеге убакытка пропорционалдуу күч $F=kt$ аракет этет. Убакыттын $t=0$ моментинде нерсе ϑ_0 баштапкы ылдамдыкка ээ болсо, анын кыймылынын теңдемесин тапкыла.

2.8. Автомобиль 45 км/саат ылдамдыгы менен кыймылдап келе жатат. Автомобилди токтоткондо анын салмагынын $2/3$ нө барабар акырындатуучу күч пайда болсо, тормоздук жолду аныктагыла. Айдоочунун реакциясынын убактысы $0,7 \text{ с}$.

2.9. Массалары $m_1=300 \text{ г}$ жана $m_2=200 \text{ г}$ болгон эки жүк пружина таразасына асылган чыгырыкка артылган жип аркылуу байланышкан. Жүктөрдүн ылдамдануусун, пружина таразасынын көрсөтүүсүн жана жиптердин чоюлуусун тапкыла. Чыгырыктын огундагы сүрүлүүнү жана анын массасын эске албагыла.

2.10. Массалары $m_1=220$ г жана $m_2=270$ г болгон жүктөр чыгырыкка артылган салмаксыз жипке асылган. Системанын ылдамдануусун тапкыла.

2.11. Массасы m болгон бөлүкчө хоу тегиздигинде $x=Asin\omega t$, $y=Acos\omega t$ закондору боюнча кыймылдаса, ага аракет эткен күчтүн багытын жана модулуун тапкыла. Мында A , B , ω - турактуулар.

2.12. Чондугу $F=10$ Н болгон күчтүн аракети астында нерсе басып өткөн жолу S убакыт t дан $S=A-Bt+Ct^2$ закону боюнча баш ийгендей болуп кыймылдаса, анын массасын (m) тапкыла. Мында $C=1$ м/с²

2.13. Массасы $m=2$ кг болгон материалдык чекит кандайдыр бир күчтүн аракети астында $x=A+Bt+Ct^2+Dt^3$ законуна ылайык кыймылдайт баштады, мында $C=1$ м/с², $D=-0,2$ м/с³. Убакыттын $t_1=2$ с жана $t_2=5$ с моменттериндеги күч эмнеге барабар? Убакыттын кайсы моментинде күч нөлгө барабар болуп калат?

2.14. Массасы m болгон нерсе турактуу F күчүнүн аракети астында кыймылдайт. Нерсе убакыттын $t=t_0$ моментинде $x=x_0$ чекитинде жайланышат. Убакыттын $t=t_k$ моментинде нерсе $x=x_k$ чекитинде болушу үчүн кандай ылдамдык менен кыймылдашы керек?

2.15. Массасы m болгон нерсе турактуу F күчүнүн аракети астында кыймылдайт. Эгерде нерсе убакыттын $t=0$ моментинде багыты күчтүн багыты менен дал келген ϑ_0 ылдамдыгына ээ болсо, анын кыймылынын законун тапкыла.

2.16. Массасы $m=1$ кг болгон материалдык чекит бир калыпта кыймылдап, радиусу $R=12$ м болгон айлананын чейрегин $t=2$ с ичинде басып өттү. Чекиттин импульсунун өзгөрүшүн тапкыла.

2.17. Массасы $m=100$ г болгон шарик $h=2,5$ м бийиктигинен массасы шариктин массасынан алда канча чоң горизонталдык тактага түшүп, кайта тик өйдө секирди. Урунууну абсолюттуу серпилгичтүү деп алып, такта алган импульсту эсептеп чыккыла.

2.18. Массасы $m=4,65 \cdot 10^{-26}$ кг болгон молекула идиштин капталына нормаль боюнча $\vartheta = 600$ м/с ылдамдыгы менен урунуп, андан ылдамдыгын жоготпостон карама-каршы багытка

чагылды. Идиштин капталынын урунуу учурунда кандай күчтүн импульсун ($F\Delta t$) алаарын тапкыла.

2.19. Эки бала ар бири 100 Н күч менен күч өлчөгүчтү (динамометрди) карама-каршы багытка тартышат. Күч өлчөгүч кандай күчтү көрсөтөт?

2.20. Эмне үчүн кайыктагы адам анын түбүнө жана капталына аракет жасаганда кайык кыймылдабайт? Эмне үчүн адам кайыктан түшүп, ушундай эле күч менен аны түрткөндө ал кыймылдай баштайт?

2.21. Эркин учкан космостук кемедеги космонавт колундагы массалуу нерсени а) коё берсе; б) ыргытса кандай абалда болот?

2.22. Самолет $v=360$ км/саат турактуу ылдамдыгы менен радиусу $R=500$ м болгон «өлүк сыйыртмак» («Нестеровдун сыйыртмагы») аттуу жогорку учуунун фигурасын жасайт. Массасы 70 кг болгон учкучтун сыйыртмагынын төмөнкү, ортоңку, жогорку чекитиндеги салмактарын тапкыла.

2.23. Учкуч самолеттун отургучуна «Нестеровдун сыйыртмагынын» ылдыйкы чекитинде $F=7200$ Н күчү менен басат. Учкучтун массасы 80 кг, сыйыртмактын радиусу $R=250$ м болсо, самолеттун ылдамдыгын тапкыла.

2.24. Самолет радиусу $R=200$ м ге барабар «Нестеровдун сыйыртмагын» жасады. Эгерде самолеттун ылдамдыгы $v=10$ м/с болсо, сыйыртмактын төмөнкү чекитинде учкучту отургучка ныгырган күч F анын салмагынан P канча эсе чоң экендигин тапкыла.

2.25. Массасы $m=5$ т автомобиль $v=10$ м/с ылдамдыгы менен томпок көпүрө боюнча кыймылдап бара жатат. Көпүрөнүн ийрилик радиусу $R=50$ м болсо, автомобилдин көпүрөнү баскан күчүн тапкыла.

2.26. Автомобиль ийрилик радиусу $R=200$ м болгон жолдун бөлүгү боюнча кыймылдап бара жатат. Дөңгөлөк менен жолдун бетинин ортосундагы сүрүлүү коэффициенти $f=0,1$ болсо (тайгалак), автомобилдин ылдамдыгынын кайсыл маанисинде анын сыйгаланышы башталат?

2.27. Телебайланыш системасында колдонулган жасалма жандоочу Жердин экваторунун тегиздигинен жер шарынын берилген чекитинин үстүндө турактуу жайланышкандай болуп учурулат. Ушул абалда жандоочунун орбитасынын радиусу

жердин радиусунан канча эсе чоң? Жердин радиусун $R=6400$ км, жер бетиндеги эркин түшүүнүн ылдамдануусун $g=9,8$ м/с² деп эсептегиле.

2.28. Эгерде Күндүн радиусу Жердин радиусуна караганда 108 эсе чоң болсо, тыгыздыгы жердин тыгыздыгына 1:4 катышындай катышса, анын бетиндеги эркин түшүүнүн ылдамдануусун тапкыла.

2.29. Айдын радиусу Жердин радиусуна караганда $n_1=3,8$ эсеге, ал эми массасы $n_2=81$ эсеге кичине. Эгерде Жер бетинде $g_{ж}=9,8$ м/с² болсо, Айдын бетиндеги эркин түшүүнүн ылдамдануусун тапкыла.

2.30. Жипке массасы 1 кг болгон жүк илинген. Жипти жүк менен а) 5 м/с² ылдамдануу менен көтөргөндөгү б) ушундай эле ылдамдануу менен түшүргөндөгү жиптин чоюлуусун тапкыла.

2.31. Лифттин жүргүнчүлөр менен чогуу массасы $m=800$ кг. Эгерде лифтти кармоочу темир аркандын чоюлуу күчү а) $T=12$ кН; б) $T=6$ кН болсо, лифт кандай ылдамдануу менен кандай багытта кыймылдаарын тапкыла.

2.32. Жолдун горизонтко жантайыш бурчу α га, автомобилдин дөңгөлөгү менен жолдун ортосундагы сүрүлүү коэффициенти μ - га барабар болсо, автомобиль өйдө карай кандай максималдык ылдамдануу менен кыймылдаарын тапкыла.

2.33. Жүк көтөргүчтүн тасмасы горизонтко $\alpha=5^\circ$ бурчу менен жайланышкан. Тасма менен жүктүн ортосундагы сүрүлүү коэффициенти $\mu=0,2$. Тасманын ылдамдануусунун кандай максималдык маанисинде көтөрүлүп жаткан ящик тасма боюнча сыйгаланбайт? Көтөргүчтүн тасмасы ийилбейт, $g=10$ м/с² деп алгыла.

2.34. Жука капталдуу цилиндр горизонталдык тегиздик боюнча \bar{a} ылдамдануусу менен кыймылдап келе жатат. Өлчөмү цилиндрдин өлчөмүнө караганда кичине болгон А тактачасы цилиндрдин ичинде ОА радиусу менен тик октун ортосундагы бурч турактуудай болуп жылмышып келе жатат. Эгерде тактачанын цилиндрдин бетине сүрүлүү коэффициенти μ га барабар болсо, α бурчун тапкыла.

2.35. Массасы m болгон катер көлдө ϑ_0 ылдамдыгы менен кыймылдап бара жатат. Убакыттын $t=0$ моментинде анын кый-

мылдаткычын өчүрүштү. Суунун каршылык күчүнүн катердин ылдамдыгына теңдеш $F = -k\bar{\vartheta}$ экендигин эске алып:

- а) кыймылдаткычы өчүрүлгөн катердин кыймыл убакытын;
- б) катердин ылдамдыгынын жолдон болгон көз карандылыгын жана токтогонго чейинки толук жолун тапкыла.

2.36. Калыңдыгы d болгон тактайды ок тешип өтүп, ылдамдыгын ϑ_0 дон ϑ га чейин азайтты. Каршылык күчү ылдамдыктын квадратына теңдеш деп эсептеп, тактайдын ичиндеги октун кыймыл убакытын тапкыла.

2.37. Велосипедчиге аракет эткен абанын каршылык күчү анын ылдамдыгынын квадратына теңдеш $F = k\vartheta^2$. Түз жолдогу велосипедчинин эң чоң ылдамдыгы болжол менен 20 м/с. Эгерде велосипедчинин велосипед менен чогуу массасы 70 кг жана велосипед менен жолдун ортосундагы сүрүлүү коэффициенти 0,4 болсо, теңдеш коэффициенти k ны аныктагыла.

3.2. Механикалык чыңалуу. Бышыктык

2.38. Бир учунан илинген коргошун зымынын өз салмагынан үзүлбөөчү эң чоң узундугу эмнеге барабар?

2.39. Диаметри $d=2$ мм зымга массасы $m=1$ кг жүк илинген. Зымдагы пайда болгон чыңалууну аныктагыла.

2.40. Диаметри 1 мм болот зымынын 196 Н жүк илинген кезиндеги узундугу 5 м. Эгерде жүктү дагы 98 Н көбөйтсөк, зым канчага узарат?

2.41. Диаметри $d=11$ мм болот зымы серпилгичтик чегинен $\sigma_{сер}=294$ Н/мм² чыкпай туруп, канчалык оор жүктү көтөрө алат? Бул учурдагы зымдын узарышы баштапкы узундуктун канчалык бөлүгүн түзөт?

2.42. Узундугу $\ell=4$ м, диаметри 2 м болот зымы $F=9,8 \cdot 10^2$ Н күчү менен чоюлса: а) анын көлөмүнүн; б) каптал бетинин канчага өзгөргөндүгүн тапкыла.

2.43. Зымга байланган массасы $m=10$ кг жүк зымдын учу аркылуу өтүүчү тик октун айланасында $n=2$ айл/с жыштыгы менен айланып, горизонталдык бет боюнча сүрүлүүсүз сыйгаланат. Зымдын узундугу $\ell=1,2$ м, туурасынан кесилиш аянты $S=2$ мм².

Зымдын металлынын чыңалуусу σ ны тапкыла. Зымдын массасын эске албагыла.

2.44. Узундугу $\ell = 150$ см темир таякчасы горизонталдык тегиздикте вертикалдык октун айланасында айланат. Айлануунун кандай жыштыгында ал үзүлүп кетиши мүмкүн?

3.3. Серпилгичтик модулу. Катуулук

2.45. Узундугу $\ell = 5$ м, туурасынан кесилиш аянты $S = 2$ мм² тик зымга массасы $m = 5,1$ кг жүк илинген. Натыйжада зым $\Delta \ell = 0,6$ мм ге узарды. Зымдын материалы үчүн Юнгдун модулу аныктагыла.

2.46. Узундугу $\ell = 3$ м, диаметри $d = 2$ см болот таякчага массасы 2500 кг жүк илинген таякчадагы чыңалууну σ , анын салыштырмалуу жана абсолюттук узаруулары ϵ ду жана $\Delta \ell$ - ди аныктагыла.

2.47. Узундугу $\ell = 2$ м, диаметри $d = 1$ мм зым горизонталдуу керилген. Зымдын ортосуна массасы $m = 1$ кг жүктү илгенде, зым чоюлуп, жүк илинген чекит $h = 4$ см ге төмөн түштү. Зымдын материалы үчүн Юнгдун модулу (E) тапкыла.

2.48. Катуулуктары $k_1 = 3 \cdot 10^2$ Н/м жана $k_2 = 8 \cdot 10^2$ Н/м эки зым оромо удаалаш бириктирилген. Эгерде экинчи зым оромо $\Delta x = 1,5$ см ге деформацияланып узарса, биринчи зым оромонун абсолюттук деформацияланып узаруусун тапкыла.

2.49. Ичке таякчанын бир учу бекитилген, экинчи учуна $M = 1$ кН·м ге барабар күчтүн моменти аракет этет. Эгерде толгоонун турактуусу $C = 120$ кН·м/рад болсо, таякчанын толгонуу бурчун тапкыла.

2.50. Бир тектүү металл тилкеси жогорку учунан бекитилген. Төмөнкү учуна $M = 1$ мН·м ге барабар күчтүн моменти аракет этет. Тилкенин толгонуу бурчу $\varphi = 10^\circ$. Толгонуунун турактуусун (C) аныктагыла.

3-БАП

МЕХАНИКАДАГЫ САКТАЛУУ ЗАКОНДОРУ

Жалпы кеңештер

Импульстун сакталуу законун колдонуу менен маселелерди чыгарууда, алгач каралган система туюк экендигин тактообуз керек, андан соң нерсенин бардык белгилүү ылдамдыктары көрсөтүлгөн схемалык чийме чийип алуу зарыл. Андан ары координат окторундагы ылдамдыктардын проекциялары мүмкүн болушунча жөнөкөй болгондой кылып тик бурчтуу координат системасын тандап алабыз. Эгерде нерселердин системасы туюк болсо, системанын бардык нерселеринин теңдемелерин, алардын импульстарынын проекцияларынын суммасы каалагандай окто өзгөрүүсүз сакталат деген аныктаманын негизинде түзүп алабыз:

$$m_1 \vartheta_{1x} + m_2 \vartheta_{2x} + \dots + m_n \vartheta_{nx} = m_1 \vartheta'_{1x} + m_2 \vartheta'_{2x} + \dots + m_n \vartheta'_{nx},$$

$$m_1 \vartheta_{1y} + m_2 \vartheta_{2y} + \dots + m_n \vartheta_{ny} = m_1 \vartheta'_{1y} + m_2 \vartheta'_{2y} + \dots + m_n \vartheta'_{ny},$$

мында m_1, m_2, \dots, m_n – системанын нерселеринин массасы; $\vartheta_{1x}, \vartheta_{2x}, \dots, \vartheta_{nx}, \vartheta_{1y}, \vartheta_{2y}, \dots, \vartheta_{ny}$ – ушул нерселердин баштапкы ылдамдыктарынын (нерселер аракет этишкенге чейинки) ОХ жана ОУ окторундагы проекциялары; $\vartheta'_{1x}, \vartheta'_{2x}, \dots, \vartheta'_{nx}, \vartheta'_{1y}, \vartheta'_{2y}, \dots, \vartheta'_{ny}$ – аяккы ылдамдыктардын (аракет этишкенден кийинки) проекциялары.

Эгерде система туюк эмес болуп, бирок бардык тышкы күчтөрдүн проекцияларынын суммасы нөл болгон багыт бар болсо, анда системанын бардык нерселеринин импульстарынын ушул багыттагы проекцияларынын суммасы турактуу бойдон калат.

Тышкы күчтөрдүн системага аракет эткен учуру импульстун сакталуу законун системанын нерселеринин аракеттенишүүсү өтө тез болгондо (жарылуу, атылуу ж.б.) дагы колдонсо болот. Мындай шартта аракеттенишүүнүн узактыгы өтө кичине деп эсептелет, ошондуктан тышкы күчтөрдүн импульстарын эсепке албастан системаны туюк катарында карасак болот.

Эгерде белгисиздердин саны түзүлгөн теңдемелерден көп болсо, аларга кинематикалык чоңдуктарды байланыштырган теңдемелерди кошуу менен алынган теңдемелердин системасын чыгаруу керек.

Энергиянын сакталуу законун колдонуу менен механикада маселелерди төмөндөгүдөй план боюнча чыгарышат: схемалык чийме чийилет; потенциалдык энергияны эсептөөнүн деңгээли тандалып алынат; чиймеде нерселерге аракет эткен күчтөрдү, нерселердин ылдамдыктарын жана нерсенин баштапкы жана аяккы абалдарынын потенциалдык энергиянын деңгээлине салыштырмалуу бийиктигин көргөзүү керек.

Эгерде система туюк болсо

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2} \quad (1)$$

барабардыгын түзүп алабыз. Мында E_{k1} , E_{p1} – баштапкы абалдагы; E_{k2} , E_{p2} – аяккы абалдагы кинетикалык жана потенциалдык энергиялар.

Эгерде система баштапкы абалдан аяккы абалга өтүп жатканда нерселерге тышкы күчтөр аракет этсе, ал эми системада сүрүлүү күчтөрү аракет этип жатса

$$(E_{k2} + E_{p2}) - (E_{k1} + E_{p1}) = A + A_{сүр}, \quad (2)$$

барабардыгы түзүлөт. Мында A – тышкы күчтөрдүн аткарган жумушу, $A_{сүр}$ – сүрүлүү күчүнүн жумушу.

Эгерде белгисиз чоңдуктардын саны түзүлгөн теңдемелердин санынан көп болсо, анда аларга же Ньютондун экинчи жана импульстардын сакталуу закондорунун негизинде түзүлгөн теңдемелерди, же кинематикалык теңдемелерди кошуу керек. Андан соң теңдемелер системасын изделген чоңдуктарга карата чыгарабыз.

§ 1. Негизги закондор жана формулалар

Массасы m болгон \vec{v} ылдамдыгы менен кыймылдаган нерсенин импульсу

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (3)$$

Нерселердин системасынын импульсу системанын бардык нерселеринин импульстарынын суммасына барабар.

Импульстун сакталуу закону. Нерселердин туюк системасынын импульсу бул нерселердин каалагандай аракет этишүүсүндө турактуу бойдон калат.

$$\vec{p}_{\text{сист.}} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_n\vec{v}_n = \text{const}. \quad (4)$$

Турактуу \vec{F} күчүнүн жумушу

$$A = F S \cos\alpha, \quad (5)$$

мында S – которулуштун модулу; α – F - күчүнүн жана S которулушунун векторлорунун ортосундагы бурч.

Кубаттуулук

$$W = \frac{A}{t}, \text{ же } W = F v \cos\alpha, \quad (6)$$

мында A – t убакыт аралыгында аткарылган жумуш, F – күчтүн модулу, v – ылдамдыктын модулу, α – \vec{F} менен \vec{v} нын ортосундагы бурч.

Массасы m болгон v ылдамдыгы менен кыймылдаган нерсенин кинетикалык энергиясы

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (7)$$

Кинетикалык энергиянын өзгөрүшү жөнүндөгү теорема. Нерсенин кинетикалык энергиясынын өзгөрүшү нерсеге аракет эткен күчтөрдүн тең аракеттенишкенинин жумушуна барабар

$$E_{k2} - E_{k1} = A. \quad (8)$$

Нөлдүк деңгээлге салыштырмалуу h бийиктигине көтөрүлгөн, массасы m болгон нерсенин потенциалдык энергиясы

$$E_p = mgh. \quad (9)$$

Серпилгичтүү деформацияланган (кысылган же чоюлган зым оромо) нерсенин потенциалдык энергиясы

$$E_p = kx^2/2, \quad (10)$$

мында k – нерсенин серпилгичтик коэффициенти, x – абсолюттук деформация.

Механикадагы энергиянын сакталуу закону: тартылуу жана сүрүлүү күчтөрү аркылуу аракет этишкен нерселердин туюк системасынын толук механикалык энергиясы турактуу бойдон калат.

$$E = E_k + E_p = \text{const}. \quad (11)$$

Системанын толук механикалык энергиясынын өзгөрүшү тышкы күчтөрдүн жумушуна барабар:

$$E_2 - E_1 = A. \quad (12)$$

Нерселеринин ортосунда сүрүлүү күчтөрү аракет эткен туюк системанын толук энергиясынын өзгөрүшү сүрүлүү күчүнүн жумушуна барабар:

$$E_2 - E_1 = A_{\text{сүр}}. \quad (13)$$

Серпилгич күчтүн жумушу

$$A = \frac{k\Delta\ell^2}{2} \quad (14)$$

Деформацияланган нерсенин потенциалдык энергиясы:

а) узатасынан деформацияланганда

$$E_p = \frac{\sigma^2}{2E} V = \frac{E\varepsilon^2}{2} V, \quad (15)$$

мында V – нерсенин көлөмү.

Өзгөрмөлүү m массасына ээ нерсенин алга умтулуу кыймылынын теңдемеси:

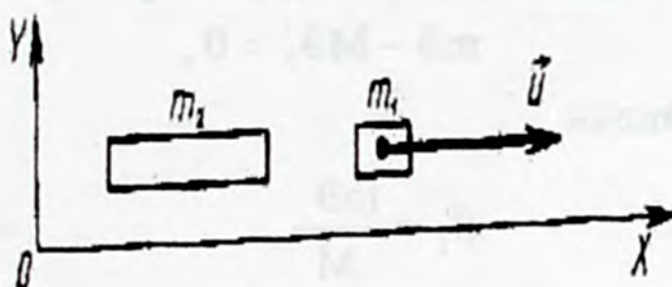
$$\frac{d}{dt}(m\vec{g}) = \vec{F} + \frac{dm}{dt}\vec{u}, \quad (16)$$

мында \vec{F} – нерсеге аракет эткен бардык күчтөрдүн башкы вектору, \vec{u} – кыймылсыз координат системасына салыштырмалуу кошулган массанын кошулганга чейинки ылдамдыгы $[(dm/dt) > 0]$ же бөлүнгөн массанын бөлүнгөндөн кийинки ылдамдыгы $[(dm/dt) < 0]$.

§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары

1-мисал. Ок мылтыктан горизонталдык багытта $U_1=800$ м/с ылдамдыгы менен учуп чыгат. Эгерде мылтыктын массасы октун массасына караганда 400 эсе чоң болсо, анын тепкендеги ылдамдыгы кандай?

Чыгарылышы. ОХ огунун оң багыты октун мылтыктан учуп чыккан моментиндеги ылдамдыктын багыты менен дал келсин дейли (1-сүр.). Бул багытта тышкы күчтөр аракет этпейт (абанын каршылыгын эске албайбыз), ошондуктан мылтыктын жана октун импульстарынын ОХ огундагы проекцияларынын мылтык атылганга чейинки жана атылгандан кийинки суммалары бири-бирине барабар:



1-сүрөт

$$m_1 \vartheta_{1x} + m_2 \vartheta_{2x} = m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x}.$$

$$\vartheta_{1x} = 0, \quad \vartheta_{2x} = 0, \quad u_{1x} = u_1 \text{ болгондуктан,}$$

$$m_1 u_1 + m_2 u_{2x} = 0,$$

мындан

$$u_{2x} = -\frac{m_1}{m_2} u_1 = -2 \text{ м/с}$$

Терс белги мылтыктын ылдамдыгынын векторунун багыты u_2 октун ылдамдыгынын векторунун u_1 багытына карама-каршы экендигин билгизет.

2-мисал. Бала муздун үстүндө чананын жанында кыймылсыз турат. Баланын массасы M , чананыкы m . Бала чананы түртүп, ага ϑ ылдамдыгын берет, өзү болсо карама-каршы багытка кыймылдайт. Бала кандай жумуш аткарды?

Чыгарылышы. Баланын аткарган жумушу бала менен чананын кинетикалык энергияларынын өзгөрүшүнө барабар.

$$A = \left(\frac{m\vartheta^2}{2} - 0 \right) + \left(\frac{M\vartheta_1^2}{2} - 0 \right) = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{M\vartheta_1^2}{2},$$

мында ϑ_1 – баланын кыймылынын ылдамдыгы.

ОХ огунун оң багыты үчүн чана ылдамдыгынын багытын алабыз. Импульстун сакталуу законун колдонуп, ОХ огундагы проекциялар үчүн теңдеме түзөбүз:

$$m\vartheta - M\vartheta_1 = 0,$$

мындан

$$\vartheta_1 = \frac{m\vartheta}{M}.$$

Бул маанини жумуштун туюнтмасына койсок,

$$A = \frac{m\vartheta^2}{2} \left(1 + \frac{m}{M} \right).$$

3-мисал. Массасы $m=10$ г болгон ок $\vartheta = 800$ м/с ылдамдыгы менен учуп келип талга тийип, $S=10$ см тереңдикке кирет. Октун кыймылын бир калыпта акырындатылган деп алып, талдын каршылык күчүн жана анын токтогонго чейинки кыймылынын убакытын тапкыла?.

Чыгарылышы. Октун кинетикалык энергиясынын өзгөрүшү каршылык күчүнүн жумушуна барабар.

$$0 - \frac{m\vartheta^2}{2} = A_k. \quad (1)$$

Каршылык күчүнүнүн вектору \vec{F}_k которулуш векторуна \vec{S} карама-каршы багытталган, ошондуктан

$$A_k = F_k S \cos 180^\circ = -F_k S. \quad (2)$$

(1)- жана (2)-туюнтмалардын негизинде

$$F_k = \frac{m\vartheta^2}{2S} = 32 \text{ кН}. \quad (3)$$

Талдагы октун кыймылынын убакыты

$$t = \frac{S}{\vartheta_{\text{ор}}},$$

мында $\vartheta_{\text{ор}}$ – октун орточо ылдамдыгы. Октун кыймылы бир калыпта акырындатылган болгондуктан, орточо ылдамдык баштапкы жана аяккы ылдамдыктардын суммасынын жарымына барабар

$$\vartheta_{\text{ор}} = \frac{\vartheta + 0}{2} = \frac{\vartheta}{2}.$$

Демек,

$$t = \frac{2S}{\vartheta} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ с}. \quad (4)$$

Бул маселени башка ыкма менен дагы чыгарса болот. Октун импульсунун өзгөрүшү каршылык күчүнүн импульсуна барабар:

$$\Delta \vec{p} = \vec{F}_k t.$$

Оң багыты F_k күчүнүн багыты менен дал келген координат огундагы проекциялары үчүн бул теңдеме төмөндөгүдөй түргө ээ болот:

$$0 - (-m\vartheta) = F_k t$$

же

$$m\vartheta = F_k t.$$

Анда

$$F_k = \frac{m\vartheta}{t}.$$

Буга (4)-формуладагы t нын маанисин коюп, (3) туюнтмасын алабыз.

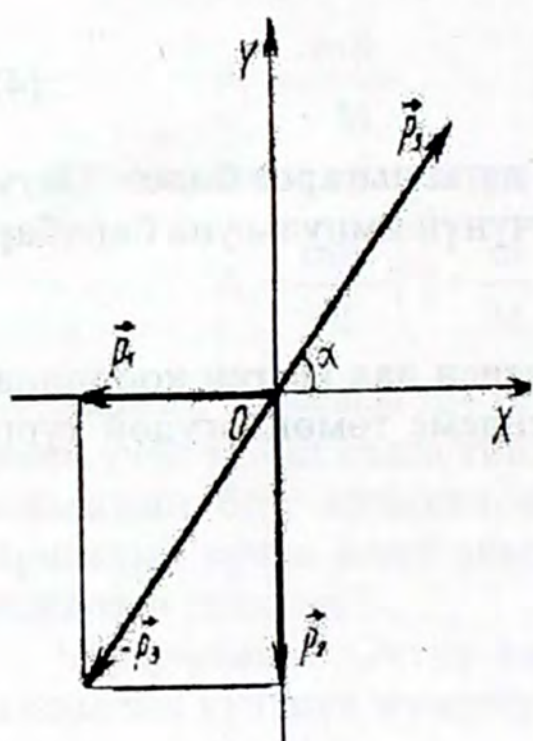
4-мисал. Жарылуунун негизинде таш үч бөлүккө бөлүнүп кетти. Эки бөлүгү бири-бирине салыштырмалуу тик бурч боюнча, массасы $m_1=1$ кг болгон биринчи бөлүгү $\vartheta_1=12$ м/с ылдамдыгы, массасы $m_2=2$ кг болгон экинчи бөлүгү $\vartheta_2=8$ м/с ылдамдыгы менен учушту. Үчүнчү бөлүгү $\vartheta_3=40$ м/с ылдамдыгы менен учуп кетсе, анын массасы эмнеге барабар жана ал кайсы багытка учат?

Чыгарылышы. Система үч нерседен турат (таштын бөлүктөрү). Тышкы күч болуп оордук күчү эсептелет. Таштын жарылуу убактысы өтө кичине болгондуктан, тышкы күчтөрдүн импульсун нөлгө барабар системаны туюк десек болот. Ошондуктан таштын жарылганга чейинки импульсу жана жарылгандан кийинки импульстарынын суммасы барабар:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3,$$

мында $\vec{p} = 0$ болгондуктан,

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = -\vec{p}_3.$$



2-сүрөт

\vec{p}_1 жана \vec{p}_2 векторлорунун багытын жана модулдарын билип алып,

$$p_1 = m_1 v_1,$$

$$p_2 = m_2 v_2,$$

\vec{p}_3 векторун таап алабыз (2-сүр.).
Сүрөттөн

$$p_3^2 = p_1^2 + p_2^2,$$

$$\sin \alpha = \frac{p_2}{p_3}.$$

$p_3 = m_3 \cdot v_3$ экендигин эске алып,

m_3 тү табабыз

$$m_3 = \frac{\sqrt{p_1^2 + p_2^2}}{v_3} = \frac{\sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}}{v_3} = 0,5 \text{ кг},$$

$$\sin \alpha = 0,8; \alpha \approx 53^\circ.$$

Бул маселени импульстун сакталуу законунун негизинде да чыгарсак болот. Ушул закондун негизинде ОХ жана ОУ окторундагы проекциялар үчүн теңдеме түзүп алабыз:

$$0 = -p_1 + p_{3x},$$

$$0 = -p_2 + p_{3y},$$

мында p_{3x} , p_{3y} – \vec{p}_3 векторунун ОХ жана ОУ окторуна болгон проекциясы. Мындан

$$p_{3x} = p_1, p_{3y} = p_2.$$

\vec{p}_3 векторунун модулу төмөнкүгө барабар:

$$p_3 = \sqrt{p_{3x}^2 + p_{3y}^2} = \sqrt{p_1^2 + p_2^2} = \sqrt{(m_1 v_1)^2 + (m_2 v_2)^2}.$$

Жогорудагы биринчи ыкмадагыдай эле m_3 тү табабыз. $m_3 = 0,5$ кг.

\vec{p}_3 векторунун ОХ огу менен түзгөн бурчу төмөнкү формула менен табылат

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{p_{3y}}{p_{3x}} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1} \approx 1,3, \quad \alpha = 53^\circ.$$

5-мисал. $F = 30$ Н болгон күчтүн аракетин астында массасы $m = 2$ кг жүк жантык тегиздик аркылуу $h = 2,5$ м бийиктикке $a = 5$ м/с² ылдамдануу менен көтөрүлдү. Күч жантык тегиздикке жарыш аракет этет деп жана тегиздиктеги сүрүлүүнү эске албай, F күчүнүн жумушун тапкыла.

Чыгарылышы. Жантык тегиздиктин узундугун ℓ дейли. Анда \vec{F} күчүнүн жумушу

$$A = F\ell = F \frac{h}{\sin \alpha}. \quad (1)$$

$\sin \alpha$ функциясын табуу үчүн жүктүн ОХ огу боюнө тендемесин түзөбүз (3-сүр.):

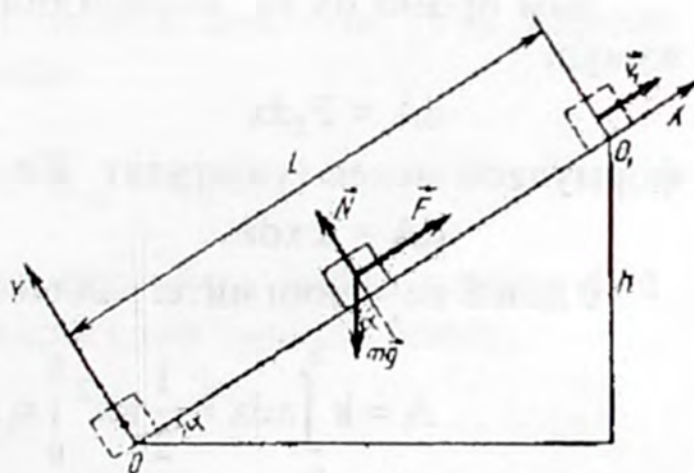
$$F - mg \sin \alpha = ma.$$

Мындан

$$\sin \alpha = (F - ma) / mg.$$

Бул маанини (1)-формулага койсок,

$$A = \frac{Fmgh}{F - ma} = 73,5 \text{ Дж.}$$



3-сүрөт

6-мисал. Зым оромолуу тапанчадан массасы $m=20$ г болгон окту тик өйдө атканда, ал $h=5$ м бийиктикке көтөрүлдү. Эгерде зым оромо $S=10$ см ге кысылса, анын катуулугун тапкыла. Зым оромонун массасын жана абанын каршылыгын эске албагыла.

Чыгарылышы. Маселени чыгаруу үчүн механикадагы энергиянын сакталуу законун колдонобуз. Алгач, мылтык атылган кездеги энергиялардын бир түрдөн экинчи түргө өтүшүн карайбыз.

Тапанчаны октоодо зым оромо кысылат. Мында A_1 жумушу аткарылып, натыйжада, зым оромо E_{p1} потенциалдык энергиясына ээ болот. Мылтык атылганда зым оромонун потенциалдык энергиясы октун кинетикалык энергиясына E_{k2} өтүп, андан соң ок h бийиктигине чейин көтөрүлгөндө октун потенциалдык энергиясына E_{p2} өтөт.

Бул процесстеги энергиялардын жоголушун эске албастан, энергиянын сакталуу законунун негизинде

$$A_1 = E_{p2}, \quad (1)$$

деп жазсак болот. A_1 жумушун аныктайбыз. F_1 күчү өзгөрүп турат, ар бир моментте ал F серпилгичтик күчүнө сан мааниси боюнча барабар болуп, ага карама-каршы багытталат. Зым оромонун деформацияланышында пайда болгон серпилгич күчү Гуктун закону боюнча табылат

$$F = -kx \quad (2)$$

мында x – зым оромонун абсолюттук деформациясы, k – анын катуулугу.

Зым оромо dx ке кысылгандагы аткарылган элементардык жумуш

$$dA = F_1 dx$$

формуласы менен туюнтулат. Же

$$dA = k \cdot x dx.$$

0 дон S ке чейин интегралдасак,

$$A = k \int_0^S x dx = \frac{1}{2} kx^2 \Big|_0^S = \frac{1}{2} kS^2. \quad (3)$$

h бийиктигиндеги октун потенциалдык энергиясы

$$E_{p2} = mgh \quad (4)$$

формуласы менен аныкталат. Мында g – эркин түшүүнүн ылдамдануусу.

(1)-формулага A_1 дин маанисин (3)- туюнтмадан жана E_{p2} нин маанисин (4)- туюнтмадан койсок,

$$\frac{1}{2}kS^2 = mgh,$$

мындан

$$k = \frac{2mgh}{S^2} = 196 \text{ Н/м.} \quad (5)$$

7-мисал. Баштапкы ылдамдыгы ϑ_0 болгон жүк узундугу ℓ бийиктиги h болгон жантык тегиздик аркылуу жылмышып бара жатат (4-сүр.). Сүрүлүү коэффициенти μ га барабар. Жүк токтогуча канча жолду басып өтөт?

Чыгарылышы. Жүк-түн механикалык энергиясынын өзгөрүшү сүрүлүү күчүнүн жумушуна барабар:

$$(E_{k2} + E_{p2}) - (E_{k1} + E_{p1}) = A_{\text{сүр.}} \quad (1)$$

Потенциалдык энергиянын нөлдүк деңгээли үчүн жантык тегиздиктин негизин алабыз. Анда

$$E_{k1} = \frac{m\vartheta_0^2}{2}, \quad E_{p1} = 0, \quad E_{p2} = mgh_1,$$

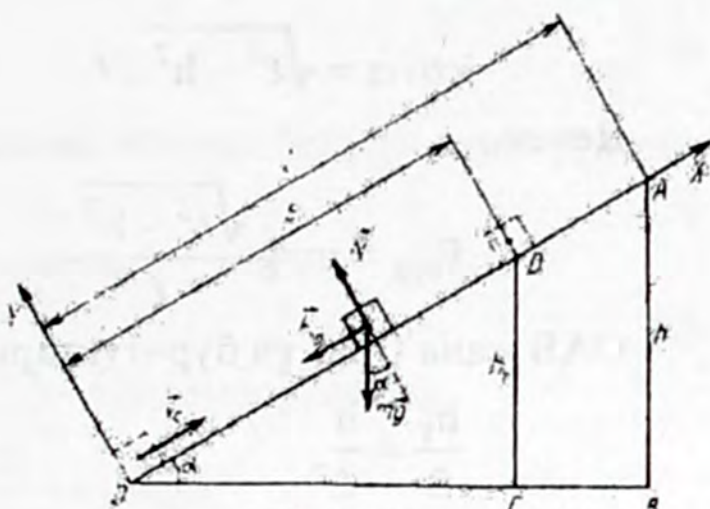
мында h_1 – жүктүн токтогон моментиндеги жайланышкан бийиктиги. Демек, (1)-тендеме төмөндөгүдөй түргө ээ болот:

$$mgh_1 - \frac{m\vartheta_0^2}{2} = A_{\text{сүр.}}$$

Сүрүлүү күчүнүн жумушу

$$A_{\text{сүр.}} = F_{\text{сүр.}} S \cos 180^\circ = -F_{\text{сүр.}} S.$$

Муну эске алуу менен, төмөндөгүгө ээ болобуз



4-сүрөт

$$mgh_1 - m g_0^2 / 2 = -F_{\text{сүр}} S. \quad (2)$$

Сүрүлүү күчү

$$F_{\text{сүр}} = \mu N,$$

мында N – тегиздиктин нормалдык реакциясынын күчү. Чиймеден

$$N = mg \cos \alpha,$$

Ошондуктан

$$F_{\text{сүр}} = \mu mg \cos \alpha.$$

Чиймеден

$$\cos \alpha = \sqrt{\ell^2 - h^2} / \ell.$$

Демек,

$$F_{\text{сүр}} = \mu mg \frac{\sqrt{\ell^2 - h^2}}{\ell}. \quad (3)$$

ОАВ жана ОДС үч бурчтуктарынын окшоштугунан

$$\frac{h_1}{S} = \frac{h}{\ell},$$

Мындан

$$h_1 = hS / \ell.$$

(3) менен (4) нүн маанилерин (2) теңдемеге коёбуз:

$$mg \frac{hS}{\ell} - \frac{m g_0^2}{2} = -\mu mg \frac{\sqrt{\ell^2 - h^2}}{\ell} S.$$

Бул теңдемени S ке карата чыгарсак:

$$S = \frac{g_0^2 \ell}{2g \left(h + \mu \sqrt{\ell^2 - h^2} \right)}.$$

8-мисал. Чана бийиктиги h , жантаюу бурчу α болгон тоодон түшүп, андан ары горизонталдык тегиздикте өзүнүн кыймылын улантат. Чананын жолунун бардык узундугунда сүрүлүү коэффициенти μ бирдей мааниге ээ. Чананын горизонталдык бет боюнча толук токтогонго чейин басып өткөн жолун аныктагыла.

Чыгарылышы. Чананын механикалык энергиясынын өзгөрүшү жантык жана горизонталдык беттердеги сүрүлүү күчүнүн жумушуна барабар ($A_{\text{сүр.1}}$ жана $A_{\text{сүр.2}}$). Потенциалдык энергияны тоонун негизинен баштап эсептейбиз. Анда төмөндөгүдөй теңдемени алабыз

$$0 - mgh = A_{\text{сүр.1}} + A_{\text{сүр.2}},$$

же

$$-mgh = -F_{\text{сүр.1}} \ell - F_{\text{сүр.2}} S, \quad (1)$$

мында ℓ – жантык беттин узундугу. 4-сүрөттөн

$$\ell = \frac{h}{\sin \alpha}. \quad (2)$$

Мурдакы мисалдын шартынан жантык беттеги сүрүлүү күчү

$$F_{\text{сүр.1}} = \mu mg \cos \alpha, \quad (3)$$

горизонталдык беттеги сүрүлүү күчү

$$F_{\text{сүр.2}} = \mu mg. \quad (4)$$

(2) –, (4)-нүн маанилерин (1) – теңдемеге койсок,

$$mgh = \mu mg (\cos \alpha) \frac{h}{\sin \alpha} + \mu mg S.$$

Мындан

$$S = h \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\text{tg} \alpha} \right).$$

Бул жооп $\mu < \text{tg} \alpha$ болгондо гана мааниге ээ, башка учурда чана ордуна жылбайт ($S=0$).

9-мисал. Массалары $m_1=2,5$ кг жана $m_2=1,5$ кг болгон эки шар бири-бирин көздөй $\vartheta_1=6$ м/с жана $\vartheta_2=2$ м/с ылдамдыктары менен кыймылдап келе жатышат: 1) кагылышкандан кийинки шарлардын ылдамдыктарын; 2) кагылышканга чейинки жана кагылышкандан кийинки шарлардын кинетикалык энергияларын; 3) шарлар кагылышканда, аларды деформациялоого кеткен энергияны аныктагыла. Кагылышууну түз, серпилгичтүү эмес деп алгыла.

Чыгарылышы. 1. Серпилгичтүү эмес шарлар кагылышкандан кийин алардын баштапкы формасы калыбына келбейт. Ошон-

дуктан шарларды бири-биринен түртүүчү күч болбойт. Демек, кагылышкандан кийин шарлар чогуу, бирдей ылдамдык u менен кыймылдай башташат. Бул ылдамдыкты импульстун сакталуу законун колдонуу аркылуу табабыз.

$$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = (m_1 + m_2) \bar{u},$$

мындан

$$\bar{u} = \frac{m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

Биринчи шардын ылдамдыгынын багытын оң багыт катарында алабыз, анда эсептөөлөрдү жүргүзүүдө экинчи шардын ылдамдыгын терс белги менен алуубуз керек.

$$u = \frac{2,5 \cdot 6 - 1,5 \cdot 2}{2,5 + 1,5} \text{ м/с} = 3 \text{ м/с}.$$

2. Шарлардын кагылышканга чейинки жана кагылышкандан кийинки кинетикалык энергияларын

$$E_{k1} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2},$$

$$E_{k2} = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2},$$

формулалары менен аныктайбыз. Сан маанилерин койсок,

$$E_{k1} = 48 \text{ Дж}, \quad E_{k2} = 18 \text{ Дж}.$$

3. Деформациялоо энергиясы кагылышканга чейинки жана кагылышкандан кийинки энергиялардын айырмасына барабар

$$E = E_{k1} - E_{k2} = 30 \text{ Дж}.$$

Деформациялоого кеткен энергиянын бөлүгү

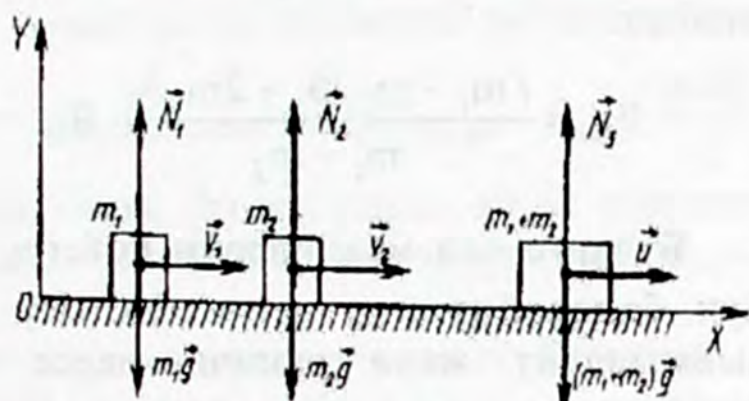
$$k = \frac{E_{k1} - E_{k2}}{E_{k1}} = 0,62.$$

10-мисал. Массасы $m_1 = 2$ кг нерсе жылма горизонталдык бет боюнча $v_1 = 4$ м/с ылдамдыгы менен кыймылдап, массасы $m_2 = 10$ кг, ылдамдыгы $v_2 = 1$ м/с болгон нерсени кууп жетти. Эгерде кагылышуу а) абсолюттуу серпилгичтүү эмес; б) абсо-

люттук серпилгичтүү болсо, нерселердин кагылышкандан кийинки ылдамдыгын тапкыла.

Нерселер бир түз сызык боюнча кыймылдап, кагылышуулары борборго, т.а., нерселердин ылдамдыктары алардын массаларынын борборун бириктирген түз сызык боюнча багытталган деп алгыла.

Чыгарылышы. Алгач биринчи учурду карайбыз. Абсолюттук серпилгичтүү эмес кагылышуунун негизинде эки нерсе тең бирдей ылдамдык u менен кыймылдай башташат (5-сүр.). О X огу боюнча эч кандай күч аракет



5-сүрөт

эптегендиктен (бет жылмакай болгондуктан, сүрүлүү жок), бул октогу нерселердин импульстарынын проекцияларынын суммасы сакталат, т.а., эки нерсенин импульстарынын проекцияларынын кагылышканга чейинки суммасы кагылышкандан кийинки жалпы импульстун проекциясына барабар:

$$m_1 \vartheta_{1x} + m_2 \vartheta_{2x} = (m_1 + m_2) u_x,$$

мында $\vartheta_{1x} = \vartheta_1$, $\vartheta_{2x} = \vartheta_2$ болгондуктан,

$$u_x \frac{m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2}{m_1 + m_2} = 1,5 \text{ м/с}$$

Ошентип, жалпы ылдамдык $u_x > 0$ экен, демек, кагылышкандан кийин нерселер OX огу боюнча оң багытта кыймылдашат.

Экинчи учурда кагылышуу абсолюттук серпилгичтүү болгондуктан, суммардык кинетикалык энергия кагылышканга чейин жана кагылышкандан кийин өзгөрбөйт:

$$\frac{m_1 \vartheta_1^2}{2} + \frac{m_2 \vartheta_2^2}{2} = \frac{m_1 \vartheta_1'^2}{2} + \frac{m_2 \vartheta_2'^2}{2}, \quad (1)$$

мында $\vartheta_1'^2, \vartheta_2'^2$ – кагылышкандан кийинки нерселердин ылдамдыктарынын модулдары. Буга кошумча биринчи учурдагыдай эле нерселердин импульстарынын OX огундагы проекцияларынын суммасы сакталат:

$$m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2 = m_1 \vartheta'_{1x} + m_2 \vartheta'_{2x}. \quad (2)$$

(1)- жана (2)-тендемени төмөнкү түргө өзгөртөбүз:

$$m_1(\vartheta_1^2 - \vartheta'^2_{1x}) = m_2(\vartheta'^2_{2x} - \vartheta_2^2), m_1(\vartheta_1 - \vartheta'_{1x}) = m_2(\vartheta'_{2x} - \vartheta_2).$$

Алынган тендемелердин системасын чыгарып, төмөндөгүнү алабыз:

$$\vartheta'_{1x} = \frac{(m_1 - m_2)\vartheta_1 + 2m_2\vartheta_2}{m_1 + m_2}, \vartheta'_{2x} = \frac{(m_2 - m_1)\vartheta_1 + 2m_1\vartheta_2}{m_1 + m_2}.$$

Буларга сан маанилерин койсок, $\vartheta'_{1x} = -1$ м/с, $\vartheta'_{2x} = 4$ м/с. Бул болсо биринчи нерсе ОХ огу боюнча тескери багытта кыймылдайт жана экинчи нерсе кыймылынын баштапкы багытын сактап калат дегенди билгизет. Экинчи нерсенин ылдамдыгынын модулу чоңойду.

11-мисал. Таш горизонттук багытта $\bar{\vartheta}_0$ ылдамдыгы менен ыргытылды. Абанын каршылыгын эске албастан, горизонттон кандай бийиктикте таштын ылдамдыгы эки эсе азаярын аныктагыла.

Чыгарылышы. Энергиянын сакталуу законуна ылайык таштын толук механикалык энергиясы турактуу бойдон калат. Потенциалдык энергияны эсептөөнүн башталышы катарында жердин бетин алып, теңдеме түзөбүз:

$$\frac{m\vartheta_0^2}{2} = mgh + \frac{m\vartheta^2}{2},$$

мында h – изделген бийиктик; $\vartheta = \vartheta_0/2$ – ушул бийиктиктеги таштын ылдамдыгы. Анда

$$\frac{\vartheta_0^2}{2} = gh + \frac{\vartheta_0^2}{8},$$

мындан

$$h = \frac{3\vartheta_0^2}{8g}.$$

12-мисал. Нерсе тик өйдө $v_0 = 49$ м/с ылдамдыгы менен ыргытылды. Кандай бийиктикте анын кинетикалык энергиясы потенциалдык энергиясынан эки эсе чоң болот? Абанын каршылыгын эске албагыла.

Чыгарылышы. Потенциалдык энергияны жер бетинен баштап эсептейбиз. Ыргытуу моментинде нерсенин потенциалдык

энергиясы $E_{p1} = 0$, ал эми кинетикалык энергиясы $E_{k1} = \frac{mv_0^2}{2}$.

Качан нерсе изделген бийиктикке (h) жеткенде, анын потенциалдык энергиясы $E_{p2} = mgh$, кинетикалык энергиясы $E_{k2} = 2E_{p2} = 2mgh$ болот.

Толук механикалык энергиянын сакталуу закону боюнча

$$E_{k1} + E_{p1} = E_{k2} + E_{p2}.$$

Ошентип,

$$\frac{mv_0^2}{2} + 0 = 2mgh + mgh,$$

мындан

$$h = \frac{v_0^2}{6g} = 40,8 \text{ м}.$$

13-мисал. Жолдун горизонталдык бөлүгүндө локомотив $F = 3,5 \cdot 10^5$ Н турактуу тартуу күчүнө ээ болот. Узундугу $\ell = 600$ м жолдо поезддин ылдамдыгы $v_1 = 10$ м/с дан $v_2 = 20$ м/с га чейин өзгөрөт. Эгерде поезддин массасы $m = 10^6$ кг болсо, сүрүлүү коэффициентин аныктагыла.

Чыгарылышы. Кинетикалык энергиянын өзгөрүшү жөнүндөгү теоремага ылайык теңдеме түзүп алабыз

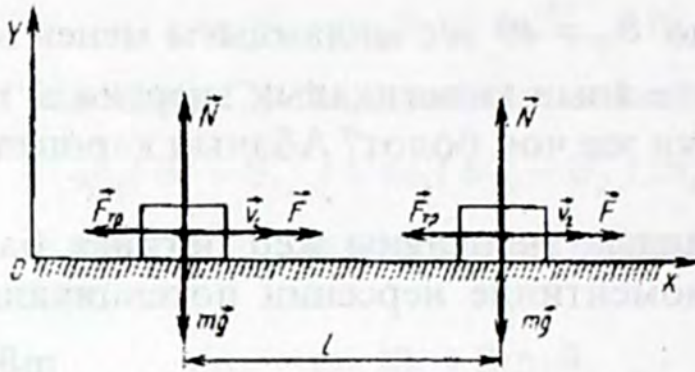
$$\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = A_1 + A_2, \quad (1)$$

мында $A_1 = F \ell$ – тартуу күчүнүн жумушу, A_2 – сүрүлүү күчүнүн жумушу

$$A_2 = F_{\text{сүр}} \ell \cdot \cos 180^\circ = -F_{\text{сүр}} \ell;$$

мында

$$F_{\text{сүр}} = \mu N,$$



6-сүрөт

Демек,

$$F_{\text{сүр}} = \mu mg.$$

A_1 менен A_2 нин маанисин (1)-тендемеге коюп, төмөнкүнү алабыз:

$$\frac{m\vartheta_2^2}{2} - \frac{m\vartheta_1^2}{2} = Fl - \mu mgl$$

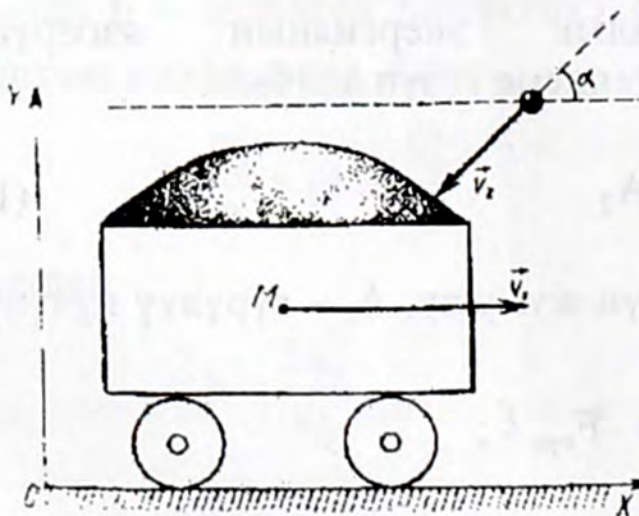
Мындан

$$\mu = \frac{F}{mg} - \frac{\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2}{2} = 0,01.$$

14-мисал. Горизонталдык бет боюнча $\vartheta_1 = 1$ м/с ылдамдыгы менен кыймылдап келе жаткан кум салынган арабага массасы $m=3$ кг шар $\vartheta_2 = 8$ м/с ылдамдыгы менен горизонтко $\alpha=60^\circ$ тук бурч боюнча учуп келип тийип, кумга батып калды. Шар менен кезиккен араба кандай ылдамдык менен кайсы багытта

кыймылдайт? Кум салынган арабанын массасы $M=10$ кг.

Чыгарылышы. ОХ координат огун горизонт боюнча багыттайбыз (7-сүр.). Бул окту бойлото тышкы күчтөр аракет этпейт, ошондуктан арабанын жана шардын импульстарынын ОХ огундагы проекцияларынын суммасы турактуу бойдон калат.



7-сүрөт

$$M \vartheta_{1x} + m \vartheta_{2x} = (M+m)u_x,$$

мында u_x – шар батып калган куму бар арабанын ылдамдыгынын ОХ огуна болгон проекциясы. $\vartheta_{1x} = \vartheta_1, \vartheta_{2x} = -\vartheta_2 \cos \alpha$ болгондуктан,

$$M \vartheta_1 - m \vartheta_2 \cos \alpha = (M+m)u_x,$$

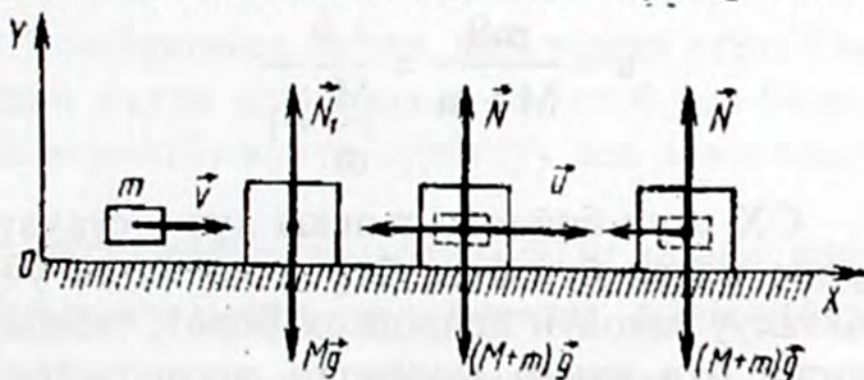
мындан

$$u_x = \frac{M\vartheta_1 - m\vartheta_2 \cos \alpha}{M+m} \approx -0,9M/c.$$

Терс белги араба ОХ огунын терс багытын көздөй же баштапкы багытка карама-каршы кыймылдап калганын көрсөтөт.

15-мисал. $\vartheta = 400$ м/с ылдамдыгы менен учуп келе жаткан ок тактачага тийип, анын ичине тыгылып калды. Эгерде тактачанын массасы октун массасына караганда 99 эсе чоң болсо, ок тийгенден кийин тактача горизонталдык тегиздик боюнча канча аралыкка жылат? Тактачанын баштапкы ылдамдыгы нөлгө барабар, тактача менен беттин ортосундагы сүрүлүү коэффициенти $\mu=0,1$.

Чыгарылышы. Ок тийгенден кийин, тыгылган огу бар тактача \bar{u} ылдамдыгы менен кыймылдайт (8-сүр.). ℓ аралыгын басып өткөндөн кийин сүрүлүү күчүнүн аракети астында тактача токтойт.



8-сүрөт

Кинетикалык

энергиянын өзгөрүшү жөнүндөгү теореманын негизинде

$$E_{k2} - E_{k1} = A_{\text{сүр.}}$$

мында E_{k2}, E_{k1} – тактачанын аяккы жана баштапкы кинетикалык энергиялары, $A_{\text{сүр.}}$ – сүрүлүү күчүнүн жумушу. $E_{k2}=0$, $E_{k1}=(M+m)u^2/2$, $A_{\text{сүр.}}=-F_{\text{сүр.}} \ell$ экендигин эске алып, төмөндөгүнү алабыз

$$(M + m)u^2/2 = F_{\text{сүр.}} \ell. \quad (1)$$

Сүрүлүү күчүнүн $F_{\text{сүр.}} = \mu N$ модулуна табабыз. Күчтөрдү ОУ огуна проекцияласак

$$N - (M + m)g = 0, \quad N = (M + m)g.$$

Демек,

$$F_{\text{сүр.}} = \mu(M + m)g.$$

Бул маанини (1) – теңдемеге коюп, төмөндөгүнү алабыз

$$(M + m)u^2/2 = \mu(M + m)g\ell,$$

мындан

$$\ell = \frac{u^2}{2\mu g}. \quad (2)$$

\vec{u} ылдамдыгынын модулуна табуу үчүн нерселердин импульстарынын ОХ огуна проекциялары үчүн импульстардын сакталуу законунун негизинде теңдеме түзүп алабыз:

$$m\vartheta + 0 = (M + m)u,$$

мындан

$$u = \frac{m\vartheta}{M + m} = \frac{\vartheta}{\frac{M}{m} + 1}. \quad (3)$$

ОХ огуна бойлото тышкы күч – сүрүлүү күчү – аракет этээрине көңүл бурабыз, бирок каралган учур үчүн импульстун сакталуу законун колдонсок болот, себеби нерселердин аракет этиши өтө кыска мөөнөттө өткөндүктөн, тышкы күчтөрдүн таасирин эске албайбыз.

(3) түн маанисин (2)-туюнтмага коюп,

$$\frac{M}{m} = n$$

шартын эске алып, төмөндөгүнү табабыз

$$\ell = \frac{\vartheta^2}{2\mu(n + 1)^2 g} \approx 8M.$$

16-мисал. Катуулугу $k=600$ н/м, $x=4$ см ге чоюлган пружинаны кошумча $\Delta x=10$ см ге чоюу үчүн кандай жумуш аткаруу керек?

Чыгарылышы. Пружинаны чойгондогу аткарылган жумуш анын потенциалдык энергиясынын өзгөрүшүнө барабар:

$$A = E_{p2} - E_{p1} = \frac{k(x + \Delta x)^2}{2} - \frac{kx^2}{2} =$$
$$= \frac{k(2x + \Delta x)\Delta x}{2} = 5,4 \text{ Дж.}$$

§ 3. Маселелер

3.1. Импульстун сакталуу закону. Массалардын борбору

3.1. Араба жылмакай бетте жайланышкан. Адам анын бир башынан экинчи башына басып өтсө, араба кандай аралыкка жылат? Адамдын массасы $m_1=60$ кг, арабанын массасы $m_2=120$ кг, узундугу $L=3$ м.

3.2. Массасы $m=10$ г ок $\vartheta_1=800$ м/с ылдамдыгы менен учуп келип, калыңдыгы $d=5$ см тактайга тийип, аны тешип өтөт. Тактайдан өткөндөн кийин октун ылдамдыгы $\vartheta=100$ м/с болсо, тактайдын каршылык көрсөтүү күчүн турактуу деп алып аныктагыла.

3.3. Массасы $m_1=240$ кг кайыкта массасы 60 кг адам отурат. Кайык $\vartheta_1=2$ м/с ылдамдыгы менен сүзүп баратат. Адам кайыктан горизонталдык багытта кайыкка салыштырмалуу $\vartheta=4$ м/с ылдамдыгы менен секирет. Адам: 1) кайыктын кыймылы боюнча астыга; 2) карама-каршы секиргендеги кайыктын ылдамдыгын тапкыла.

3.4. Массасы $m_1=5$ кг мылтыктан $m_2=5$ г ок $\vartheta_2=600$ м/с ылдамдыгы менен учуп чыкты. Мылтыктын тебүү ылдамдыгын ϑ_1 тапкыла.

3.5. Массасы $m_1=60$ кг адам $\vartheta_1=8$ км/саат ылдамдыгы менен чуркап, массасы $m_2=80$ кг, ылдамдыгы $\vartheta_2=2,9$ км/саат болгон

арабаны кууп жетип, ага секирип түштү. Араба кандай ылдамдык u менен кыймылдаарын тапкыла. Адам арабага карама-каршы багытта чуркап келе жатса, арабанын ылдамдыгы u' кандай болот?

3.6. Массасы $m_1=100$ кг снаряд темир жолду бойлото горизонталдык багытта $v_1=500$ м/с ылдамдыгы менен учуп келип, массасы $m_2=10$ тоннага барабар кум салынган вагонго тийип, кумга тыгылып калды. Вагон: а) тынч абалда турса; б) 36 км/саат ылдамдыгы менен снаряддын багыты боюнча; в) ушул эле ылдамдык менен снарядга карама-каршы кыймылдаса кандай ылдамдыкка ээ болот?

3.7. Замбиректен учуп чыккан снаряд өзүнүн изинин эң бийик чекитинде, замбиректен l аралыгында (горизонт боюнча) жарылып, эки бирдей бөлүккө бөлүнүп кетет. Бир бөлүгү карама-каршы багытта жарылганга чейинки снаряддын ылдамдыгына барабар ылдамдык менен учуп кетти. Снаряддын экинчи бөлүгү замбиректен канча аралыкка барып түшөт? Абанын каршылыгын эске албагыла.

3.8. Жарылган минанын бөлүктөрүнүн оордук борбору убакыттын каалагандай моментинде анын жарылганга чейинки оордук борбору менен дал келээрин далилдегиле.

Көрсөтмө. Массалардын борборунун радиус-векторунун формуласын пайдалангыла

$$\vec{r}_{м.б.} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} .$$

3.9. Абада жарылган снаряддын оордук борбору жарылбаган снаряддын оордук борбору сыяктуу эле кыймылдаарын далилдегиле.

3.2. Реактивдик кыймыл

3.10. Ракетага салыштырмалуу газ агымынын ылдамдыгы турактуу болуп $u=2$ км/саат болсо, жердин оордук талаасында ракета кыймылсыз абалда болушу үчүн анын массасы M (күйүүчү зат менен чогуу) кайсыл закон боюнча өзгөрүүсү керек? Системанын массасы эки эсе азайган $t_{1/2}$ убактысын жана

ракета күйүүчү затын толугу менен сарп кылган t убакытын аныктагыла. Күйүүчү затсыз ракетанын массасы $m_1=1000$ кг, күйүүчү заттыкы $m_2=9000$ кг.

3.11. Баштапкы моментте массасы $m_0=1,5$ кг болгон ракета тик өйдө учурулду. Эгерде күйүүчү затты сарп кылуунун ылдамдыгы $\mu=0,2$ кг/с, күйүүдөн пайда болгон газдын соплодон учуп чыгуусунун салыштырма ылдамдыгы $U=80$ м/с болсо, $t=5$ с убакыттан кийинки ракетанын ылдамдануусун тапкыла. Абанын каршылыгын эске албагыла.

3.12. Эгерде ракетанын баштапкы массасы $m_0=2$ кг, күйгөн заттардын чыгуусунун салыштырма ылдамдыгы $U=100$ м/с, күйүүчү затты сарп кылуунун ылдамдыгы $\mu=0,2$ кг/с болсо, тик өйдө учурулган ракетанын учуунун башталышынан $t=4$ с өткөндөн кийинки ылдамдыгын тапкыла. Абанын каршылыгын эске албагыла.

3.13. Учуунун башталышынан бир канча убакыт өткөндөн кийин ракетанын ылдамдыгы 69 м/с, күйүүдөн пайда болгон газдын учуп чыгуусунун салыштырма ылдамдыгы 30 м/с болсо, анын массасы канча эсе азайгандыгын тапкыла. Абанын каршылыгын жана оордук күчүнүн ылдамдануусун эске албагыла.

3.3. Жумуш, кубаттуулук, энергия, энергиянын сакталуу закону

3.14. Таш кандайдыр бир бийиктиктен $t=1,43$ с ичинде жерге түштү. Таштын жолунун ортосундагы кинетикалык E_k жана потенциалдык E_p энергияларын аныктагыла. Таштын массасы $m=2$ кг.

3.15. Бийиктиги $h=25$ м мунарадан горизонталдык багытта $\vartheta_0=15$ м/с ылдамдыгы менен таш ыргытылды. Ташты ыргыткандан $t=1$ с өткөндөн кийинки кинетикалык E_k жана потенциалдык энергияларын E_p тапкыла. Таштын массасы $m=0,2$ кг.

3.16. Массасы $m=1$ кг нерсе мунарадан горизонталдык багытта $\vartheta_0=20$ м/с ылдамдыгы менен ыргытылып, $t=3$ с-дан кийин жерге түштү. Нерсенин жерге тийген моментиндеги кинетикалык энергиясын тапкыла.

3.17. Таш $v_0 = 15$ м/с ылдамдыгы жана горизонтко $\alpha = 60^\circ$ бурчу менен ыргытылды. Таштын кинетикалык E_k , потенциалдык E_p жана толук E энергияларынын: а) ташты ыргыткандан $t = 1$ с убакыттан кийин; б) изинин эң жогорку чекитиндеги маанилерин тапкыла.

3.18. Массасы $M = 60$ кг коньки тебүүчү муздун үстүндө туруп массасы $m = 0,3$ кг шайбаны, $v = 40$ м/с ылдамдыгы менен горизонталдык багытта ыргытты. Эгерде конькилердин музга сүрүлүү коэффициенти $\mu = 0,004$ болсо, коньки тебүүчү артка канча аралыкка жылат?

3.19. Радиусу $R = 4$ м ге барабар «өлүк сыйыртмак» формасындагы атайын жол менен анын жогорку чегинен түшүп кетпей өтүшү үчүн велосипедчен адам кандай минималдык бийиктиктен велосипедди өз эркине коюп, күү менен түшүшү керек?

3.20. Массасы $m = 10$ г нерсе радиусу $R = 6,4$ м айлана боюнча кыймылдап жатат. Кыймылдай баштагандан тартып экинчи айлануунун аягында нерсенин кинетикалык энергиясы $E_k = 0,8$ МДж болсо, анын тангенциалдык ылдамдануусун аныктагыла.

3.21. Массалары $m_1 = 80$ кг жана $m_2 = 50$ кг болгон конькичен эки адам чоюлган узун жиптин учтарынан кармашып муздун үстүндө бири-бирине карама-каршы абалда турушат. Алардын бирөө жипти түрүп $v = 1$ м/с ылдамдыгы менен кыскарта баштады. Муздун үстүндөгү конькичен адамдар кандай ылдамдыктар менен кыймылдай башташат? Сүрүлүүнү эске албагыла.

3.22. Массасы m болгон ок узундугу ℓ ге барабар жипке илинген массасы M жыгач тактайчасына тийип, анын ичинде тыгылып калды. Эгерде октун ылдамдыгы v болсо, маятник кандай α бурчуна кыйшаят?

3.23. Үйлөмө мылтыктан столдун четинен $\ell = 30$ см аралыкта жаткан ширеңкенин кутучасын атышты. Массасы $m = 1$ г, горизонталдык багыттагы ылдамдыгы $v_0 = 150$ м/с болгон ок кутучага тийип, аны тешип чыгып, $v = \frac{v_0}{2}$ ылдамдыгы менен кыймылын улантты. Кутучанын массасы $M = 50$ г. Кутуча менен столдун ортосундагы сүрүлүү коэффициентинин кандай маанисинде кутуча столдон жерге түшөт?

3.24. F турактуу күчүнүн аракетин астында араба $S=5\text{ м}$ жолду басып, $\vartheta = 2\text{ м/с}$ ылдамдыгына ээ болду. Эгерде арабанын массасы $m=400\text{ кг}$, сүрүлүү коэффициенти $k=0,01$ болсо, аткарылган жумушту аныктагыла?

3.25. Массасы $m=100\text{ кг}$ жүктү $h=4\text{ м}$ бийиктикке, $t=2\text{ с}$ убакытта бир калыптагы ылдамдануу менен көтөргөндөгү аткарылган жумушту аныктагыла.

3.26. Массасы 100 кг жүктү узундугу $\ell = 2\text{ м}$, жантаюу бурчу $\alpha=30^\circ$ болгон жантык тегиздик боюнча $a=1\text{ м/с}^2$ ылдамдануу менен көтөргөндөгү аткарылган жумушту тапкыла. Сүрүлүү коэффициенти $k=0,1$.

3.27. Узундугу ℓ , тик багыт боюнча α бурчун түзгөн тактайдын жогорку учунан массасы m болгон нерсе жылмышып түшө баштады. Тактайдын ылдыйкы учуна жеткенде ал кандай кинетикалык энергияга ээ болот? Эки учурду карагыла: а) сүрүлүү эске алынбайт; б) нерсе менен тактайдын ортосундагы сүрүлүү $\mu < \text{ctg}\alpha$.

3.28. Узундугу $\ell = 18\text{ м}$ горизонт менен $\alpha=30^\circ$ бурчту түзгөн жантык тегиздик боюнча массасы $m=2\text{ кг}$ нерсе жылмышып келе жатат. Нерсенин баштапкы ылдамдыгы нөл, тегиздиктин негизиндеги аяккы ылдамдыгы $\vartheta = 6\text{ м/с}$ болсо, нерсе менен тегиздик сүрүлгөндөгү бөлүнүп чыккан жылуулукту аныктагыла.

3.29. Резинасы $\Delta\ell = 20\text{ см}$ ге чоюлган рогаткадан атылган массасы $m=20\text{ г}$ таш $h=40\text{ м}$ ге көтөрүлдү. Резинанын серпилгичтүүлүк коэффициенти аныктагыла. Абанын каршылыгын эске албагыла.

3.30. Ылдамдыгы ϑ болгон ок тактайга тийип, 10 см ге тереңдеп кирсе, ылдамдыгы 2ϑ болгон ок канча тереңдикке кирет?

3.31. Горизонталдык багытта учуп келе жаткан ок жылмакай горизонталдык тегиздикте жаткан жыгач тактачага тийип, аны көзөп кетти. Октун энергиясынын канчалык бөлүгү жылуулукка айланаарын тапкыла. Октун массасы $m=10\text{ г}$, тактачанын массасы $M=1\text{ кг}$, октун баштапкы ылдамдыгы $\vartheta_0=500\text{ м/с}$, акыркы ылдамдыгы $\vartheta = 300\text{ м/с}$.

$$3.32. E_{\Lambda} = E_{\text{м.б}} + \frac{m\vartheta_{\Lambda}^2}{2} \text{ катнашын далилдегиле. Мында } E_{\Lambda} -$$

материалдык чекиттердин системасынын лабораториялык эсептөө системасында аныкталган кинетикалык энергиясы, $E_{\text{м.б}}$ – массалардын борборунун системасында (Λ – система) аныкталган кинетикалык энергия, m – системанын суммардык массасы, ϑ_{Λ} – лабораториялык системадагы (Λ – система) массалардын борборунун ылдамдыгы.

$$3.33. \text{ Бөлүкчөнүн потенциалдык энергиясы: а) } E_p = \frac{\alpha}{2};$$

б) $E_p = 1/2kr^2$ түрүндө берилет, мында r – бөлүкчөнүн радиус векторунун \vec{r} модулу, α жана k – турактуулар ($k > 0$). Бөлүкчөгө аракет эткен күчтү \vec{F} жана бөлүкчө (1,2,3) чекиттеринен (2,3,4) чекиттерине өткөн кездеги аткарылган жумушту аныктагыла.

3.34. Бийиктиги $H=15$ м, жантаюу бурчу $\alpha=30^\circ$ дөңдөн түшкөн чана горизонталдык бет боюнча канча аралыкка чейин сыйгаланып барат? Чананын бетке сүрүлүү коэффициенти $k=0,2$.

3.35. Массасы $m=1000$ кг автомобиль жантаюу бурчу $\alpha=6^\circ$ бет менен кыймылдаткычын өчүрүп коюп, күүлөнүп түшүп $\vartheta=72$ км/саат максималдык ылдамдыкка ээ болуп, андан соң бир калыпта кыймылдай баштады. Автомобиль ушундай эле ылдамдыкта каралган жантык бет боюнча өргө чыгышы үчүн анын кыймылдаткычы кандай кубаттуулукта иштеши керек?

3.36. Чоң шаарларда автомобилдер светофорлордун жанында тез-тез токтошот. Мисалы, Бишкектеги такси ар бир 100 км жолду басууда 100 гө жакын токтоого мажбур болот. Ар бир токтогондон кийин такси ылдамдыгын 60 км/саатка чейин өөрчүтсүн дейли. Автомобилдин кыймылына каршылык көрсөтүү күчү ылдамдыктан анча деле көз каранды эмес жана ал $F=300$ Н. Бишкектеги таксинин бензинди сарп кылуусу шаардын сыртында токтобостон кетип бара жаткан таксиге караганда канча эсеге көп? Таксинин массасы $M=1,5$ т. Кыймылдаткычтын ПАК ылдамдыктан көз каранды эмес.

3.37. Тынч турган нерсеге $t=10^{-2}$ с га барабар кыска убакыттын ичинде $F=20$ Н күчү менен аракет эткенде, ал $E=3$ Дж кинетикалык энергиясына ээ болду. Ошол эле нерсенин баштапкы

ылдамдыгы $v_0 = 10$ м/с болсо, убакыттын ушул эле t аралыгында багыты ылдамдыктын багыты менен дал келген мурдакыдай күч менен аракет эткенде, анын ээ болгон кинетикалык энергиясын тапкыла.

3.38. $v_1 = 10$ м/с ылдамдыгы менен кыймылдаган массасы $m_1 = 200$ г шар массасы $m_2 = 800$ г кыймылсыз турган шарга келип кагылышат. Кагылышуу түз, абсолюттук серпилгичтүү. Кагылышуудан кийин шарлардын ылдамдыгы кандай?

3.39. Массасы $m = 1,8$ кг абсолюттук серпилгичтүү шар тынч турган чоң массалуу шарга кагылышат. Түз кагылышуунун натыйжасында шар өзүнүн кинетикалык энергиясынын $E_{к1}$ 36% жоготту. Чоң шардын массасын (M) тапкыла.

3.40. 3.39 маселедеги кыймылдаган кичине шар кинетикалык энергиясынын $3/4$ жоготсо, шарлардын массаларынын катышын

$$n = \frac{M}{m}$$

аныктагыла.

3.41. Массасы 1 т нерсе $S = 10$ м аралыкты басып өтүп, ылдамдыгын $v_1 = 2$ м/с дан $v = 6$ м/с ге чейин жогорулатканда аткарылган жумушту тапкыла. Жолдун бардык бөлүгүндөгү сүрүлүү күчү $F_{сүр} = 2$ Н.

3.42. Массасы 1 т автомобиль кыймылдаган кезинде ага аракет эткен mg оордук күчүнүн $0,1$ ине барабар сүрүлүү күчү $F_{сүр}$ аракет этет. Автомобиль $S = 0,5$ км жолду басып өткөндө ылдамдыгын $v_1 = 10$ км/сааттан $v_2 = 40$ км/саатка чейин жогорулатса, кыймылдаткычтын канчалык массадагы бензинди сарп кылгандыгын аныктагыла. Кыймылдаткычтын ПАК $\eta = 0,2$, бензиндин күйүүсүнүн салыштырма жылуулугу $q = 46$ МДж/кг.

3.43. Эгерде автомобилдин кыймылдаткычы кыймылдын ылдамдыгы $v = 40$ км/саат кезинде $S = 100$ км жолго $V = 13,5$ л бензинди сарп кылса жана кубаттуулугу $W = 12$ кВт ка жетсе, анын пайдалуу аракет коэффициентин тапкыла. Бензиндин тыгыздыгы $\rho = 0,8 \cdot 10^3$ кг/м³, күйүүсүнүн салыштырма жылуулугу $q = 46$ МДж/кг.

3.4. Серпилгич күчтүн жумушу. Деформацияланган нерсенин энергиясы

3.44. Узундугу $\ell = 1$ м, туурасынан кесилиши $S = 1$ см² болот таякчаны $\Delta \ell = 1$ мм ге чоюу үчүн кандай жумуш аткаруу керек?

3.45. Зым оромону $\Delta x_1 = 1$ см ге кысуу үчүн $F = 9,8$ Н күч менен аракет кылуу керек. Эгерде күч кысылууга түз теңдеш болсо, зым оромону $\Delta x_2 = 10$ см ге кысуу үчүн кандай жумуш аткаруу керек?

3.46. Катуулугу $k = 10$ кН/м зым оромго $F = 200$ Н күчү менен кысылган. Бул зым оромону кошумча $\Delta x = 1$ см ге кыскан тышкы күчтүн аткарган жумушун тапкыла.

3.47. Катуулуктары $k_1 = 300$ Н/м жана $k_2 = 500$ Н/м эки зым оромго удаалаш туташтырылган. Экинчи зым оромонун абсолюттук деформациясы $\Delta x_2 = 3$ см болсо, зым оромолордун чоюлуусундагы аткарылган жумушту тапкыла.

3.48. Массасы $m = 3,9$ кг болот таякчасы баштапкы узундугунун $0,001$ -не узарды. Чоюлган таякчанын потенциалдык энергиясын тапкыла.

3.49. Узундугу $\ell = 2$ м, туурасынан кесилиш аянты $S = 2$ см² болот таякчасы $F = 10$ кН күчтүн аракети астында чоюлат. Чоюлган таякчанын потенциалдык энергиясын тапкыла.

3.50. Зым оромолуу тапанчанын катуулугу $k = 200$ Н/м ге барабар зым оромосу $\Delta x = 5$ см ге кысылса, массасы $m = 10$ г шарик тапанчадан кандай ылдамдык менен учуп чыгат?

3.51. Зым оромолуу мылтыктын зым оромосу $\Delta x_1 = 20$ см ге кысылган. Мылтыкты дүрмөттөгөндө зым оромго дагы $\Delta x_2 = 30$ см ге кысылды. Эгерде зым оромонун катуулугу $k = 120$ Н/м болсо, массасы $m = 50$ г жебе кандай ылдамдык менен учуп чыгат?

3.52. $\varphi = 2^\circ$ бурчуна толгонгон таякчанын потенциалдык энергиясын (E_p) тапкыла. Таякчанын толгонуу турактуулугу $C = 0,6$ МН·м/рад.

4-БАП

АЙЛАНУУ КЫЙМЫЛЫНЫН ДИНАМИКАСЫ

§ 1. Негизги формулалар

1. Айлануу кыймылынын динамикасынын негизги теңдемеси:

а) жалпы учурда

$$Mdt = d(I\omega), \quad (1)$$

мында M – катуу нерсеге dt убактысы ичинде аракет эткен күчтүн momenti, I – нерсенин инерция momenti, ω – бурчтук ылдамдыгы, $I\omega$ – импульстун momenti;

б) күчтүн momenti жана инерция momenti турактуу учурда

$$M\Delta t = I\Delta\omega; \quad (2)$$

в) инерция momenti турактуу болсо

$$M = I\varepsilon, \quad (3)$$

мында ε – бурчтук ылдамдануу.

2. Материалдык чекиттин импульсунун momenti

$$L = m \vartheta d \text{ же } L = I\omega, \quad (4)$$

мында m – чекиттин массасы, ϑ – чекиттин сызыктуу ылдамдыгы, d – импульстун momenti салыштырмалуу аныкталган октон чекитке чейинки аралык.

3. Айлануу огуна салыштырмалуу күчтүн momenti

$$M = F\ell \text{ же } M = Fr\sin\alpha, \quad (5)$$

мында ℓ – күчтүн ийини, r – айлануу огуна күч аракет эткен чекитке чейинки аралык, α – күчтүн аракет этүү багыты менен r – радиус векторунун ортосундагы бурч.

4. Инерция momenti:

а) материалдык чекит үчүн

$$I = mr^2; \quad (6)$$

б) катуу нерсе үчүн

$$I = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2. \quad (7)$$

мында r_i – айлануу огунун массасынын элементи, Δm_i ге чейинки аралык. Ушул эле формула интегралдык түрүндө

$$I = \int r^2 dm. \quad (8)$$

Эгерде нерсе бир тектүү болсо, анда анын тыгыздыгы бүткүл көлөм боюнча турактуу болгондуктан, $dm = \rho dV$, ошондуктан

$$I = \rho \int r^2 dV, \quad (9)$$

мында интегралдоо бүткүл көлөм V боюнча жүргүзүлөт.

Штейнердин формуласы. Нерсенин каалагандай окко салыштырмалуу инерция моменти

$$I = I_0 + ma^2, \quad (10)$$

мында I_0 – ушул нерсенин массаларынын (оордук) борбору аркылуу өтүүчү окко салыштырмалуу инерция моменти, I – биринчи окко жарыш каалагандай окко салыштырмалуу инерция моменти, m – нерсенин массасы, a – массалардын борборунан айлануу огуна чейинки аралык.

5. Импульстун моментинин сакталуу закону:

а) жалпы учурда

$$\sum_{i=1}^n L_i = \text{const}, \quad (11)$$

мында L_i – системага кирген i – нерсенин импульсунун моменти.

б) эки нерсе үчүн

$$I_1 \omega_1 + I_2 \omega_2 = I_1' \omega_1' + I_2' \omega_2', \quad (12)$$

мында I_1, I_2, ω_1 жана ω_2 – нерселердин аракет этишүүсүнө чейинки инерция моменттери жана бурчтук ылдамдыктары, I'_1, I'_2, ω'_1 жана ω'_2 – аракет этишүүдөн кийинки ошол эле чондуктар.

в) инерция моменттери өзгөрө турган бир нерсе үчүн

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2 \quad (13)$$

мында I_1 жана I_2 – инерция моменттеринин баштапкы жана акыркы маанилери, ω_1 жана ω_2 – нерсенин баштапкы жана акыркы бурчтук ылдамдыктары.

6. Айланган нерсеге аракет эткен күчтүн турактуу моментинин аткарган жумушу

$$A = M\varphi, \quad (14)$$

мында φ – нерсенин бурулуу бурчу.

7. Нерсе айлангандагы кубаттуулук

$$W = M\omega. \quad (15)$$

8. Айланган нерсенин кинетикалык энергиясы

$$E_k = \frac{I\omega^2}{2}. \quad (16)$$

9. Тегиздикте сыйгалануусуз тоголонгон нерсенин кинетикалык энергиясы

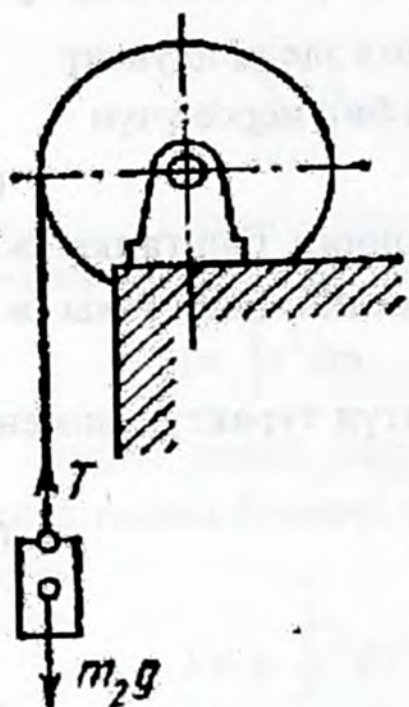
$$E_k = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (17)$$

мында $\frac{m\vartheta^2}{2}$ – нерсенин алга умтулуу кыймылынын кинетикалык энергиясы, ϑ – нерсенин инерция борборунун ылдамдыгы, $\frac{I\omega^2}{2}$ – инерция борбору аркылуу өтүүчү октун айланасында айланган нерсенин кинетикалык энергиясы.

10. Нерсе айланган кезде аткарган жумуш менен анын кинетикалык энергиясы төмөндөгүдөй катыш аркылуу байланышат

$$A = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2}. \quad (18)$$

§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары



1-сүрөт

1-мисал. Массасы $m_1 = 10$ кг туташ цилиндр түрүндөгү вал горизонталдык окко орнотулган. Цилиндрге оролгон жиптин бош учуна массасы $m_2 = 2$ кг га барабар жүк илинген. Башка аракет болбосо, жүк кандай ылдамдануу менен төмөн түшөөрүн тапкыла (1-сүр.).

Чыгарылышы. Жүктүн ылдамдануусу a валдын цилиндрдик бетинде жаткан чекиттин тангенциалдык ылдамдануусуна барабар жана валдын бурчтук ылдамдануусу ε менен

$$a = \varepsilon r, \quad (1)$$

катнашы боюнча байланышат, мында r – валдын радиусу.

Валдын бурчтук ылдамдануусун айланган нерсенин динамикасынын негизги теңдемеси менен туюнтсак болот

$$\varepsilon = \frac{M}{I},$$

мында M – валга аракет эткен айлантуучу момент, I – валдын инерция моменти.

Бир тектүү цилиндр катарында каралган валдын геометриялык огуна салыштырмалуу инерция моменти I

$$I = \frac{1}{2} m_1 r^2.$$

Валга аракет эткен айлантуучу момент M жипти чоюучу күч T ны валдын радиусуна көбөйткөнгө барабар

$$M = T r.$$

Жипти чоюучу күчтү төмөндөгүдөй ой жүгүртүүнүн негизинде табабыз. Жүккө эки күч аракет этет: төмөн багытталган оордук күчү $m_2 g$ жана жогору багытталган жипти чоюучу T

күчү. Бул күчтөрдүн тең аракет этүүчүсү жүктүн ылдамдатылган кыймылын пайда кылат.

Ньютондун экинчи закону боюнча

$$m_2 g - T = m_2 a,$$

мындан

$$T = m_2(g-a). \quad (2)$$

Ошентип, айлантуучу момент

$$m = m_2(g-a)r, \quad (3)$$

валдын бурчтук ылдамдануусу

$$\varepsilon = \frac{M}{I} = \frac{m_2(g-a)r}{\frac{1}{2}m_1 r^2} = \frac{2m_2(g-a)}{m_1 r}. \quad (4)$$

Жүктүн сызыктуу ылдамдануусун табуу учун алынган туюнтманы (1) формулага коюп, төмөндөгүнү алабыз

$$a = \frac{2m_2(g-a)}{m_1}, \quad (5)$$

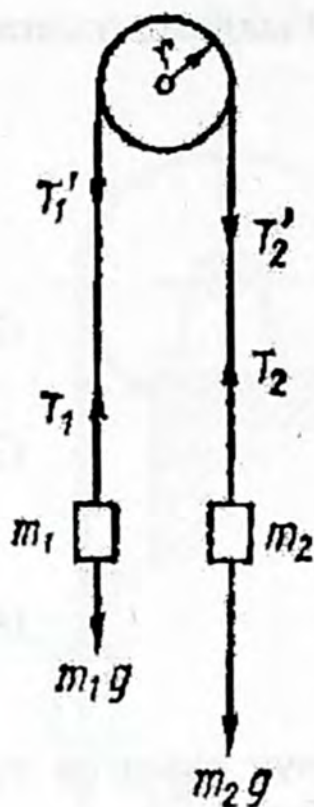
мындан

$$a = \frac{2m_2}{m_1 + 2m_2} g = \frac{2 \cdot 2}{10 + 2 \cdot 2} \cdot 9,81 \text{ м/с}^2 = 2,80 \text{ м/с}^2$$

2-мисал. Массасы $m=80$ г диск түрүндөгү блокко артылган ичке жиптин учтарына массалары $m_1=100$ г жана $m_2=200$ г жүктөр илинген (2-сүр.). Сүрүлүүнү эске албастан, жүктөрдүн кандай ылдамдануу менен кыймылдаарын тапкыла.

Чыгарылышы. Маселени чыгаруу үчүн алга умтулуу жана айлануу кыймылдарынын негизги закондорун колдонобуз. Ар бир жүккө эки күч аракет этет: төмөн багытталган оордук күчү $P=mg$ жана жогору багытталган жипти чоюучу күч T (2-сүр.). m_1 жүгүнүн ылдамдануусу \bar{a} жогору багытталгандыктан, $T_1 > m_1 g$. Ньютондун экинчи закону боюнча бул күчтөрдүн тең аракет этүүчүсү алардын айырмасына барабар болуп, жүктүн массасына жана анын кыймылынын ылдамдануусуна түз пропорционалдуу

$$T_1 - m_1 g = m_1 a,$$



2-сүрөт

мындан

$$T_1 = m_1 g + m_1 a. \quad (1)$$

m_1 жүгүнүн ылдамдануусу \bar{a} төмөн багытталган, демек, $T_2 < m_2 g$. Бул жүк үчүн Ньютондун экинчи законунун формуласын жазабыз

$$m_2 g - T_2 = m_2 a,$$

мындан

$$T_2 = m_2 g - m_2 a. \quad (2)$$

Айлануу кыймылынын динамикасынын негизги законуна ылайык дискага аракет эткен айлантуучу момент M дисканын инерция momenti I менен анын бурчтук ылдамдануусун көбөйткөнгө барабар

$$M = I \varepsilon. \quad (3)$$

Айлантуучу моментти аныктайбыз. Жипти чоюучу күчтөр жеке эле жипке эмес, дискага да аракет этишет. Ньютондун үчүнчү закону боюнча дисканын оромуна аракет этишкен T_1' жана T_2' күчтөрү чоңдугу боюнча тиешелүү түрдө T_1 жана T_2 күчтөрүнө барабар, бирок аларга карама-каршы багытталышат. Жүктөр кыймылдаганда сааттын жебеси боюнча ылдамданып кыймылдайт, демек $T_1' > T_2'$. Дискага аракет эткен айлантуучу момент бул күчтөрдүн айырмасын дисканын радиусуна барабар күчтүн ийинине көбөйткөнгө барабар

$$M = (T_2' - T_1')r.$$

Дисканын инерция momenti $I = \frac{m r^2}{2}$; бурчтук ылдамдануу

жүктөрдүн сызыктуу ылдамдануусу менен $\varepsilon = \frac{a}{r}$ катнашы аркы-

луу байланышкан. (3)-формулага M , I жана ε ду аныктоочу туюнтмаларды койсок,

$$(T'_2 - T'_1)r = \frac{mr^2}{2} \cdot \frac{a}{r},$$

мында

$$(T'_2 - T'_1)r = \frac{mr}{2}a. \quad (4)$$

$T'_1 = T_1, T'_2 = T_2$ болгондуктан, T'_1 жана T'_2 күчтөрүн (1)-жана (2)-формулардагы туюнтмалар менен алмаштырсак болот

$$m_2g - m_2a - m_1g - m_1a = \frac{m}{2}a$$

же

$$(m_2 - m_1)g = \left(m_2 + m_1 + \frac{m}{2} \right) a,$$

мындан

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1 + \frac{m}{2}} g \quad (5)$$

(5)-формуланын оң жагындагы массалардын катышы бирдиксиз чоңдук, ошондуктан m_1, m_2 жана m массаларын эсептин шартындагыдай эле грамм менен туюнтсак болот, $g=9,81 \text{ м/с}^2$, анда

$$a = \frac{200\text{г} - 10\text{г}}{200\text{г} + 100\text{г} + \frac{80}{2}\text{г}} \cdot 9,81\text{м/с}^2 = 2,88\text{м/с}^2.$$

3-мисал. Массасы $m=50$ кг, радиусу $r=20$ см, айлануу жыштыгы $n_1=420$ айл/мин болгон диска сүрүлүүнүн аракетинин натыйжасында акырындап, токтоп калды. Диска: а) $t=50$ секундандан кийин токтоду; б) токтогонго чейин $N=50$ айлануу жасады деп алып, турактуу сүрүлүү күчүнүн моментин (M) тапкыла.

Чыгарылышы. а) Айлануу кыймылынын динамикасынын экинчи закону боюнча айланган нерсенин импульсунун

өзгөрүшү нерсеге аракет эткен күчтүн моментин ушул момент аракет эткен убакытка көбөйткөнгө барабар

$$M\Delta t = I\omega_2 - I\omega_1,$$

мында I – дисканын инерция momenti, ω_1 жана ω_2 – баштапкы жана акыркы бурчтук ылдамдыктар. $\omega_2 = 0$ болгондуктан,

$$M\Delta t = -I\omega_1,$$

мындан

$$M = -\frac{I\omega_1}{\Delta t}. \quad (1)$$

Дисканын геометриялык огуна салыштырмалуу **инерция momenti**

$$I = \frac{1}{2}mr^2.$$

Инерция моментинин туюнтмасын (1)-формулага коюп, төмөнкүнү алабыз

$$M = -\frac{mr^2}{2\Delta t}\omega_1. \quad (2)$$

Бурчтук ылдамдыкты жыштык аркылуу туюнтабыз

$$\omega_1 = 2\pi n_1 = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 480}{60} \text{ рад/с} = 50,2 \text{ рад/с}$$

б) Эсептин берилишинде дисканын токтогонго чейинки айлануу саны, б.а., анын бурчтук которулушу берилген. Ошондуктан жумуш менен кинетикалык энергиянын өзгөрүшүнүн ортосундагы байланышты туюнтуучу формуланы колдонобуз:

$$A = \frac{I\omega_2^2}{2} - \frac{I\omega_1^2}{2}$$

же

$$A = -\frac{I\omega_1^2}{2}, \quad (3)$$

себеби $\omega_2 = 0$.

Айлануу кыймылында жумуш төмөндөгүдөй формула менен аныкталат

$$A = M\varphi.$$

Жумуштун бул туюнтмасын жана дисканын инерция моментинин туюнтмасын (3)-формулага коёбуз

$$M\varphi = -\frac{mr^2\omega_1^2}{4},$$

мындан сүрүлүү күчүнүн моменти

$$M = -\frac{mr^2\omega_1^2}{4\varphi}. \quad (4)$$

Бурулуу бурчу радиан менен төмөнкүгө барабар:

$$\varphi = 2\pi N = 2 \cdot 3,14 \cdot 200 \text{ рад} = 1256 \text{ рад}.$$

(4)-туюнтмага сан маанилерин коюп, төмөндөгүнү табабыз

$$M = -\frac{50(0,2)^2(50,2)^2}{4 \cdot 1256} \text{ Н} \cdot \text{м} = -1 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Терс белги сүрүлүү күчүнүн моменти токтотуучу аракет кылаарын көргөзөт.

4-мисал. Радиусу $R=1,5\text{м}$, массасы $m_1=180\text{кг}$ диска инерция боюнча минутасына $n=10$ айлануу жасап, тик октун айланасында айланат. Дисканын борборунда массасы $m_2=60\text{кг}$ адам жайланышкан. Дисканын четине өткөндө, бөлмөнүн таманына салыштырмалуу адамдын сызыктуу ылдамдыгы эмнеге барабар болоорун тапкыла.

Чыгарылышы. Импульстун сакталуу законуна ылайык

$$I(I_1 + I_2)\omega = I(I_1 + I_2')\omega', \quad (1)$$

мында I_1 – дисканын инерция моменти, I_2 – адамдын дисканын борборундагы инерция моменти, ω – дисканын борборундагы адамдын бурчтук ылдамдыгы, I_2' – адам дисканын четине өтүп, жайланышкандагы инерция моменти, ω' – адамдын дисканын четиндеги бурчтук ылдамдыгы.

Дисканын четинде турган адамдын сызыктуу ылдамдыгы бурчтук ылдамдык менен төмөндөгүдөй катнаш аркылуу байланышат:

$$v = \omega'R. \quad (2)$$

(1)-теңдемедеги ω' ти таап, алынган туюнтманы (2) – формулага коюп, төмөндөгүнү алабыз:

$$\vartheta = \frac{I_1 + I_2}{I_1 + I_2'} \omega R. \quad (3)$$

Дисканын инерция моменти

$$I_1 = \frac{1}{2} m_1 R^2.$$

Адамдын инерция моментин материалдык чекиттики сыяктуу эсептеп чыгарабыз. Ошондуктан

$$I_2 = 0$$

$$I_2' = m_2 R^2.$$

Дисканын адам которулганга чейинки бурчтук ылдамдыгы

$$\omega = 2\pi n.$$

(3)-формуладагы I_1 , I_2 , I_2' жана ω чоңдуктарын алардын туюнтмалары менен алмаштырабыз

$$\vartheta = \frac{\frac{1}{2} m_1 R^2}{\frac{1}{2} m_1 R^2 + m_2 R^2} \cdot 2\pi n R,$$

жөнөкөйлөтсөк

$$\vartheta = \frac{m_1}{m_1 + 2m_2} \cdot 2\pi n R.$$

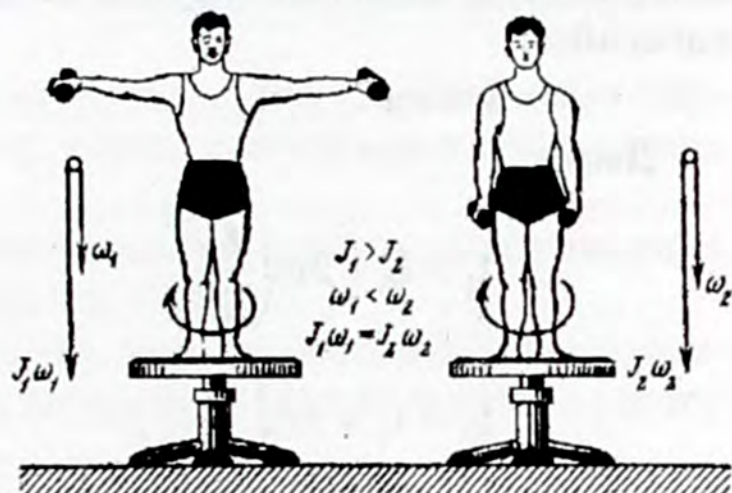
Чоңдуктардын сан маанилерин коюп, адамдын сызыктуу ылдамдыгын эсептейбиз

$$\vartheta = \frac{180}{180 + 2 \cdot 60} \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot \frac{10}{60} \cdot 1,5 \text{ м/с} = 0,94 \text{ м/с}.$$

5-мисал. Жуковскийдин отургучунун борборунда туруп турган адам инерция боюнча айланып жатат. Айлануу жыштыгы $n_1 = 0,5$ айл/с. Айлануу огуна салыштырмалуу адамдын инерция моменти $I = 1,6$ кг·м². Адам сунулган колдорунда ар биринин массалары $m = 2$ кг болгон эки гантелди кармап турат. Гантел-

дердин ортосундагы аралык $l = 1,6$ м. Эгерде адам колдорун түшүргөндө, гантелдердин ортосундагы аралык $l_2 = 0,4$ метрге барабар болуп калса, адам туруп турган отургуч секундасына канча айлануу жасайт? Отургучтун инерция моментин эске албагыла.

Чыгарылышы. Гантелдерди кармап турган адам отургуч менен кошо обочолонгон механикалык системаны түзөт, б.а., бул системага аракет эткен бардык тышкы күчтөрдүн (оордук күчү жана реакция күчү) айлануу огуна салыштырмалуу моменттери тең салмактуу абалда болушат. Сүрүлүүнү эске албайбыз (3-сүр.).



3-сүрөт

Ошондуктан бул системанын импульсунун momenti $I\omega$ турактуу мааниге ээ болушу керек. Демек, биздин учур үчүн

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2, \quad (1)$$

мында I_1 жана ω_1 – колдору сунулган адамдын денесинин инерция momenti жана отургуч менен колдору сунулган адамдын бурчтук ылдамдыгы, I_2 жана ω_2 – колдору түшүрүлгөн адамдын денесинин инерция momenti жана отургуч менен колдору түшүрүлгөн адамдын бурчтук ылдамдыгы.

Мындан

$$\omega_2 = \frac{I_1}{I_2} \omega_1. \quad (2)$$

(2)–тендемедеги бурчтук ылдамдыкты убакыт бирдиги ичиндеги айлануунун саны менен алмаштырып жана 2π ге кыскартып, төмөндөгүнү алабыз

$$n_2 = \frac{I_1}{I_2} n_1. \quad (3)$$

Эсепте каралган системанын инерция моменти адамдын денесинин инерция моменти I_0 менен анын колундагы гантелдердин инерция моментинин суммасына барабар. Гантелдердин өлчөмү алардан айлануу огуна чейинки аралыкка салыштырмалуу бир топ аз болгондуктан, гантелдердин инерция моментин материалдык чекиттин инерция моментинин формуласы боюнча чыгарабыз

$$I = mr^2.$$

Демек,

$$I_1 = I_0 + 2m\left(\frac{\ell_1}{2}\right)^2,$$

$$I_2 = I_0 + 2m\left(\frac{\ell_2}{2}\right)^2,$$

мында m – ар бир гантелдин массасы, ℓ_1 – гантелдердин ортосундагы баштапкы аралык, ℓ_2 – алардын ортосундагы аяккы аралык.

I_1 жана I_2 үчүн жазылган туюнтманы (3)–теңдемеге коебуз

$$n_2 = \frac{J_0 + 2m\left(\frac{\ell_1}{2}\right)^2}{J_0 + 2m\left(\frac{\ell_2}{2}\right)^2} n_1. \quad (4)$$

(4)–туюнтмадагы чоңдуктардын сан маанилерин коебуз

$$n_2 = \frac{1,6 + 2 \cdot 2 \left(\frac{1,6}{2}\right)^2}{1,6 + 2 \cdot 2 \left(\frac{0,4}{2}\right)^2} \cdot 0,5 \text{ айл/с} = 1,18 \text{ айл/с}.$$

§ 3. Маселелер

3.1. Инерция моментин эсептеп чыгаруу

4.1. Массасы $m=0,3$ кг материалдык чекиттин андан $r=20$ см аралыкта жайланышкан окко салыштырмалуу инерция моментин тапкыла.

4.2. Массасы 10 кг, радиусу $R=0,1$ туташ шардын анын оордук борбору аркылуу өтүүчү огуна салыштырмалуу инерция моментин тапкыла.

4.3. Айлануу огуна салыштырмалуу жер шарынын инерция моментин жана импульс моментин тапкыла.

4.4. Массасы 0,5 кг көңдөй шардын жанымасына салыштырмалуу инерция моментин тапкыла. Шардын тышкы радиусу $R=0,02$ м, ичкиси $r=0,01$ м.

4.5. Массасы m , узундугу ℓ болгон ичке таякчаны узундугуна перпендикулярдуу жайланышып, анын оордук борбору аркылуу өткөн окко салыштырмалуу инерция моментинин формуласын чыгаргыла. Штейнердин теоремасын колдонуп, таякчанын учу аркылуу өткөн биринчи окко жарыш жайланышкан окко салыштырмалуу инерция моментин аныктагыла.

4.6. Узундугу $\ell = 30$ см жана массасы $m=100$ г болгон ичке таякчага перпендикулярдуу жайланышкан окко салыштырмалуу а) ок таякчанын учу; б) ок таякчанын ортосу аркылуу өткөндөгү инерция моментин тапкыла.

4.7. Радиусу $r=20$ см жана массасы $m=100$ г болгон бир тектүү шакектин тегиздигине перпендикулярдуу жайланышып, борбору аркылуу өткөн окко салыштырмалуу инерция моментин тапкыла.

4.8. Радиусу $r=10$ см, массасы $m=50$ г шакектин жаныма огуна салыштырмалуу инерция моментин тапкыла.

4.9. Дисканын диаметри $d=20$ см, массасы $m=800$ г. Дисканын тегиздигине перпендикулярдуу жайланышкан жана анын радиустарынын ортосу аркылуу өтүүчү окко салыштырмалуу дисканын инерция моментин тапкыла.

4.10. Радиусу $R=0,02$ м, массасы $m=5$ кг валдын симметрия огуна жарыш жана андан $a=10$ см аралыкта жайланышкан окко салыштырмалуу инерция моментин аныктагыла.

4.11. Радиусу $r=0,5$, массасы $m=3$ кг дөңгөлөктүн диаметринин учу аркылуу өткөн анын тегиздигине перпендикулярдуу жайланышкан окко салыштырмалуу инерция моментин эсептегиле.

4.12. Диаметри 12 см, массасы 3 кг цилиндр горизонталдык тегиздикте капталынан жатат. Цилиндрдин тегиздик менен тийишкен сызыгы аркылуу өткөн окко салыштырмалуу инерция моментин тапкыла.

3.2. Айлануу кыймылынын динамикасынын негизги теңдемеси

4.13. Узундугу $\ell = 1$ м жана массасы 0,5 кг болгон бир тектүү таякча анын ортосу аркылуу өтүүчү горизонталдык октун айланасында тик тегиздик боюнча айланууда. Эгерде таякчага чоңдугу $M=98,1$ мН·м болгон күчтүн моменти аракет этсе, ал кандай бурчтук ылдамдануу менен айланат?

4.14. Радиусу $R=0,2$ м жана массасы 5 кг га барабар бир тектүү диска тегиздигине перпендикулярдуу жайланышкан жана борбору аркылуу өтүүчү октун айланасында айланат. Дисканын айланышынын бурчтук ылдамдыгынын убакыттан болгон көз карандылыгы $\omega=A+Bt$ теңдемеси аркылуу берилет, мында $B=8$ м/с. Сүрүлүүнү эске албастан дисканын оролмосуна жаныма боюнча аракет эткен күчтү тапкыла.

4.15. Инерция моменти $I=63,6$ кг·м² болгон бир тектүү диск $\omega=31,4$ рад/с бурчтук ылдамдыгы менен айланууда. Токтотуучу момент M дин аракетинин натыйжасында диска $t=20$ секундадан кийин токтосо, M ди тапкыла.

4.16. Радиусу 0,5м, массасы $m=50$ кг дөңгөлөктүн жанымасы боюнча $F=98,1$ Н күч аракет этсе, дөңгөлөктүн бурчтук ылдамдануусу ϵ ду тапкыла. Күч аракет эте баштагандан канча убакыт өткөндөн кийин дөңгөлөктүн айлануу жыштыгы $n=100$ айл/с болот. Дөңгөлөктү бир тектүү диск деп алгыла. Сүрүлүүнү эске албагыла.

4.17. Инерция моменти $I=245$ кг·м² дөңгөлөк $n=20$ айл/с жыштыгы менен айланып жатып, ага күчтүн моменти M аракет этпей калгандан $t=1$ мин өткөндөн кийин токтоп калды. Сүрүлүү күчүнүн моментин $M_{\text{сүр}}$ жана күчтөр аракет этпей кал-

гандан баштап токтогонго чейинки дөңгөлөктүн айлануусунун санын тапкыла. Дөңгөлөктү бир тектүү диск деп эсептегиле.

4.18. Массалары $m_1=2$ кг жана $m_2=1$ кг болгон эки жүк массасы $m=1$ кг блокко артылган жиптин учтарына асылган. жүктөрдүн кыймылынын ылдамдануусун a , жиптерди чоюучу күчтөрдү T_1 жана T_2 тапкыла. Блокту бир тектүү диск деп эсептегиле.

4.19. Массасы $m_0=9$ кг барабанга оролгон жиптин учуна массасы $m=2$ кг жүк байланган. Жүктүн ылдамдануусун a ны тапкыла. Барабанды бир тектүү цилиндр деп алгыла. Сүрүлүүнү эске албагыла.

4.20. Радиусу $R=0,5$ м барабанга оролгон жиптин учуна массасы $m=10$ кг жүк байланган. Жүк $a=2,04$ м/с² ылдамдануусу менен төмөн түшсө, барабандын инерция моментин тапкыла.

4.21. Радиусу $R=20$ см, инерция моменти $J=0,1$ кг·м² барабанга оролгон жиптин учуна массасы $m=0,5$ кг жүк байланган. Барабан айланганга чейин жүк жерден $h_0=1$ бийиктикте жайланышса, жүк канча убакыттан кийин жерге түшөөрүн, жүк жерге тийген моменттеги кинетикалык энергияны (E_k) жана жипти чоюучу күчтү (T) аныктагыла.

4.22. Массасы $m=10$ кг, радиусу $R=20$ см шар борбору аркылуу өтүүчү октун айланасында айланат. Шардын айлануусунун теңдемеси $\varphi=A+Bt^2+Ct^3$ түрүндө берилди, мында $A=5$ рад, $B=4$ рад/с², $C=-1$ рад/с³. Шарга аракет эткен күчтүн моменти кандай закондун негизинде өзгөрөөрүн тапкыла. Убакыттын $t=2$ с моментиндеги күчтүн моменти M эмнеге барабар?

3.3. Импульстун моментинин сакталуу закону

4.23. Жуковскийдин отургучуна туруп турган адам горизонталдык багытта $v=20$ м/с ылдамдыгы менен учуп келе жаткан массасы $m=0,4$ кг шарды колу менен тозуп алды. Топ отургучтун тик айлануу огунан $r=0,8$ м аралыкта учуп баратса, топту тозуп алган адам жайланышкан Жуковскийдин отургучу кандай бурчтук ылдамдык ω менен айланаарын тапкыла. Адам менен отургучтун суммардык инерция моменти $I=6$ кг·м² деп эсептегиле.

4.24. Диск формасындагы радиусу $r=2$ м горизонталдык аянтчада адам туруп турат. Аянтчанын массасы $M=200$ кг, адамдын массасы $m=80$ кг. Аянтча борбору аркылуу өткөн октун айланасында айлана алат. Сүрүлүүнү эске албастан адам аянтчанын чети менен ага салыштырмалуу $\vartheta = 2$ м/с ылдамдыгы менен кыймылдаса, аянтча кандай бурчтук ылдамдыгы менен айланаарын аныктагыла.

4.25. Массасы $m=100$ кг аянтча борбору аркылуу өткөн тик октун айланасында $n_1=10$ айл/мин жыштыгы менен айланат. Бул учурда массасы $m_0=60$ кг адам аянтчанын четинде турат. Эгер адам аянтчанын четинен борборуна өтсө, аянтчанын айлануу жыштыгы n_2 эмнеге барабар болот? Аянтчаны бир тектүү диск, адамды чекиттик масса деп атагыла.

4.26. Диск формасындагы аянтча тик октун айланасында айланат, анын четинде адам туруп турат. Адам аянтчанын чети менен айланып басып баштапкы ордуна келсе, аянтча кандай фбурчка бурулат? Аянтчанын массасы $M=240$ кг, адамдыкы $m=60$ кг. Адамдын инерциялык моментин материалдык чекиттики сыяктуу эсептегиле.

4.27. Радиусу $R=1$ м диск түрүндөгү аянтча инерция боюнча $n=6$ айл/мин жыштыгы менен айланат. Аянтчанын четинде массасы $m=80$ кг адам туруп турат. Адам аянтчанын четинен борборуна өтсө, аянтча кандай жыштык менен айлана баштайт? Аянтчанын инерция моменти $I=120$ кг·м². Адамдын инерция моментин материалдык чекит үчүн эсептегендей эсептегиле.

4.28. Массасы $m_0=60$ кг адам массасы $m=100$ кг болгон кыймылсыз аянтчада турат. Эгерде адам айлануу огунун тегерегинде радиусу $r=5$ м айлана боюнча аянтчага салыштырмалуу $\vartheta_0=4$ км/саат ылдамдыгы менен кыймылдаса, аянтчанын айлануу жыштыгы эмнеге барабар болот. Аянтчанын радиусу $R=10$ м. Аянтчаны бир тектүү диск, адамды чекиттик масса деп эсептегиле.

4.29. Массасы $m=80$ кг, радиусу $R=1$ м болгон горизонталдык аянтча $n=20$ айл/мин жыштыгы менен айланат. Аянтчанын борборунда туруп турган адам сунулган колдорунда гантелдерди кармап турат. Адам сунулган колун түшүрүп, өзүнүн инерция моментин $I_1=2,94$ төн $I_2=0,98$ м² на чейин азайтса, аянтча кандай

жыштык n_2 менен айланып калат? Аянтчаны бир тектүү диск деп эсептегиле.

4.30. Жуковскийдин отургучунда колуна отургучтун айлануу огу боюнча тик жайланышкан таякчаны кармаган адам туруп турат. Адам менен отургуч $n_1=1$ айл/с жыштыгы менен айланып жатат. Таякчаны горизонталдык абалды ээлегендей кылып бурсак, адам менен отургуч кандай жыштык менен айланып калат? Адам менен отургучтун суммардык инерция моменти $I=6 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Таякчанын узундугу $\ell = 2,4 \text{ м}$, массасы $m=8 \text{ кг}$.

3.4. Айлануу кыймылындагы жумуш

4.31. Дөңгөлөк $\varphi=A+Bt+Ct^2$ теңдемеси менен туюнтулган закон боюнча айланат, мында $A=2 \text{ рад}$, $B=32 \text{ рад/с}$, $C=-4 \text{ рад/с}^2$. Дөңгөлөк токтогонго чейин ага аракет эткен күчтөр өөрчүткөн кубаттуулукту тапкыла. Дөңгөлөктүн инерция моменти $J=100 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$.

4.32. Дөңгөлөк $\varphi=A+Bt+Ct^2$ теңдемеси менен туюнтулган закон боюнча кыймылдайт, мында $A=2 \text{ рад}$, $B=16 \text{ рад/с}$, $C=-2 \text{ рад/с}^2$. Дөңгөлөктүн инерция моменти $J=50 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. айлантуучу момент M , кубаттуулук N кандай закон боюнча өзгөрөөрүн тапкыла. Убакыттын $t=3 \text{ с}$ моментинде кубаттуулук эмнеге барабар?

4.33. Массасы 80 кг , радиусу $R=30$ диск түрүндөгү дөңгөлөк тынч абалда турат. Дөңгөлөккө $n=10$ айл/с айлануу жыштыгын берүү үчүн кандай жумуш (A) аткарыш керек? Диска ушул эле массасында эки эсе чоң радиуска жана кичине калыңдыкка ээ болсо, кандай жумуш аткарыш керек болот?

4.34. Айланган дөңгөлөктүн кинетикалык энергиясы $E_k=1000 \text{ Дж}$ турактуу токтотуучу моменттин (M) аракети астында дөңгөлөктүн айлануусу акырындап, $N=80$ айлануу жасандан кийин токтоп калды. Токтотуучу күчтүн моментин аныктагыла.

4.35. Инерция моменти $J=40 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ка барабар тынч абалдагы дөңгөлөк $M=20 \text{ Н}\cdot\text{м}$ күчтүн моментинин аракети астында бир калыпта ылдамданып айлана баштады. Бир калыптагы ылдамдатылган кыймыл $t=10 \text{ с}$ га уланды. Дөңгөлөк ээ болгон кинетикалык энергияны аныктагыла.

4.36. Массасы $m=2$ кг диск горизонталдык тегиздик боюнча сыйгаланбастан $\vartheta = 4$ м/с ылдамдыгы менен дөңгөлөнүп келе жатат. Дисканын кинетикалык энергиясын тапкыла.

4.37. Диаметри $D=6$ см жана массасы $m=0,25$ кг шар сыйгаланбастан горизонталдык тегиздик боюнча $n=4$ айл/с жыштыгы менен дөңгөлөнүп келе жатат. Шардын кинетикалык энергиясын (E_k) тапкыла.

4.38. Бирдей массадагы $m_1=m_2$ шакекче жана диск сыйгаланбастан бирдей ылдамдык менен дөңгөлөнүп келе жатышат. Шакекченин кинетикалык энергиясы $E_{k1}=4$ Дж болсо, дисканын кинетикалык энергиясы E_{k2} ни тапкыла.

4.39. Массасы $m=1$ кг шар сыйгаланбастан тоголонуп келе жатып дубалга урунуп, карама-каршы багыт боюнча тоголонуп жөнөдү. Дубалга урунганга чейин шардын ылдамдыгы $\vartheta = 10$ см/с, урунгандан кийин $u=8$ см/с. Шар дубалга урунганда бөлүнүп чыккан жылуулукту аныктагыла.

4.40. Айлануу жыштыгы $n=5$ айл/с га барабар дөңгөлөктүн кинетикалык энергиясы $E_k=60$ Дж. Дөңгөлөктүн импульсунун моментин (L) тапкыла.

4.41. Дөңгөлөк бир калыпта акырындап айланып $t=1$ минута ичинде айлануу жыштыгын $n_1=300$ айл/мин дан $n_2=180$ айл/мин га чейин азайтты. Дөңгөлөктүн инерция моменти $J=2$ кг·м². Дөңгөлөктүн бурчтук ылдамдануусун (ϵ), токтотуучу күчтүн моментин (M), токтотуучу күчтүн жумушун (A), 1 минутадагы айлануу санын (N) тапкыла.

4.42. Жантык тегиздик боюнча сыйгаланбастан дөңгөлөнүп келе жаткан шардын, дисканын жана шакекченин массаларынын борборунун сызыктуу ылдамданууларын тапкыла. Тегиздиктин бурчу $\alpha=30^\circ$, нерселердин баштапкы ылдамдыктары $\vartheta_0=0$. Табылган ылдамданууну жантык тегиздик боюнча сүрүлүүсүз жылышкан нерсенин ылдамдануусу менен салыштыргыла.

4.43. Бирдей радиустагы $R=6$ см жана бирдей массадагы $m=0,5$ кг туташ алюминий жана көңдөй коргошун цилиндрлер берилген. Цилиндрлердин беттери бирдей. Жантык тегиздиктин беттеринде туруп, цилиндрлердин алга умтулуучу кыймылын байкоодо алардын түстөрүн кантип ажыратабыз. Бул цилиндрдин инерция моменттерин J_1 жана J_2 тапкыла. Ар бир цилиндр жантык бет боюнча сыйгалануусуз канча убакытта дөңгөлөнүп

түшүшөт? Жантык беттин бийиктиги $h=0,5$ м, жантаюу бурчу $\alpha=30^\circ$, цилиндрлердин баштапкы ылдамдыгы $\vartheta_0=0$.

4.44. Дөңгөлөк $\varepsilon=0,5$ рад/с² бурчтук ылдамдануусу менен кыймылдап, кыймыл башталгандан $t_1=15$ с убакыт өткөндөн кийин $L=73,5$ кг·м/с ка барабар импульстун моментине ээ болду. Кыймыл башталгандан 70 минута өткөндөн кийин дөңгөлөк ээ болгон кинетикалык энергияны (E_k) тапкыла.

4.45. Дөңгөлөк $n=10$ айл/с жыштыгы менен айланат. Анын кинетикалык энергиясы $E_k=7,85$ кДж. Дөңгөлөккө аракет эткен күчтүн momenti $M=50$ Н·м ге барабар болсо, канча убакыттан кийин дөңгөлөктүн бурчтук ылдамдыгы эки эсе чоңоёт?

5-БАП

МЕХАНИКАЛЫК ТЕРМЕЛҮҮЛӨР ЖАНА ТОЛКУНДАР

Жалпы кеңештер

Эгерде маселенин берилишинен гармоникалык термелүүнүн теңдемеси белгилүү болсо, анда термелүүнү мүнөздөөчү чоңдуктар (амплитуда, жыштык, фаза, баштапкы фаза, мезгил) берилген теңдемени гармоникалык теңдеменин жалпы теңдемеси менен салыштыруу аркылуу табылышы мүмкүн.

Баштапкы фазаны тандоого жараша гармоникалык термелүүнүн теңдемесин $x = A \sin(\omega t + \varphi_1)$ же $x = A \cos(\omega t + \varphi_2)$ түрүндө жазууга боло тургандыгына көңүл бөлгүлө.

Математикалык маятник жөнүндөгү маселеде эгерде маятник инерциалдуу эмес эсептөө системасында, б.а., инерциалдык эсептөө системасына салыштырмалуу кандайдыр бир \vec{a} ылдамдануусу менен кыймылдаган эсептөө системасында жайланышса, анда анын термелүү мезгили

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_1}},$$

формуласы менен аныкталат, мында g_1 – инерциалдык эмес эсептөө системасындагы эркин түшүүнүн ылдамдануусу. Бул ылдамданууну $\vec{g}_1 = \vec{g} + (-\vec{a})$ вектордук теңдемесинен таап алсак болот, мында g – инерциалдык эсептөө системасындагы эркин түшүүнүн ылдамдануусу.

§1. Негизги формулалар

1. Гармоникалык термелүүлөрдүн теңдемеси

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (1)$$

же

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (2)$$

мында x – термелген чекиттин тең салмактуу абалынан четтеши, A – термелүүнүн амплитудасы, ω – циклдик жыштык, φ_1 жана φ_2 – термелүүлөрдүн баштапкы фазалары, $(\omega t + \varphi_1)$ жана $(\omega t + \varphi_2)$ убакыттын t моментиндеги термелүүнүн фазасы.

2. Термелүүнүн циклдик (айлануу) жыштыгы

$$\omega = 2\pi\nu \text{ же } \omega = 2\pi/T, \quad (3)$$

мында ν – термелүүнүн жыштыгы, T – мезгили.

3. Гармоникалык термелген чекиттин ылдамдыгы:

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_1) \quad (4)$$

же

$$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_2). \quad (5)$$

4. Гармоникалык термелген чекиттин ылдамдануусу

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (6)$$

же

$$a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_2) \quad (7)$$

5. Кайтаруучу күч

$$F = -kx, \quad (8)$$

мында $k = m\omega^2$, m – чекиттин массасы.

6. Термелген чекиттин толук энергиясы

$$E = E_k + E_p = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 = \frac{1}{2}kA^2. \quad (9)$$

7. Термелүүлөрдүн мезгилдери:

а) зым оромого асылган нерсе үчүн

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad (10)$$

мында m – нерсенин массасы, k – зым оромонун катуулугу.

Бул формула Гуктун закону аткарылган учурдагы серпилүүчү термелүүлөр үчүн (нерсенин массасына караганда зым оромонун массасы алда канча кичине болгондо) колдонулат;

б) математикалык маятник үчүн

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad (11)$$

мында ℓ – маятниктин узундугу, g – эркин түшүүнүн ылдамдануусу;

в) физикалык маятник үчүн

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}, \quad (12)$$

мында I – термелген нерсенин термелүү огуна салыштырмалуу инерция моменти, a – маятниктин оордук борборунан термелүү огуна чейинки аралык, $L=I/ma$ – физикалык маятниктин келтирилген узундугу.

(11)- жана (12)-формулар чексиз кичине амплитудалар үчүн так болуп эсептелет. Чектүү амплитудалар үчүн бул формулар жакындатылган гана жыйынтыктарды берет. Амплитуданын $\sim 3^\circ$ тан ашпаган мааниси үчүн мезгилдин маанисинин катасы 1% ашпайт;

г) серпилгич жипке илинген нерселердин толгонуу термелүүлөрү үчүн

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}}, \quad (13)$$

мында I – жипти бирдик бурчка толгогондо пайда болгон, нерсенин серпилгич жип менен дал келген окко салыштырмалуу инерция моменти, k – сан мааниси боюнча серпилгичтик моментине барабар, серпилгич жиптин катуулугу.

8. Өчүүчү термелүүнүн теңдемеси (каршылык күчү ылдамдыктын биринчи даражасына пропорционалдуу болгондо)

$$x = A_0 e^{\delta t} \sin(\omega t + \varphi_1) \quad (14)$$

же

$$x = A_0 e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (15)$$

мында A_0 – убакыттын $t=0$ моментиндеги амплитуда, e – натуралдык логарифманын негизи, δ – өчүү коэффициенти.

9. Өчүүнүн логарифмалык декременти

$$\lambda = \ln \frac{A_i}{A_{i+k}} = \delta T, \quad (16)$$

мында A_i жана A_{i+k} – эки удаалаш термелүүлөрдүн амплитудалары.

10. Резонанс (күчөнүү) шарты

$$\omega = \omega_0, \quad (17)$$

мында ω_0 – чекиттин эркин (өздүк) термелүүсүнүн циклдик (айлануу) жыштыгы, ω – тышкы дүүлүктүрүүчү күчтүн циклдик (айлануу) жыштыгы.

11. Бир түз сызык боюнча өтүүчү бирдей жыштыктагы эки термелүүнү кошкондо алынган жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасы төмөнкүдөй формула менен аныкталат:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (18)$$

мында A – жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасы, A_1 жана A_2 – түзүүчү термелүүлөрдүн амплитудалары, φ_1 жана φ_2 – түзүүчү термелүүлөрдүн баштапкы фазалары.

12. Жыйынтыктоочу термелүүнүн баштапкы фазасы

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}. \quad (19)$$

13. Өз ара перпендикулярдуу эки термелүүгө катышкан чекиттин изинин теңдемеси

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2XY}{A_1A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (20)$$

Эгерде кошулуучу термелүүлөрдүн баштапкы фазалары бирдей болсо, издин теңдемеси төмөнкүдөй түргө ээ болот

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1, \quad (21)$$

б.а., чекит эллипс боюнча кыймылдайт.

14. Толкундун таралуу ылдамдыгы – ϑ , узундугу – λ , жыштыгы – ν (же мезгили T) төмөнкүдөй катнаштар менен байланышат

$$\vartheta = \lambda\nu, \text{ же } \vartheta = \lambda/T. \quad (22)$$

15. Түз сызыктуу таралуучу толкундун теңдемеси

$$y = A \cos \omega(t - x/\vartheta), \quad (23)$$

мында y – x координатасына ээ чекиттин жылышы, x – чекиттен термелүү булагына чейинки аралык (координата).

16. Чөйрөнүн эки чекитинин термелүүлөрүнүн фазаларынын айырмасы $\Delta\varphi$, ушул чекиттердин ортосундагы аралык Δx жана толкундун узундугу λ менен

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}, \quad (24)$$

катнашы аркылуу байланышат.

17. Туруучу толкундун теңдемеси

$$y = 2A \sin(\omega x/\vartheta) \sin \omega t. \quad (25)$$

же

$$y = 2A \sin(2\pi x/\lambda) \sin \omega t. \quad (26)$$

18. Туруучу толкундун эки жанаша түйүндөрүнүн ортосундагы аралык ℓ түз сызык боюнча таралуучу толкундун узундугу менен төмөнкүдөй катнаш аркылуу байланышат

$$\ell = \frac{\lambda}{2}. \quad (27)$$

Серпилгич чөйрөдөгү толкундун таралуу ылдамдыгы:

а) узатасынан болуучу толкун үчүн

$$\vartheta = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (28)$$

мында E – узатасындагы серпилгичтиктин модулу (Юнгдун модулу), ρ – чөйрөнүн тыгыздыгы;

б) туурасынан болуучу толкун үчүн

$$\vartheta = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (29)$$

мында G – туурасындагы серпилгичтик модулу.

§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары

1-мисал. Материалдык чекиттин гармоникалык термелүүсү $x=50\cos 100\pi t$ теңдемеси менен жазылса, термелүүнүн амплитудасын, жыштыгын жана мезгилин $\varphi=2\pi/9$ фазасы үчүн x_1 жылышуусун тапкыла. Мында узундук миллиметр, убакыт секунда менен туюнтулат.

Чыгарылышы. Гармоникалык термелүүнүн теңдемесин жалпы түрдө жазабыз

$$x = A\cos(\omega t + \varphi_0) \quad (1)$$

жана аны берилген теңдеме

$$x = 50\cos 100\pi t \quad (2)$$

теңдемеси менен салыштырып, төмөндөгүнү табабыз: амплитуда $A=50$ мм, баштапкы фаза $\varphi_0=0$, фаза $100\pi t = \omega t$. Акыркы барабардыкка $\omega=2\pi/T$ маанисин койсок, мезгил $T=0,02$ с, анда жыштык

$$\nu \Rightarrow 1/T = 50 \text{ Гц.}$$

(2)-теңдемеге фазанын берилген маанисин $\varphi_1=2\pi/9$ койсок, жылышуу

$$x = 50 \cos 2\pi/9 = 38,5 \text{ мм.}$$

2-мисал. Массасы $m=5$ г материалдык чекит $\nu=0,5$ Гц жыштыгы менен гармоникалык термелүү жасайт. Термелүүнүн амплитудасы $A=3$ см: а) жылышуу $x_1=1,5$ см болгон убакыттын моментиндеги чекиттин ылдамдыгы ϑ ны; б) чекитке аракет эткен максималдык F_{\max} күчүн; в) термелген чекиттин толук энергиясын тапкыла.

Чыгарылышы. 1. Гармоникалык термелүүнүн теңдемеси

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1)$$

түрүнө ээ, x – термелген чекиттин тең салмактуу абалынан жылышы, A – амплитуда, $\omega t + \varphi_0$ – термелүү фазасы, φ_0 – баштапкы фаза, ω – циклдык жыштык, t – убакыт.

Ылдамдык жылышуудан убакыт боюнча биринчи туундуну алуу менен табылат:

$$\vartheta = dx/dt = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (2)$$

Ылдамдыкты жылышуу менен туюнтуу үчүн (1) - жана (2)- формуладан убакытты чыгарып жиберибиз. Ал үчүн эки теңдемени тең квадратка көтөрүп, биринчисин A^2 ка, экинчисин $A^2\omega^2$ ка бөлүп, андан соң кошобуз

$$x^2/A^2 + \vartheta^2/A^2\omega^2 = 1$$

же

$$x^2/A^2 + \vartheta^2/4\pi^2v^2A^2 = 1$$

Акыркы теңдемени ϑ га салыштырмалуу чыгарсак,

$$\vartheta_{1/2} = 2\pi v \sqrt{A^2 - x^2} \quad (3)$$

Бул туюнтмага чоңдуктардын сан маанилерин койсок,

$$\vartheta_{1/2} = \pm 23,140,5 \sqrt{9 \cdot 10^{-4} - 2,25 \cdot 10^{-4}} \text{ м/с} = \pm 8,2 \cdot 10^{-2} \text{ м/с} = \pm 8,2 \text{ см/с}.$$

Оң белги ылдамдык багыты x огунун оң багыты менен, терс белги ылдамдыктын багыты x огунун терс багыты менен дал келген учурларга туура келет.

2. Чекитке аракет эткен күчтү Ньютондун экинчи закону боюнча табабыз

$$F = ma \quad (4)$$

Мында a – чекиттин ылдамдануусу

$$a = d\vartheta/dt = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$$

же

$$a = -4\pi^2v^2A \sin(\omega t + \varphi).$$

Ылдамдануунун туюнтмасын (4)- формулага койсок,

$$F = -4\pi^2v^2mA \sin(\omega t + \varphi),$$

мындан күчтүн максималдык маанисин алабыз, $\sin(\omega t + \varphi) = -1$

$$F_{\text{макс}} = 4\pi^2\nu^2mA.$$

Бул теңдемеге чоңдуктардын сан маанилерин койсок $F_{\text{макс}} = 4,9,87 \cdot 0,25 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,03 \text{Н} = 1,49 \cdot 10^{-3} \text{Н} = 1,49 \text{ мН}$.

3. Термелген чекиттин толук энергиясы убакыттын каалаган моменти үчүн эсептелген кинетикалык жана потенциалдык энергиялардын суммасына барабар.

Толук энергияны кинетикалык энергия максималдык мааниге ээ болгон моментте эсептөө жөнөкөйүрөөк болот. Бул учурда потенциалдык энергия нөлгө барабар. Ошондуктан термелген чекиттин толук энергиясы E максималдык кинетикалык энергияга $E_{\text{к.макс}}$ га барабар жана ал төмөнкүдөй формула менен аныкталат:

$$E = E_{\text{к.макс}} = m \vartheta_{\text{макс}}^2 / 2 \quad (5)$$

Максималдык ылдамдыкты (2)-формуладан $\cos(\omega t + \varphi) = 1$ деп алып тапсак болот:

$$\vartheta_{\text{макс}} = 2\pi\nu A.$$

Ылдамдыктын бул туюнтмасын (5) –формулага койсок,

$$E = 2\pi^2 m \nu^2 A^2.$$

Чоңдуктардын сан маанилерин коёбуз

$$E = 2,9,87 \cdot 10^{-3} \cdot 0,25 \cdot 9 \cdot 10^{-4} \text{Дж} = 2,21 \cdot 10^{-5} \text{Дж} = 22,1 \text{ мкДж}.$$

3-мисал. Массасы $m=0,5\text{кг}$ чекит $x=10\cos 200\pi t$ закону боюнча термелет, мында t секунда менен туюнтулат. Кайтаруучу күчтүн максималдык маанисин тапкыла.

Чыгарылышы. Гармоникалык термелүүдө термелген чекиттин мааниси, баштапкы фаза нөл болсо

$$a_x = -\omega^2 x = -\omega^2 A \cos \omega t,$$

закону боюнча өзгөрөт. Кайтаруучу күч

$$F = m a_x = -m \omega^2 A \cos \omega t.$$

Мындан максималдык кайтаруучу күч

$$F_{\text{макс}} = -m \omega^2 A \quad (1)$$

Берилген $x=10\cos 200\pi t$ тендемесин гармоникалык термелүүнүн жалпы тендемеси $x=A\cos \omega t$ менен салыштырсак, $200\pi t = \omega t$, $\omega = 200\pi$, $A=10\text{мм} = 10 \cdot 10^{-3}\text{м}$. A , m жана ω нын маанилерин (1) чи туюнтмага коюп, $F_{\text{макс}} = -2\text{Н}$ боло тургандыгын та-

бабыз. Терс белги күчтүн багыты жылышуунун багытына карама-каршы багытталгандыгын көргөзөт.

4-мисал. Динамометрге жүктү илип аны тең салмактуу абалынан чыгарып туруп кое беришкенде, жыштыгы $\nu = 2\text{Гц}$ болгон термелүү пайда болду. Термелүү токтогондон кийин, динамометрдин көрсөткүчү нөлдүк абалдан кандай аралыкта токтойт? Зым оромонун массасын эске албагыла.

Чыгарылышы. Термелүү токтогондон кийин жүк тең салмактуу абалда болот. Жүккө модулдары боюнча барабар оордук күчү mg жана серпилүүчү күч F аракет этишет. Гуктун закону боюнча $F = k\Delta\ell$, мында k – зым оромонун катуулугу, $\Delta\ell$ – анын узарышы. Ошондуктан $k\Delta\ell = mg$, мындан

$$\Delta\ell = mg/k \quad (1)$$

Зым оромолуу маятниктин термелүү мезгилинин $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ формуласынан катуулукту тапсак:

$$k = 4\pi^2 m/T^2.$$

Жыштык $\nu = 1/T$ болгондуктан, $k = 4\pi^2 m\nu^2$. Бул маанини (1)-туюнтмага койсок,

$$\Delta\ell = \frac{g}{4\pi^2\nu^2} \approx 0,06\text{м}.$$

5-мисал. Болоттогу үн термелүүсүнүн фазасы боюнча $\Delta\phi = 90^\circ$ ка айырмаланган эң жакын чекиттеринин ортосундагы аралык $\ell = 1,54$ см болсо, анын жыштыгын тапкыла. Болоттогу үн толкунунун ылдамдыгын $\mathfrak{V} = 5000$ м/с.

Чыгарылышы. Үн толкунунун жыштыгы

$$\nu = \mathfrak{V}/\lambda, \quad (1)$$

мында \mathfrak{V} – толкундун таралуу ылдамдыгы; λ – толкун узундугу.

Толкундун аралыгы ℓ ге барабар эки чекити фазалары боюнча $\Delta\phi = 2\pi(\ell/\lambda)$ га айырмаланышат. Мындан

$$\lambda = \frac{2\pi\ell}{\Delta\phi} = \frac{2\pi\ell}{\frac{\pi}{2}} = 4\ell.$$

Бул маанини (1)- туюнтмага койсок

$$\nu = 9 / (4 \ell) = 812 \text{ Гц.}$$

6-мисал. Узундугу $\ell = 30$ см, массасы 400 г ичке таякчанын учтарына массалары $m_1 = 200$ г жана $m_2 = 300$ г болгон жүктөр бекитилген. Таякча ортосу аркылуу өтүүчү горизонталдык октун айланасында термелет (1-сүр.).

Таякчанын термелүүсүнүн мезгили T ны тапкыла.

Чыгарылышы. Таякчаны физикалык маятник катарында карасак, анын термелүү мезгили

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (1)$$

формуласы менен аныкталат, мында L – физикалык маятниктин келтирилген узундугу, g – эркин түшүүнүн ылдамдануусу.

Физикалык маятниктин келтирилген узундугу

$$L = \frac{I}{ma} \quad (2)$$

формуласы менен аныкталат, мында I – маятниктин инерция моменти, a – маятниктин оордук борборунан (массаларынын борборунан) окко чейинки аралык

(2)-туюнтмагагы L ди (1)-формулага койсок,

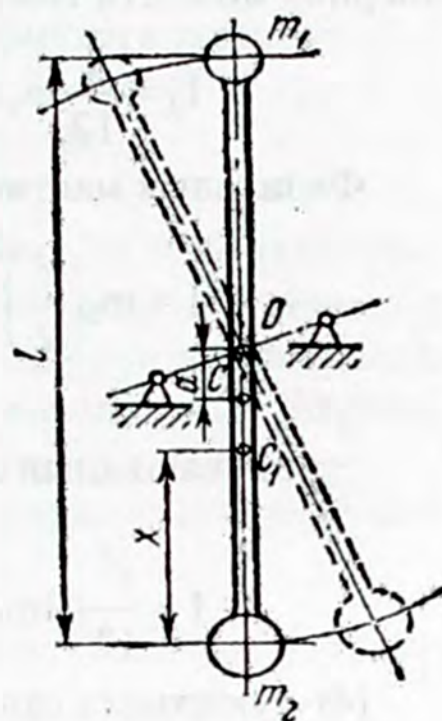
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}. \quad (3)$$

Физикалык маятниктин инерция моменти I эки жүктүн инерция моменттеринен I_1 , I_2 жана таякчанын инерция моменти I_3 төн турат.

$$I = I_1 + I_2 + I_3.$$

Жүктөрдүн өлчөмдөрүн эске албасак,

$$I_1 = m_1(\ell / 2)^2,$$



1-сүрөт

$$I_2 = m_2(\ell/2)^2.$$

Таякчанын ортосу аркылуу өтүүчү окко салыштырмалуу инерция моменти төмөндөгүдөй формула менен аныкталат

$$I_3 = \frac{1}{12} m_T \ell^2.$$

Физикалык маятниктин жалпы инерция моменти

$$I = m_1 \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 + m_2 \left(\frac{\ell}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} m_T \ell^2.$$

$\frac{\ell^2}{12}$ ни кашаанын сыртына чыгарабыз

$$I = \frac{\ell^2}{12} (3m_1 + 3m_2 + m_T). \quad (4)$$

(4) -туюнтмага сан маанилерин коебуз

$$I = \frac{9 \cdot 10^{-2}}{12} (3 \cdot 0,2 + 3 \cdot 0,3 + 0,4) \text{ кг} \cdot \text{м}^2 = 1,42 \cdot 10^{-2} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Физикалык маятниктин массасы таякчанын жана жүктөрдүн массаларынан турат, б.а.,

$$m = m_1 + m_2 + m_T = (0,2 + 0,3 + 0,4) \text{ кг} = 0,9 \text{ кг}.$$

Айлануу огунан маятниктин оордук борборуна чейинки аралыкты (а) табуу үчүн учтарына жүк бекитилген таякча үчүн тең салмактуулук шартын оордук борборуна салыштырмалуу жазабыз

$$m_1 g \left(\frac{\ell}{2} + a \right) + m_T g a - m_2 g \left(\frac{\ell}{2} - a \right) = 0.$$

Бул барабардыкты g га кыскартып, а га салыштырмалуу чыгарсак,

$$a = \frac{\ell(m_2 - m_1)}{2(m_1 + m_2 + m_T)}.$$

Сан маанилерин коебуз

$$a = \frac{0,3(0,3 - 0,2)}{2(0,2 + 0,3 + 0,4)} m = 1,67 \cdot 10^{-2} m.$$

Чондуктардын сан маанилерин (3)- формулага койсок:

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{1,42 \cdot 10^{-2}}{0,9 \cdot 9,81 \cdot 1,67 \cdot 10^{-2}}} c = 2 c.$$

8-мисал. Бир багытта термелген $x_1 = \cos \pi(t + 1/6)$ см, $x_2 = 2 \cos \pi(t + 1/2)$ см теңдемелери менен туюнтулган эки термелүү кошулуп жатат. Кошулуп жаткан термелүүлөрдүн амплитудаларын, мезгилдерин, баштапкы фазаларын аныктагыла. Жыйынтыктоочу термелүүнүн теңдемесин жазгыла.

Чыгарылышы. Гармоникалык термелүүнүн теңдемесин жалпы түрдө жазабыз

$$x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi\right). \quad (1)$$

Эсептин берилишиндеги теңдемени ушул түргө келтиребиз

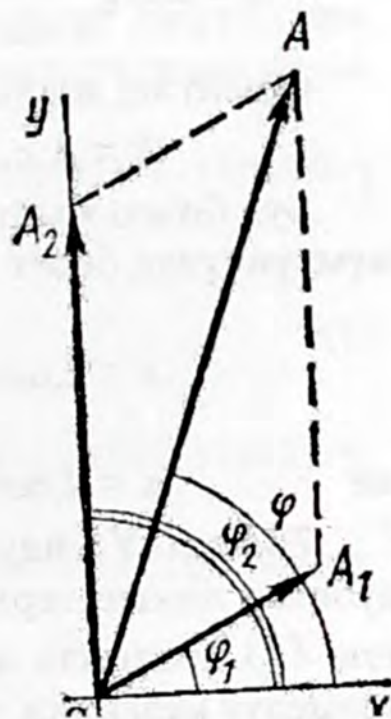
$$x_1 = \cos(\pi t + \pi/6) \text{ см}, \quad (2)$$

$$x_2 = 2 \cos(\pi t + \pi/2) \text{ см}. \quad (3)$$

(2)-, (3)-теңдемелерди (1)-теңдеме менен салыштырабыз. (2) менен (1) ди салыштыруудан: Биринчи термелүү үчүн $A_1 = 1$ см; $T_1 = 2$ с, баштапкы фаза $\varphi_1 = \pi/6$ рад = 30° ; экинчи термелүү үчүн $A_2 = 2$ см; $T_2 = 2$ с; $\varphi_2 = \pi/2$ рад = 90° .

Жыйынтыктоочу термелүүнүн теңдемесин жазуу үчүн, анын амплитудасын, мезгилин, баштапкы фазасын аныкташыбыз керек.

Алынган жыйынтыктардан кошулуучу термелүүлөрдүн мезгилдери бирдей ($T_1 = T_2 = 2$ с) экендиги көрүнүп турат, ошондуктан жыйынтыктоочу термелүүнүн мезгили да $T = 2$ секундага барабар.



2-сүрөт

Жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасын аныктоо үчүн вектордук диаграммага кайрылабыз (2-сүр.). Косинустардын теоремасына ылайык

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}.$$

Бул формулага кирген чоңдуктардын сан маанилерин коюп, эсептөөлөрдү жүргүзсөк

$$A = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 \cos(90^\circ - 30^\circ)} \text{ см} = \sqrt{7} \text{ см} = 2,64 \text{ см}$$

Жыйынтыктоочу термелүүнүн баштапкы фазасынын тангенци тикеден-тике 1.2 сүрөтүнөн аныкталат:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2},$$

мындан баштапкы фаза

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

Сан маанилерин коюп, эсептөөлөрдү жүргүзөбүз

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{1 \cdot \sin 30^\circ + 2 \sin 90^\circ}{1 \cdot \cos 30^\circ + 2 \cos 90^\circ} = \operatorname{arctg} 2,88 = 71^\circ = 0,4\pi \text{ рад.}$$

Ошентип, жыйынтыктоочу термелүү үчүн

$$T = 2 \text{ с}, \quad A = 2,6 \text{ см}, \quad \varphi = 0,4\pi \text{ град.}$$

Бул болсо жыйынтыктоочу термелүүнүн теңдемесин жазууга мүмкүнчүлүк берет

$$x = 2,6 \cos \left(\frac{2\pi}{2} t + 0,4\pi \right) \text{ см},$$

же $x = 2,6 \cos \pi(t + 0,4) \text{ см.}$

7-мисал. Узундугу ℓ ге барабар математикалык маятник тик дубалга жакын термелүү жасап жатат. Маятник асылган чекиттен $\ell/3$ аралыкта дубалга мык кагылган (3-сүр.). Маятниктин термелүү мезгилин тапкыла.

Чыгарылышы. Маятниктин термелүү мезгили

$$T = t_1 + t_2, \quad (1)$$

Мында t_1 жана t_2 – маятниктин тик багыттан оңго жана солго кыймылдаган убакыты. t_1 убакыты, узундугу ℓ ге барабар маятниктин мезгилинин жарымына барабар:

$$t_1 = \frac{T_1}{2} = \pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

t_2 убакыты узундугу $2\ell/3$ кө барабар маятниктин термелүү мезгилинин жарымына барабар:

$$t_2 = \frac{T_2}{2} = \pi \sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$$

t_1 дин жана t_2 нин маанилерин (1) ге койсок,

$$T = \pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \left(1 + \frac{\sqrt{6}}{3} \right)$$

8-мисал. Лифттин ичинде математикалык маятник илинип турат. Лифт кыймылсыз кезинде маятниктин термелүү мезгили $T_0=1$ с. Турактуу ылдамдануу менен кыймылдаган лифтте мезгил $T=1,2$ с болсо, лифт ылдамдануусунун модулу жана багытын аныктагыла.

Чыгарылышы. Кыймылсыз лифтте маятниктин термелүү мезгили

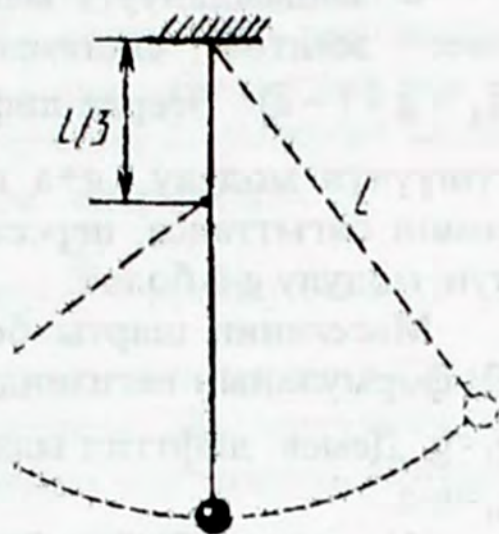
$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}}, \quad (1)$$

формуласы менен аныкталат, мында ℓ – маятниктин узундугу; g – эркин түшүүнүн ылдамдануусу.

Ылдамдануу кыймылына ээ лифттеги мезгил төмөндөгү формула менен аныкталат

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g_1}}, \quad (2)$$

мында g_1 – лифттеги эркин түшүүнүн ылдамдануусу.



3-сүрөт

\bar{a} ылдамдануусу менен кыймылдаган лифт инерциалдуу эмес эсептөө системасы болуп эсептелет. Бул учурда $\bar{g}_1 = \bar{g} + (-\bar{a})$. Эгерде лифт жогору көтөрүлсө, лифттеги эркин түшүүнүн модулу $g+a$ га барабар. Эгерде \bar{a} ылдамдануусу төмөн багытталса, нерсенин эркин түшүүсүнүн ылдамдануусунун модулу $g-a$ болот.

Маселенин шарты боюнча $T > T_0$. Ошондуктан (1)- жана (2)-формуланын негизинде төмөндөгүдөй жыйынтыкка келебиз $g_1 < g$. Демек, лифттин ылдамдануусу \bar{a} төмөн багытталат жана $g_1 = g - a$.

(1)- жана (2)-барабардыктардын оң жана сол жактарын квадратка көтөрүп, аларды мүчөлөп кошуп, төмөндөгүнү алабыз

$$\frac{T_0^2}{T^2} = \frac{g - a}{g},$$

мындан лифттин ылдамдануусунун модулу

$$a = g \left(1 - \frac{T_0^2}{T^2} \right) \approx 3 \text{ м/с}^2.$$

§ 3. Маселелер

3.1. Гармоникалык термелүүнүн кинематикасы

5.1. Чекит айлана боюнча саатын жебесине карама-каршы $T = 12$ с мезгилине ээ болуп, бир калыпта айланып жатат. Айлананын диаметри $d = 20$ см. Чекиттин айланага жаныма түз сызыкка түшүрүлгөн проекциясынын кыймылынын теңдемесин жазгыла. Убакытты эсептөөнүн башталышы катары айлана боюнча кыймылдаган чекит айлана менен жаныманын тийишкен чекити аркылуу өтүп бара жаткандагы моментти алгыла.

5.2. 5.1. маселесинин шартынан термелүү башталгандан 1 с өткөндөн кийинки жылышуу x тин, ылдамдык v нын жана ылдамдануу a нын маанилери кандай болоорун тапкыла.

5.3. Чекит амплитудасы $A=10$ см, мезгили $T=2$ с болгон гармоникалык термелүү жасайт. $T=0$ болгондо $x=0$ деп эсептеп, бул термелүүнүн теңдемесин жазгыла жана убакыттын эки моменти үчүн: 1) чекиттин жылышуусу $x=6$ см; 2) чекиттин ылдамдыгы $\dot{x}=10$ см/с болгондогу фазаларды аныктагыла.

5.4. Массасы $m=2$ кг нерсе $x=50\cos\frac{\pi}{3}t$ закону боюнча гармоникалык термелүү жасайт. Мында бардык чоңдуктар СИ системасындагы бирдиктер менен туюнтулган. Жылышуунун, ылдамдыктын, ылдамдануунун максималдык маанилерин тапкыла.

5.5. Материалдык чекит $x=2\cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{4}\right)$ теңдемеси боюнча гармоникалык термелүү жасайт. Термелүүнүн мезгилин, амплитудасын жана баштапкы фазасын тапкыла. Теңдемеде бардык чоңдуктар СИ системасындагы бирдиктер менен берилди.

5.6. Чекит синустун закону боюнча гармоникалык термелүү жасоодо. Чекиттин эң чоң жылышуусу $A=10$ см, эң чоң ылдамдыгы $\dot{x}=20$ см/с. Термелүүнүн теңдемесин жазгыла жана чекиттин эң чоң ылдамдануусун тапкыла.

5.7. Чекит гармоникалык түрдө термелет. Чекиттин максималдык ылдамдыгы $\dot{x}_{\max}=10$ см/с, максималдык ылдамдануусу $a_{\max}=100$ см/с². Термелүүнүн циклдик жыштыгы ω ны, мезгили T ны, амплитудасы A ны таап, термелүүнүн теңдемесин жазгыла.

5.8. Чекит гармоникалык термелүү жасоодо. Убакыттын кандайдыр бир t моментинде чекит $x_1=5$ см ге жылышат. Фазаны эки эсе чоңойткондо жылышуу $x_2=8$ см болуп калды. Термелүүнүн амплитудасы A ны тапкыла.

5.9. Гармоникалык термелүү жасап жаткан чекит убакыттын кандайдыр бир моменти t да $x=5$ см жылышуусуна, $\dot{x}=20$ см/с ылдамдыгына жана $a=80$ см/с² ылдамдануусуна ээ болду. Каралган убакыттын моментиндеги термелүүнүн амплитудасы A ны, циклдик жыштыгы ω ны, мезгили T ны, фазасы ϕ ни тапкыла.

3.2. Гармоникалык термелүүнүн динамикасы

5.10. Массасы $m=0,05$ материалдык чекит теңдемеси $x=0,1\sin 5t$ м түрүнө ээ гармоникалык термелүү жасайт. Чекитке аракет эткен күчтү: 1) термелүүнүн фазасы $\varphi=30^\circ$; 2) чекит эң чоң четтөө абалына ээ болгон моментти тапкыла.

5.11. 5.4 төгү маселенин шартын пайдаланып чекитке аракет эткен максималдык күчтү жана чекиттин толук энергиясын тапкыла.

5.12. Массасы $m=0,1$ г материалдык чекит $x=5\sin 20t$ см теңдемесине ылайык термелет. Кайтаруучу күчтүн жана чекиттин кинетикалык энергиясынын максималдык маанисин тапкыла.

5.13. Массасы $m=10$ г материалдык чекит $x=0,2\sin 8\pi t$ м теңдемесине ылайык гармоникалык түрдө термелет. Убакыттын $t=0,1$ с моментиндеги кайтаруучу күч F ти жана толук энергия E ни тапкыла.

5.14. Чекиттин гармоникалык термелүүсүнүн теңдемеси $x=5\sin 2t$ см. Кайтаруучу күч $F=+5$ мН маанисине жеткенде, чекит $E_p=100$ мкДж потенциалдык энергиясына ээ болду. Убакыттын ушул моментин, ага тиешелүү термелүүнүн фазасын тапкыла.

3.3. Серпилгич жана квазисерпилгич термелүүлөр.

Маятниктер

5.15. Зым оромого илинген массасы $m=250$ г жүк тик багыт боюнча $T=1$ с мезгилине ээ болуу менен термелет. Зым оромонун катуулугу k ны тапкыла.

5.16. Зым оромого жүктү илгенде, ал $\Delta x=9$ см ге узарды. Эгерде жүктү бир аз төмөн чоюп туруп кое берсек, термелүү мезгили кандай болуп калат?

5.17. Зым оромого илинген жүк тик багыт боюнча $A=4$ см амплитудасына ээ болуу менен термелүүдө. Эгерде зым оромонун катуулугу $k=1$ кН/м болсо, жүктүн термелүүсүнүн толук энергиясын (E) тапкыла.

5.18. Мезгилдеринин катышы 1,5 ке барабар математикалык эки маятниктин узундуктарынын катышын тапкыла.

5.19. Математикалык эки маятник бир мезгилде термеле башташты. Убакыттын бирдей аралыгында биринчи маятник $N_1=20$, экинчи $N_2=10$ термелүү жасаса, маятниктердин узундуктарынын катышын тапкыла.

5.20. Эгерде математикалык маятниктин жибинин узундугун $\Delta \ell = 5$ см ге кыскартканда жана жыштыгын $n=1,5$ эсе көбөйтсө, маятниктин узундугун аныктагыла.

5.21. Узундугу $\ell = 1$ м маятникке ээ саат бир суткада (24 саатта) $\Delta t=1$ саатка артта калат. Саат убакытты так көргөзүшү үчүн маятниктин узундугун канчага өзгөртүш керек?

5.22. Узундугу $\ell = 1$ м математикалык маятник лифтте жайланышкан. Лифт $a=2,5$ м/с² ылдамдануусу менен көтөрүлсө, маятниктин термелүүсүнүн мезгили T эмнеге барабар?

5.23. Шыбына узундугу $\ell = 1$ м математикалык маятник илинген лифт $a=2,4$ м/с² ылдамдануусу менен кыймылдап келе жатат. Маятниктин термелүү мезгилин аныктагыла. Лифт кайсыл багытта кыймылдоодо – төмөнбү же жогорубу?

5.24. Ракета $a=3g$ ылдамдануусу менен көтөрүлөт. Ракетанын ичине жайгашкан узундугу $\ell = 1$ м маятник ракета $h=1480$ м бийиктикке көтөрүлгөн убакыттын ичинде канча жолу толук термелүү жасайт? Эркин түшүүнүн ылдамдануусунун бийиктиктен болгон көз карандылыгын эске албагыла.

5.25. Узундугу $\ell = 1$ м жипке илинген массасы $m=50$ г шарик түрүндөгү математикалык маятник тең салмактуу абалынан $v=1,4$ м/с ылдамдыгы менен өтүп бара жатканда жипти чоюучу эң кичине күчтү тапкыла.

5.26 Математикалык маятник $x=A\cos(2\pi t+\varphi)$ закону боюнча термелет. Маятниктин узундугу канчалык? Теңдемедеги чоңдуктар СИ системасындагы бирдиктер менен берилди.

5.27. Лифтте математикалык маятник асылып турат. Лифт кыймылсыз кезинде маятниктин термелүү мезгили $T=1$ с. Кыймылдаган лифттеги маятниктин термелүү мезгили $T=0,9$ с болсо, лифттин ылдамдануу модулу жана багытын тапкыла.

5.28. Деңиз деңгээлиндеги математикалык маятниктин термелүү мезгили $T=2$ с. Эгерде маятникти деңиз деңгээлинен $h=10$ м бийиктикке көтөрсөк, термелүү мезгили канчага өзгөрөт? Жердин радиусу $R=6370$ км.

5.29. Узундугу $\ell = 30$ см ичке таякчанын учтарына бирдей жүктөр бекитилген. Жүк бекитилген таякча, бир учунан $d = 10$ см аралыкта өтүүчү горизонталдык октун айланасында термелет. Ушундай физикалык маятниктин узундугун жана термелүү мезгилин аныктагыла. Таякчанын массасын эске албагыла.

5.30. Узундугу $\ell = 30$ см ичке таякчага эки бирдей жүк: бирөө ортосуна, экинчиси учуна бекитилген. Жүк бекитилген таякча бош учу аркылуу өтүүчү горизонталдык октун айланасында термелет. Мындай системанын келтирилген узундугу L ди, термелүү мезгили T ны аныктагыла. Таякчанын массасын эске албагыла.

5.31. Дубалга горизонталдуу кагылган мыкка илинген ичке шакекче дубалга жарыш тегиздикте термелүүдө. Шакекченин радиусу $R = 30$ см. Термелүү мезгилин эсептегиле.

5.32. Радиусу $R = 24$ см диск радиустарынын биринин ортосунан өткөн жана тегиздигине перпендикулярду жайланышкан горизонталдык октун айланасында термелет. Ушундай маятниктин келтирилген узундугу L ди, мезгили T ны аныктагыла.

5.33. Термелген бөлүкчөнүн массасы $m = 0,01$ г, термелүү жыштыгы $\nu = 500$ Гц, амплитудасы $A = 2$ мм болсо, анын тең салмактуу абалынан өтүп бара жаткан кездеги кинетикалык энергиясын, амплитудага барабар жылышуусундагы потенциалдык энергиясын, толук энергиясын аныктагыла.

5.34. Жыштык $\nu = 2$ Гц кезинде резинканы бойлото таралган толкундун ылдамдыгы $v = 3$ м/с болсо, бири-биринен $\ell = 75$ см аралыкта жайланышкан чекиттердин ортосундагы фазалардын айырмасы эмнеге барабар?

5.35. Толкундун узундугу $\lambda = 60$ см. Термелүүнүн фазалары карама-каршы толкундардын чекиттери бири-биринен кандай аралыкта жайланышат? Фазалардын айырмасы $\Delta\phi = \pi/4$ нө барабар чекиттерчи?

3.4. Өчүүчү термелүүлөр. Күчөнүү

5.36. Маятниктин өчүүчү термелүүсүнүн амплитудасы $t = 5$ мин ичинде эки эсе кичирейди. Баштапкы моменттен канча убакыт өткөндөн кийин амплитуда 8 эсе кичиреет?

5.37. $t=8$ мин ичинде маятниктин өчүүчү термелүүсүнүн амплитудасы үч эсе кичирейди. Өчүүнүн коэффициенти δ ны аныктагыла.

5.38. Узундугу $\ell=1$ м маятниктин амплитудасы $t=10$ мин ичинде эки эсе кичирейди. Өчүүнүн логарифмалык декременти λ ны аныктагыла.

5.39. Маятниктин термелүүсүнүн логарифмалык декременти $\lambda=0,003$. Амплитудасы эки эсе кичирейгенге чейин маятник канча термелүү жасашы керек?

5.40. Катуулугу $k=20$ Н/м зым оромго илинген массасы $m=500$ г жүк кандайдыр бир чөйрөдө серпилгичтүү термелүү жасайт. Өчүүнүн логарифмалык декременти $\lambda=0,004$. Амплитудасы эки эсе кичирейиши үчүн, жүк канча жолу термелүү жасашы керек? Бул кичирейүү канча убакытта болуп өтөт?

5.41. Массасы $m=5$ г жүк өчүүчү термелүү жасайт. $T=50$ с убакыт ичинде нерсе өзүнүн энергиясынын 50% ин жоготту. Каршылык коэффициентин аныктагыла.

5.42. Вагондун рессорунун катуулугу $k=481$ кН/м. Жүктөлгөн вагондун массасы $m=64$ т. Вагондун төрт рессору бар. Эгерде рельстин узундугу $\ell=12,8$ м болсо, вагондун кандай ылдамдыгы ϑ да рельстердин кошулган жериндеги силкинүүлөрдүн натыйжасында вагон катуу чайпала баштайт?

3.5. Термелүүлөрдү кошуу

5.43. Бирдей багытталган амплитудалары $A_1=10$ см, $A_2=6$ см, бирдей мезгилдүү эки гармоникалык термелүү кошулуп, амплитудасы $A=14$ см ге барабар бир термелүүнү берет. Кошулган термелүүлөрдүн фазаларынын айырмасын тапкыла.

5.44. Бир түз сызык боюнча багытталган бирдей амплитудаларга жана мезгилдерге ээ эки гармоникалык термелүү кошулуп, мурдакыдай эле амплитудаларга ээ бир термелүүнү берет. Кошулган термелүүлөрдүн фазаларынын айырмасын тапкыла.

5.45. Бир багыттагы жана бир мезгилдеги эки термелүү кошулууда: $x_1=\sin\pi t$ см жана $x_2=\sin\pi(t+0,5)$ см. Жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасы A ны жана баштапкы фазасы φ ни таап, анын кыймылынын теңдемесин жазгыла.

5.46. Материалдык чекит бир түз сызык боюнча багытталган, $x_1 = \sin \pi t$ см, $x_2 = \cos \pi t$ см теңдемелери менен туюнтулган эки термелүүгө катышып жатат. Жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудалары A ны, анын жыштыгы ν ну, баштапкы фазасы ϕ ни таап, анын кыймылынын теңдемесин жазгыла.

5.47. Эки камертон бир мезгилде үн чыгарышат. Бир термелүүнүн жыштыгы $\nu_1 = 440$ Гц, экинчисиники $\nu_2 = 440,5$ Гц. Жыйынтыктоочу термелүүнүн амплитудасынын өзгөрүү мезгилин аныктагыла.

5.48. $x = \cos \pi t$ см $y = \cos \pi(t + 0,5)$ теңдемелери менен туюнтулган эки перпендикулярдуу термелүү кошулушат. Издин теңдемесин таап, анын чиймесин чийип, чекиттин кыймыл багытын көрсөткүлө.

5.49. Чекит бир мезгилде $x = 2 \cos \omega t$ см $y = \sin \omega t$ см теңдемелери менен туюнтулган эки термелүүгө катышат. Чекиттин изинин теңдемесин жазып, чиймесин чийгиле. Чекиттин кыймылынын багытын көргөзгүлө.

5.50. Чекиттин кыймылы $x = 10 \sin 2t$ см; $y = 5 \sin(2t + 1,57)$ см теңдемелери менен берилген. Издин теңдемесин жана чекит ылдамдыгы \mathcal{V} ны убакыттын $t = 0,5$ с моменти үчүн тапкыла.

3.6. Серпилгич чөйрөдөгү толкундар

5.51. Серпилгич чөйрөдө жайланышкан толкун булагынын жана булактан 2 м аралыктагы ушул чөйрөнүн чекиттеринин термелүү фазаларынын айырмасын ($\Delta \phi$) тапкыла. Термелүү жыштыгы $\nu = 5$ Гц, толкундун таралуу ылдамдыгы $\mathcal{V} = 40$ м/с.

5.52. Толкун серпилгич чөйрөдө $\mathcal{V} = 100$ м/с ылдамдыгы менен тарайт. Чөйрөнүн термелүү фазалары карама-каршы чекиттеринин ортосундагы эң кичине аралык 1 метрге барабар. Термелүүнүн жыштыгын аныктагыла.

5.53. Серпилгич чөйрөнүн бири-биринен $\Delta x = 10$ см аралыкта жаткан эки чекиттин термелүү фазаларынын айырмасы $\Delta \phi = 60^\circ$ болсо, толкундун ушул чөйрөдөгү таралуу ылдамдыгын тапкыла. Термелүү жыштыгы $\nu = 25$ Гц.

5.54. Термелүү булагынан түз сызыкты бойлото толкундар таралууда. Термелүү амплитудасы $A = 10$ см. Термелүү булагы-

нын термеле башталганынан термелүү мезгилинин $0,9$ на ($t=0,9T$) барабар убакыт өткөндөн кийин, термелүү булагынан толкундун узундугунун $3/4$ нө ($\ell = 3\lambda/4$) барабар аралыкта жаткан чекиттин жылышуусу эмнеге барабар?

5.55. Мезгили $T=1,2$ с жана термелүү амплитудасы $A=2$ см толкун $\vartheta = 15$ м/с ылдамдыгы менен таралууда. Термелүү булагынын термеле башталганынан $t=4$ с өткөндөн кийин, термелүү булагынан $x=45$ м аралыкта жайланышкан чекиттин жылышуусу эмнеге барабар?

5.56. Түз сызыкты бойлото таралуу ылдамдыгы $\vartheta = 50$ м/с ге барабар толкун таралат. Эки чекит ушул түз сызыкта жайланышкан. Термелүү мезгили $T=0,005$ с, чекиттердин ортосундагы аралык $x=50$ см болсо, ушул чекиттердеги термелүүлөрдүн фазаларынын айырмасын тапкыла.

5.57. Узатасынан болуучу серпилүүчү термелүүлөрдүн металл таякчасындагы таралуу ылдамдыгы $\vartheta = 5500$ м/с. Таякчанын материалы үчүн Юнгдун модулу $E=7,95 \cdot 10^{10}$ Па. Металлдын тыгыздыгын аныктагыла.

5.58. Жездеги узатасынан таралуучу толкундун ылдамдыгын тапкыла.

6-БАП

СУЮКТУКТАРДЫН ЖАНА ГАЗДАРДЫН МЕХАНИКАСЫ

Жалпы кеңештер

Гидростатикалык басымды аныктоо менен байланышкан маселелерде Паскалдын закону жана андан келип чыккан натыйжалар колдонулат. Схематикалык чиймени чийип, чиймеден маселенин шарты боюнча суюктук ээлеген деңгээлди көрсөтүү керек. Нөлдүк деңгээлди ал чөйрөлөрдүн бөлүнүшүнүн эң төмөнкү чеги аркылуу өткөндөй кылып жүргүзүү керек. Андан соң Паскалдын законунун натыйжасынын негизинде суюктуктун тең салмактуулугунун теңдемесин түзөбүз

$$p_A = p_B \quad (1)$$

Мында p_A жана p_B – тынч абалдагы суюктуктун бир деңгээлдеги бетинде жайланышкан А жана В чекиттериндеги толук басым.

Эгерде маселенин шарты боюнча суюктук идиштин бир бөлүгүнөн экинчи бөлүгүнө куюлса, анда (1)- теңдемеге суюктуктун кысылбоочулук шартын кошсок болот:

$$\Delta V_1 = \Delta V_2,$$

мында ΔV_1 , ΔV_2 – тиешелүү түрдө идиштин бир бөлүгүндө суюктуктун көлөмүнүн азайышы жана экинчи бөлүгүндө көбөйүшү.

Андан соң түзүлгөн теңдемени изделип жаткан чоңдукка карата чыгарабыз.

Нерселердин суюктуктардагы жана газдардагы тең салмактуулугуна багышталган маселелер жогорудагы статикага тиешелүү маселелерди чыгаргандагы ирээтти сактоо менен чыгарылат.

Эгерде маселенин шарты боюнча суюктуктагы же газдагы нерсе турактуу ылдамдануу менен кыймылдаса, динамикада маселелерди чыгаргандай эле Ньютондун экинчи законуна ылайык кыймылдын теңдемесин түзүп алып чыгаруу керек.

§ 1. Негизги формулалар

Ток түтүгүндөгү суюктуктун сарп болушу

1. Бет боюнча бирдей бөлүнгөн F күчү пайда кылган басым

$$p = \frac{F}{S}, \quad (2)$$

мында S – күчкө перпендикулярдуу жайланышкан беттин аянты.

2. Суюктуктун ичинде h тереңдигиндеги гидростатикалык басым

$$p = \rho gh, \quad (3)$$

мында p – суюктуктун басымы, g – эркин түшүүнүн ылдамдануусу.

3. Суюктуктун ичинде h тереңдигиндеги толук басым.

$$p_T = p_0 + \rho gh, \quad (4)$$

мында p_0 – ачык беттеги басым.

4. Суюктук идиштин жалпак каптал бетине баскан орточо күч

$$F_{к.б.} = p_{о.б.} S_б, \quad (5)$$

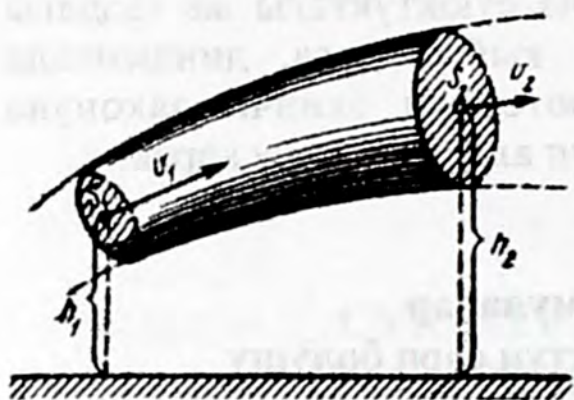
мында $p_{о.б.}$ – суюктуктун оордук борборунун тереңдигиндеги басым, $S_б$ – идиш бетинин аянты.

5. Суюктукка же газга матырылган нерсеге аракет эткен Архимед күчү

$$F_A = \rho_c g V_H, \quad (6)$$

мында ρ_c – суюктуктун тыгыздыгы, V_H – нерсенин матырылган бөлүгүнүн көлөмү. Бул күч түртүп чыгарылган суюктуктун көлөмүнүн оордук борборуна аракет этип, нормаль боюнча суюктуктун ачык бетине багытталат.

6. Ток түтүгүндөгү суюктуктун сарп болушу (1-сүр.).



1-сүрөт

а) көлөмдүк сарп болуу (туурасынан кесилиши аркылуу убакыт бирдиги ичинде агып өткөн суюктуктун көлөмү).

$$V_t = \vartheta S, \quad (7)$$

б) массалык сарп болуу (туурасынан кесилиши аркылуу убакыт бирдиги ичинде агып өткөн суюктуктун массасы)

$$m_t = \rho \vartheta S, \quad (8)$$

мында S – ток түтүгүнүн туурасынан кесилиш аянты, ϑ – суюктуктун ылдамдыгы, ρ – суюктуктун тыгыздыгы.

7. Шорголонуу үзгүлтүксүздүгүнүн теңдемеси

$$\vartheta_1 S_1 = \vartheta_2 S_2, \quad (9)$$

мында S_1 жана S_2 – ток түтүгүнүн эки жериндеги туурасынан кесилиш аянттары.

Бернуллинин теңдемеси:

а) жалпы учурда

$$p_1 + \frac{\rho \vartheta_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho \vartheta_2^2}{2} + \rho g h_2, \quad (10)$$

мында P_1 жана P_2 ток түтүгүнүн эки кесилишиндеги суюктуктун статикалык басымы, ϑ_1 жана ϑ_2 – ушул кесилиштердеги суюктуктардын агымынын ылдамдыктары, ρ – суюктуктун тыгыздыгы,

$\frac{\rho \vartheta_1^2}{2}$ жана $\frac{\rho \vartheta_2^2}{2}$ – эки кесилиштеги суюктуктун динамикалык басымдары, h_1 жана h_2 – ушул кесилиштердин кандайдыр бир деңгээлге салыштырмалуу бийиктиктери (1-сүр.), g – эркин түшүүнүн ылдамдануусу, $\rho g h_1$ жана $\rho g h_2$ – гидростатикалык басымдар.

б) эки кесилиш тең бирдей бийиктикте жайланышкан учур үчүн ($h_1 = h_2$)

$$p_1 + \frac{\rho \vartheta_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho \vartheta_2^2}{2}. \quad (11)$$

9. Кеңири ачык идиштин тешигинен агып чыккан суюктуктун ылдамдыгы

$$v = \sqrt{2gh}, \quad (12)$$

мында h – идиштеги суюктуктун бетине салыштырмалуу тешиктин жайланышкан тереңдиги.

10. Илээшкек суюктукта түшүп бараткан шарикке аракет эткен каршылык күчү (Стокстун формуласы)

$$F = 6\pi\eta r v, \quad (13)$$

мында η – суюктуктун ички сүрүлүү коэффициенти, r – шариктин радиусу, v – анын ылдамдыгы.

11. Узун түтүк аркылуу, t – убактысы ичинде агып өткөн суюктуктун (газдын) көлөмү (Пуазейлдин формуласы)

$$V = \frac{\pi r^4 t \Delta p}{8\ell \eta}, \quad (14)$$

мында r – түтүктүн радиусу, ℓ – түтүктүн узундугу, Δp – түтүктүн учтарындагы басымдардын айырмасы.

12. Рейнольдс саны:

а) узун түтүктөрдөгү суюктуктун агымы үчүн

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta}, \quad (15)$$

мында ρ – суюктуктун тыгыздыгы, $\langle v \rangle$ – суюктуктун агымынын кесилиштеги орточо ылдамдыгы, d – түтүктүн диаметри;

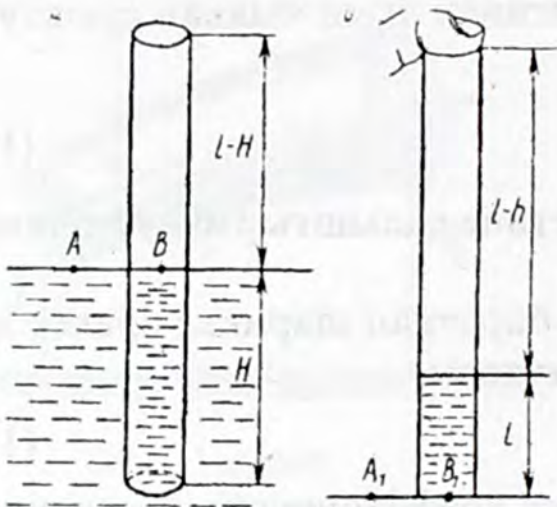
б) суюктуктагы шариктин кыймылы үчүн

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}, \quad (16)$$

мында v – шариктин кыймылынын ылдамдыгы, d – анын диаметри.

§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары

1-мисал. Атмосфералык басымды аныктоо үчүн узундугу ℓ ге барабар айнек түтүктү тыгыздыгы ρ болгон суюктукка тик



2-сүрөт

матырышты. Түтүктүн жогорку учун манжа менен басып, суюктуктан тартып алганда, түтүктүн ичиндеги суюктуктун бийиктиги h болуп калды. Атмосфералык басым эмнеге барабар?

Чыгарылышы. Түтүк суюктукка матырылганда $p_A = p_B = p_{\text{атм}}$ болгондуктан, абанын узундугу $l - H$ болгон мамычасы атмосфералык басымдын астында болот (2.а.б-сүр.). Түтүктү суюк-

туктан сууруп чыккандан кийин, абанын $l - h$ узундуктагы мамычасы кандайдыр бир p_x басымынын астында болот. A_1 жана B_2 чекиттери бирдей деңгээлде жайланышат, ошондуктан $p_A = p_B$ же $p_{\text{атм}} = p_x + \rho gh$. Мындан

$$p_x = p_{\text{атм}} - \rho gh.$$

Абанын температурасы турактуу болгондуктан, Бойль-Мариоттун законунун негизинде

$$p_{\text{атм}}(\ell - H)S = (p_{\text{атм}} - \rho gh)(\ell - h)S,$$

мында S – түтүктүн туурасынан кесилиш аянты. Мындан

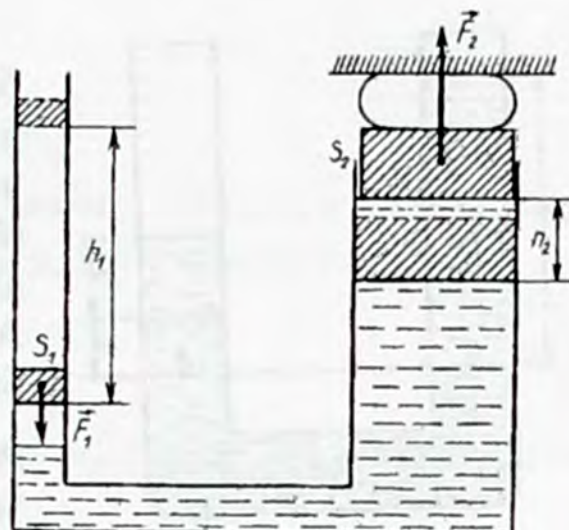
$$p_{\text{атм}} = \frac{\rho gh(\ell - h)}{H - h}.$$

2-мисал. Тик каптал беттүү, түбүнүн аянты S болгон идишке тыгыздыгы ρ го барабар суюктук куюлган. Эгерде идиштеги суюктукка массасы m болгон, каалагандай формадагы чөкпөгөн нерсени салсак суюктуктун деңгээли канчага өзгөрөт?

Чыгарылышы. Нерсе калкып жүргөндүктөн, Архимеддин күчү оордук күчүнө барабар: $F = mg$. Суюктук нерсеге тик өйдө багытталган F_A күчү менен аракет этет. Ньютондун үчүнчү законуна ылайык нерсе суюктукка ушундай эле модулдагы, төмөн багытталган күч менен аракет этет. Ошентип суюктукта калкыган нерсе идиш түбүнө аракет эткен күчтү $\Delta F = mg$ чоңдугуна чоңойтот. Бирок нерсе идиш түбүнө тийбейт, ошондуктан бул күч суюктук басымынын өзгөрүшүнө ылайык өзгөрөт. Эгерде

идиштеги суюктук деңгээли Δh ка көтөрүлсө, анда басым $\Delta p = \rho g \Delta h$ чоңдугуна чоңоет, ал эми идиш түбүнө аракет эткен күч $\Delta F = \rho g S \Delta h$ ка өсөт. Ошондуктан $\rho g S \Delta h = mg$, мындан $\Delta h = m / (\rho S)$.

3-мисал. Суюктук пресстин кичине поршени бир жүрүшүндө $h_1 = 0,2$ м аралыкка төмөн түшөт, ал эми чоң поршени $h_2 = 0,01$ м аралыкка көтөрүлөт (3-сүр.).



3-сүрөт

Эгерде кичине поршенге $F_1 = 500$ Н күчү аракет этсе, пресстеги кысылган нерсеге кандай күч аракет этет?

Чыгарылышы. F_1 күчү $p = F_1 / S_1$ басымын пайда кылат, мында S_1 – кичине поршендин аянты. Паскалдын законуна ылайык, ушундай эле басым пресстин чоң цилиндринде да пайда болот. Демек, чоң поршенге суюктук тарабынан

$$F_2 = p S_2 = F_1 S_2 / S_1 \quad (1)$$

күчү аракет этет. Мында S_2 – чоң поршендин аянты.

Суюктуктун кысылбоочулук шартын жазабыз:

$$S_1 h_1 = S_2 h_2. \quad (2)$$

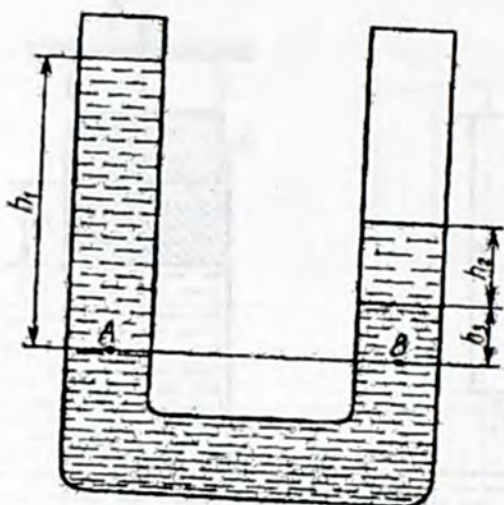
(1)- жана (2)-барабардыктардын негизинде

$$F_2 = F_1 h_1 / h_2 = 10 \text{ кН} \quad (3)$$

Пресс ушундай күч менен кысылган нерсеге аракет этет.

(1)- жана (3)-формуларды талдасак, суюктуктук пресс күчтөн S_2 / S_1 ге барабар утуш берээри жана жумуштан утуш бербеси көрүнүп турат. Чындыгында эле, (3)-формуладан $F_1 h_1 = F_2 h_2$. Бирок $F_1 h_1 = A_1$, \vec{F}_1 – күчүнүн жумушу, $F_2 h_2 = A_2$, \vec{F}_2 – күчүнүн жумушу. Ошондуктан $A_1 = A_2$.

4-мисал. Катмыш идиштерге сымап куюлган, анын үстүнө биринчи идишке бийиктиги $h_1 = 48$ см майдын мамычасы, экинчисине бийиктиги $h_2 = 20$ см керосиндин мамычасы куюлган. Эки идиштеги сымаптардын деңгээлдеринин айырмасын аныктагыла. Майдын тыгыздыгы $\rho_1 = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, керосиндики $\rho_2 = 0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, сымаптыкы $\rho_3 = 13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

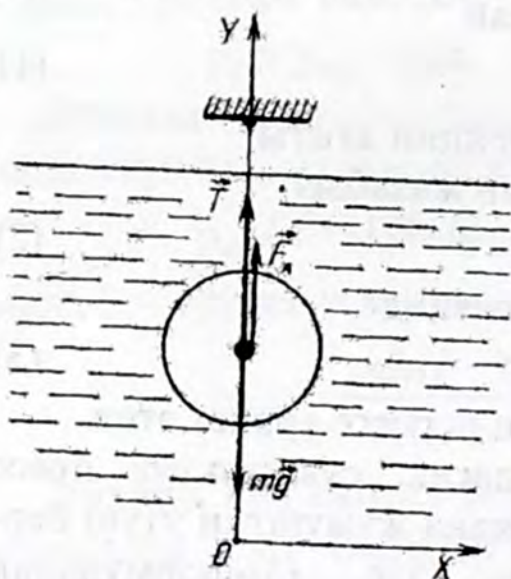


4-сүрөт

деп жазсак болот. Мындан

$$h_3 = (\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2) / \rho = 0,02 \text{ м.}$$

5-мисал. Тыгыздыгы ρ_1 суюктукка матырылган нерсенин салмагы P_1 , тыгыздыгы ρ_2 суюктукка матырылгандыкы P_2 . Нерсенин тыгыздыгын аныктагыла.



5-сүрөт

Нерсенин көлөмүн V аркылуу белгилейбиз, анда $F_A = \rho g V$, мында ρ – суюктуктун тыгыздыгы. Демек,

$$T = mg - \rho g V = g(m - \rho V).$$

Ошентип, массасы m ге барабар нерсенин тыгыздыгы ρ го барабар суюктуктагы салмагын аныктоо үчүн төмөндөгүдөй формуланы алабыз:

Чыгарылышы. Бир деңгээлдеги бет катары май-сымап суюктуктарынын бөлүнүүсүнүн эң төмөнкү чеги аркылуу өтүүчү бет алынат (4-сүр.). Суюктук тең салмактуу абалда болгондуктан, бул беттеги А жана В чекиттериндеги басымдар бирдей: $p_A = p_B$.

$p_A = p_{\text{атм}} + \rho_1 g h_1$, $p_B = p_{\text{атм}} + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$, экендигин эске алып,

$$p_{\text{атм}} + \rho_1 g h_1 = p_{\text{атм}} + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3$$

Чыгарылышы. Нерсе суюктукта жипке илинип турат дейли (5-сүр.). Нерсеге үч күч аракет этет: оордук күчү mg , Архимед күчү \vec{F}_A жана жипти чоюучу күч T . Чоюучу күч \vec{T} нын модулу суюктуктагы нерсенин салмагына барабар: $T = P$. ОУ координат огун тик өйдө багыттап, нерсенин тең салмактуулук шартын ушул октогу проекциялар үчүн жазабыз: $T + F_A - mg = 0$. Мындан $T = mg - F_A$.

Нерсенин көлөмүн V аркылуу

$$P = (m - \rho V)g. \quad (1)$$

(1)-формуланын негизинде

$$P_1 = (m - \rho_1 V)g, P_2 = (m - \rho_2 V)g$$

деп жазсак болот. Бул теңдемелердин сол жана оң жактарын V га бөлүп, $m/V = \rho$ экендигин эске алып, төмөндөгүнү алабыз:

$$P_1/(gV) = \rho - \rho_1, \quad (2)$$

$$P_2/(gV) = \rho - \rho_2 \quad (3)$$

(2)- жана (3)-теңдемелерди чогуу чыгарып, нерсенин тыгыздыгын табабыз:

$$\rho = \frac{P_2 \rho_1 - P_1 \rho_2}{P_2 - P_1}$$

Ошентип нерсенин тыгыздыгын, тыгыздыктары белгилүү эки суюктуктагы анын салмактарын аныктоо менен таап алсак болот экен.

6-мисал. Массасы $m=1$ кг металлдын бензинге матырылгандагы салмагы $P_1=9,3$ Н. Кандайдыр бир эритмеде ал $P_2=8,8$ Н салмагына ээ. Эгерде бензиндин тыгыздыгы $\rho_1=0,7 \cdot 10^3$ кг/м³ болсо жана металлдын тыгыздыгы бензиндин жана эритменин тыгыздыгынан чоң болсо, эритменин тыгыздыгы ρ_2 ни тапкыла.

Чыгарылышы. (5)-мисалда суюктуктагы нерсенин салмагын аныктоого колдонулуучу (1)-формула алынган. Ушул формуланын негизинде

$$P_1 = mg - \rho_1 gV, P_2 = mg - \rho_2 gV$$

же

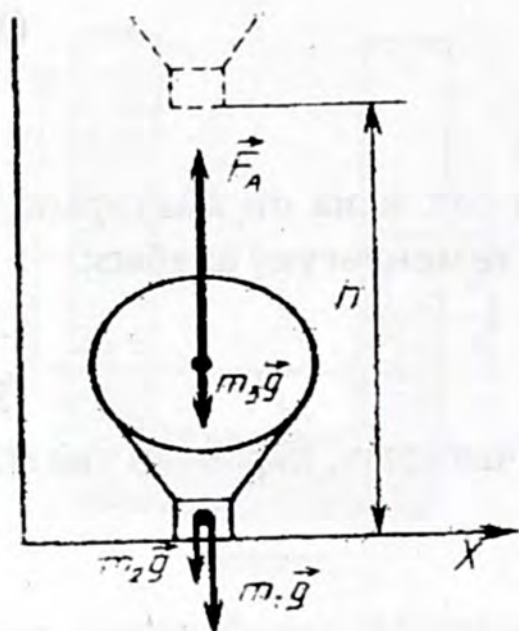
$$mg - P_1 = \rho_1 gV, mg - P_2 = \rho_2 gV$$

деп жазсак болот. Мындан

$$\frac{mg - P_1}{mg - P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad \rho_2 = \frac{(mg - P_1)}{(mg - P_2)} \rho_1 \approx 1,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Ошентип, турмушта ушундай ыкманын негизинде эритменин тыгыздыгын аныктасак болот.

7-мисал. Массасы $m=70$ кг адамды $h=100$ м бийиктикке $t=30$ с ичинде көтөрүп жеткизүүчү суутек менен толтурулган шардын эң кичине көлөмүн аныктагыла. Шардын кабыгы менен себеттин жалпы массасы $m_2=20$ кг, абанын жана суутектин



6-сүрөт

тыгыздыктары тиешелүү түрдө $\rho_1=1,3 \text{ кг/м}^3$ жана $\rho_2=0,1 \text{ кг/м}^3$. Абанын каршылыгын эске албагыла.

Чыгарылышы. ОУ координат огун тик өйдө багыттабыз (6-сүр.). Бул окту бойлото шар ылдамдатылган түрдө кыймылдайт. Ошондуктан

$$h = a_y t^2 / 2,$$

мында a_y – шардын ылдамдануусунун ОУ огуна болгон проекциясы. Мындан

$$a_y = 2h/t^2. \quad (1)$$

Шарга төмөндөгүдөй күчтөр аракет этишет: адамдын оордук күчү $m_1 \vec{g}$, шардын кабыгы менен себеттиги $-m_2 \vec{g}$, суутектиги $-m_3 \vec{g}$, Архимед күчү \vec{F}_A . Бул күчтөрдү ОУ огуна проекциялап, Ньютондун экинчи законунун негизинде шар кыймылынын теңдемесин алабыз:

$$F_A - m_1 g - m_2 g - m_3 g = (m_1 + m_2 + m_3) a_y, \quad (2)$$

мында m_3 – суутектин массасы.

Шардын изилденип жаткан көлөмүн V дейли. Анда

$$F_A = \rho_1 g V, \quad m_3 = \rho_2 V. \quad (3)$$

(1)-, (3)-теңдемелердин маанилерин (2) ге койсок,

$$\rho_1 g V - m_1 g - m_2 g - \rho_2 g V = (m_1 + m_2 + \rho_2 V) 2h/t^2.$$

Мындан шардын көлөмүн табабыз:

$$V = \frac{(m_1 + m_2)(2h + gt^2)}{gt^2(\rho_1 + \rho_2) - 2h\rho_2} \approx 77 \text{ м}^3.$$

8-мисал. Суюктукка матырылган нерсени h бийиктигине көтөрсөк, анын потенциалдык энергиясы канчага өзгөрөт? Суюктуктун тыгыздыгы ρ_1 , нерсенин тыгыздыгы ρ_2 , нерсенин көлөмү V .

Чыгарылышы. Потенциалдык энергиянын нөлдүк деңгээли катары идиштин түбүнүн деңгээлин алабыз. Нерсе идиштин түбүнүн деңгээлинен h_1 бийиктигинде жайланышсын дейли.

Нерсенин $h = h_2 - h_1$ бийиктигине көтөрүлүш үчүн ага \vec{F} күчү менен аракет этебиз (7-сүр.).

Бул күчтүн аткарган жумушу нерсенин механикалык энергиясынын өзгөргөнүнө барабар: $A = \Delta E_k + \Delta E_p$, мында ΔE_k жана ΔE_p – тиешелүү түрдө кинетикалык жана потенциалдык энергиялардын өзгөрүүсү.

Эгерде нерсени бир калыпта көтөрсөк, $\Delta E_k = 0$, демек,

$$A = \Delta E_p. \quad (1)$$

Нерсени бир калыпта көтөрүш үчүн ага тең салмактуулук шарты аткарылгандай күч менен аракет этишибиз керек, б.а., тик багыттагы бардык күчтөрдүн проекцияларынын суммасы нөлгө барабар болушу керек: $F + F_A - mg = 0$. Мында $F = mg - F_A$ h аралыгына которулганда, бул күчтүн жумушу $A = Fh$, же

$$A = (mg - F_A)h. \quad (2)$$

$m = \rho_2 V$, $F_A = \rho_1 g V$ экендигин эске алып, (1)- жана (2)-бардыктардын негизинде

$$\Delta E_p = (\rho_2 - \rho_1) g v h,$$

деп жазсак болот.

Эгерде $\rho_2 > \rho_1$ болсо, анда $\Delta E_p > 0$ потенциалдык энергия өсөт; Эгерде $\rho_2 < \rho_1$ болсо, анда $\Delta E_p < 0$ потенциалдык энергия азаят. Бир калыпта эмес көтөргөндө деле потенциалдык энергиянын өзгөрүшү ушундай эле болот.

(1)-формулананы

$$E_{p2} - E_{p1} = (mg - F_A)h_2 - (mg - F_A)h_1$$

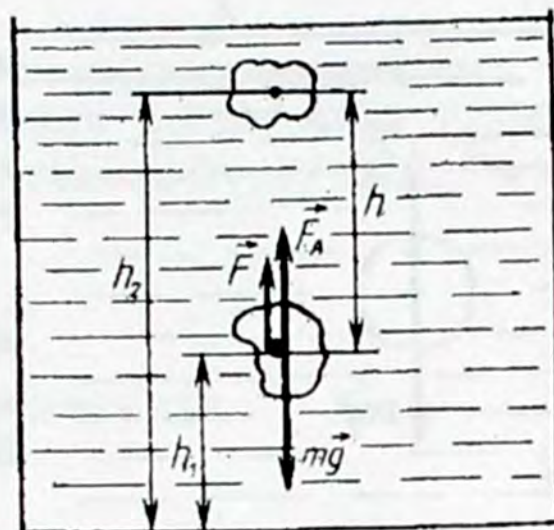
түрүндө жазсак болот.

$h = 0$ кезинде (идиштин түбүндө) $F_p = 0$, болгондуктан,

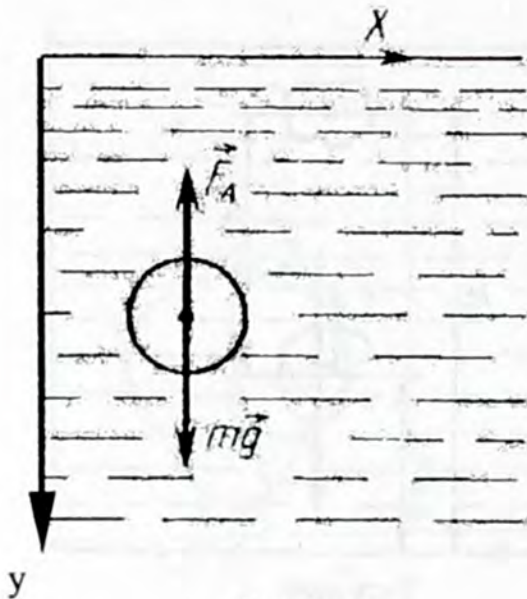
$$E_{p1} = (mg - F_A)h_1, \quad E_{p2} = (mg - F_A)h_2.$$

Демек, суюктукта энергиянын нөлдүк деңгээлинен H бийиктигинде жайланышкан нерсенин потенциалдык энергиясы төмөндөгүдөй туюнтулат:

$$E_p = (mg - F_A)H. \quad (3)$$



7-сүрөт



8-сүрөт

9-мисал. Айнек шарик сууга $a=5,8 \text{ м/с}^2$ ылдамдануусу менен түшүп бара жатат. Суунун тыгыздыгы $\rho_1=10^3 \text{ кг/м}^3$ болсо, айнектин тыгыздыгын тапкыла.

Чыгаралышы. Шарикке оордук күчү $m\vec{g}$ жана Архимед күчү \vec{F}_A аракет этет. ОУ огун тик ылдый багыттабыз (8-сүр.).

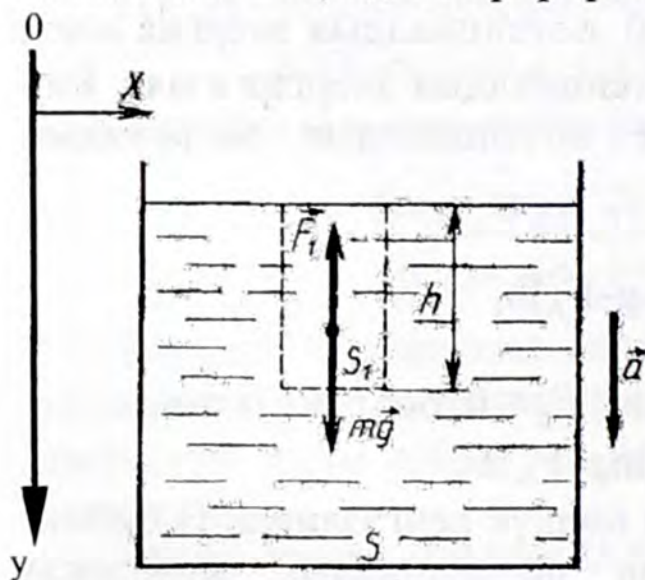
Ушул окко салыштырмалуу шариктин кыймылынын теңдемесин жазабыз.

$$m\vec{g} - F_A = ma, \quad (1)$$

мында m – шариктин массасы, V – шариктин көлөмү, ρ_2 – айнектин тыгыздыгы болсун дейли. Анда $m=\rho_2V$, $F_A=\rho_1gV$. Бул маанилерди (1)-формулага койсок $\rho_2Vg-\rho_1Vg=\rho_2Va$, мындан

$$\rho_2 = \rho_1g/(g-a) \approx 2,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$$

10-мисал. Тыгыздыгы ρ го барабар суюктук куюлган идиш төмөн багытталган \vec{a} ылдамдануусу менен түшүп баратат. h терендигиндеги суюктук басымын жана суюктук идиштин түбүн баскан күчүн аныктагыла. Идиштеги суюктуктун деңгээлинин бийиктиги – H , идиш түбүнүн аянты – S .



9-сүрөт

Чыгарылышы. Суюктуктун ичинен бийиктиги h , негизинин аянты S_1 болгон мамычаны бөлүп алабыз (9-сүр.). Ага оордук күчү $m\vec{g}$ жана басым p менен шартталып жогору багытталган \vec{F}_1 күчү аракет этишет. ОУ огун тик ылдый багыттабыз. Суюктук мамычасынын кыймылынын ОУ огундагы проекциялары боюнча түзүлгөн теңдемеси

$$mg - F_1 = ma \quad (1)$$

түрүнө ээ болот, мында m – суюктук мамычасынын массасы.

h тереңдигиндеги басым p болсун дейли. Анда $F_1 = pS_1$, $m = \rho S_1 h$. Ошондуктан (1)-теңдемени төмөндөгүдөй кылып жазсак болот:

$$\rho S_1 hg - pS_1 = \rho S_1 ha,$$

мындан $p = \rho(g - a)h$.

Суюктук идиштин түбүнө аракет эткен күч.

$$F = \rho(g - a)HS. \quad (2)$$

(2)-формуланы талдасак ылдамдануу \bar{a} канчалык чоң болсо, идиштин түбүнө суюктуктун аракет эткен күчү ошончолук кичине болорун көрөбүз. $a = g$ (эркин түшүү) болгондо, $F = 0$, б.а., салмаксыздык абалы байкалат. $a > g$ болгондо, суюктук g ылдамдануусу менен ал эми идиш андан чоң ылдамдануу менен төмөн түшкөндүктөн, суюктук идиштен чыгып кетет.

10-мисал. Жездин бир кертиминин суудагы салмагы $p = 20\text{Н}$ болсо, анын көлөмүн тапкыла. Жездин тыгыздыгы $\rho_1 = 8,9 \cdot 10^3 \text{кг/м}^3$, суунун тыгыздыгы $\rho_2 = 10^3 \text{кг/м}^3$.

Чыгарылышы. 5-мисалды чыгарууда массасы m болгон нерсенин тыгыздыгы ρ го барабар суюктуктагы салмагын табуу үчүн алынган (1)-формуланы колдонобуз:

$$P = (m - \rho_2 V)g,$$

мында m – жездин кертиминин массасы; V – анын көлөмү. $m = \rho_1 V$ болоорун эске алып, $P = (\rho_1 V - \rho_2 V)g$ экендигин табабыз. мындан

$$V = \frac{P}{g(\rho_1 - \rho_2)} \approx 0,26 \cdot 10^{-3} \text{м}^3.$$

§ 3. Маселелер

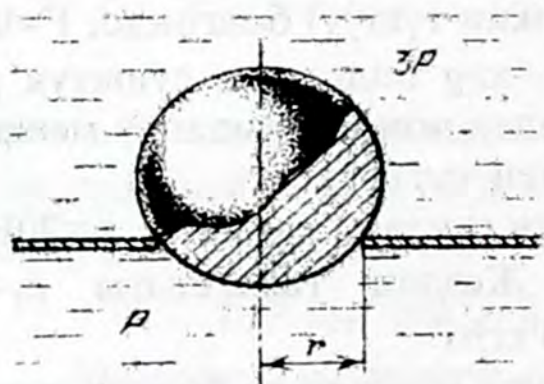
3.1. Суюктуктун басымы

6.1. Суюктуктун басымы деп эмнени айтабыз? Басымды өлчөөнүн ыкмаларын ойлоп таап, сунуш кылгыла.

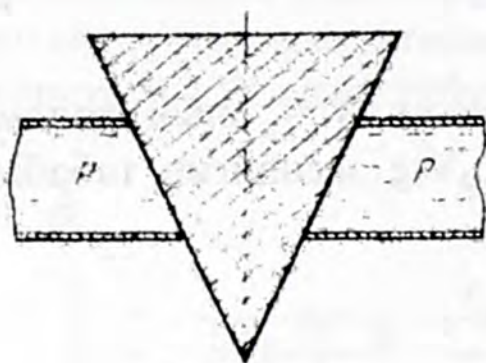
6.2. Түтүктөгү поршендин эки жагында тең суюктуктун басымы бирдей болсо, ал тең салмакта болобу?

6.3. Суу менен толтурулган суюк пресстин поршендеринин туурасынан кесилиш аянттары 100 жана 10 см^2 . Чоң поршендин үстүнө массасы 80 кг адам чыгып турса, кичине поршень кандай бийиктикке көтөрүлөт?

6.4. Туурасынан кесилиш аянттары бирдей $S=10^{-2} \text{ м}^2$ эки цилиндр формасындагы катыш идиштерге сымап куюлган. Бир идиштеги сымаптын үстүнө массасы $m_1=20 \text{ кг}$ сууну куюп, ага калкыгандай кылып массасы $m_2=7,2 \text{ кг}$ жүктү салышса, экинчи идиштеги сымаптын деңгээли канчага көтөрүлөт. Сымаптын тыгыздыгы $\rho=13,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.



10-сүрөт



11-сүрөт

6.5. Шар басымдары 3ρ жана ρ га барабар суюктуктарды бөлүп туруучу жалпак дубалдагы радиусу r ге барабар тешикти жаап турат. (10-сүр.). Шар тешикке кандай күч менен тыгылаарын тапкыла.

6.6. Шынаа түрүндөгү тыгынчык ρ басымы астында суюктук толтурулган жалпак идиштин эки тешигин бүтөп турат (11-сүр.). Тешиктердин радиустары r жана R . Тыгынчыкка суюктук тарабынан аракет эткен күчтү тапкыла.

6.7. Эмне үчүн сосисканы сууда кайнатканда, туурасынан эмес узатасынан жарылат?

6.8. Кырлары 20 см ге барабар куб сууда жайланышкан. Кубдун төмөнкү бети суу бетинен 1 м алыстыкта жайланышкан. Төмөнкү

бетке суу кандай күч менен аракет этээрин тапкыла, кубдун жогорку бетине, каптал беттерине кандай күч аракет этээрин да эсептегиле. Атмосфера басымы 10^5 Па .

6.9. Эки катыш идиштеги оордук күчүнүн талаасында жайланышкан суюктуктун потенциалдык энергиясы эки идиште тең суюктуктардын деңгээли бирдей болгондо минималдык мааниге ээ болоорун далилдегиле.

6.10. Аквариумга толтура суу куюлган. Аквариумдун узундугу $\ell = 50\text{см}$, бийиктиги $h = 30\text{ см}$ болсо, анын тик жалпак бетине суу кандай орточо күч менен аракет этээрин тапкыла.

6.11. Массасы $m = 8\text{ кг}$ болгон замбирек огу (снаряд) стволдон $v = 700\text{ м/с}$ ылдамдыгы менен учуп чыгат. Замбирек огу стволдун ичинде бир калыптагы ылдамдануу менен кыймылдайт деп эсептеп, ок атылган кездеги дарынын газдарынын басымын эсептегиле. Замбирек огуна каршылык көрсөтүү күчү $F_k = 16,2\text{ кН}$, стволдун сайлуу бөлүгүнүн узундугу $\ell = 3\text{ м}$, диаметри $d = 77\text{ мм}$.

6.12. Эки жагы тең ачык узундугу $\ell = 80\text{ см}$ болгон цилиндр формасындагы түтүктү сымапка тигинен жарымына чейин матырышат. Андан соң жогорку учун жаап туруп, сымаптан сууруп алса, түтүктө бийиктиги $h = 22\text{ см}$ сымап мамычасы калды. Атмосфералык басым эмнеге барабар? Сымаптын тыгыздыгы $\rho = 13,6 \cdot 10^3\text{ кг/м}^3$.

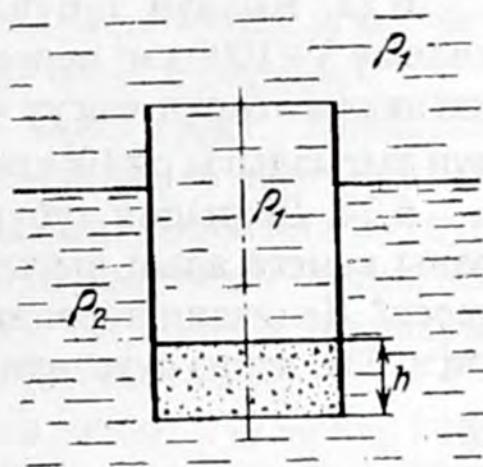
6.13. Эгерде атмосфера басымы p_0 болсо, туурасынан кесилиш аянты S ке, массасы m ге барабар калкып жүргөн шайбанын төмөнкү бетине суюктуктун жасаган басымын аныктагыла.

3.2. Калкуу. Архимеддин закону

6.14. Тыгыздыктары ρ_1 жана ρ_2 болгон эки суюктуктун бөлүнүү чегинде тыгыздыгы ρ го барабар ($\rho_1 < \rho < \rho_2$) шайба калкып жүрөт (12-сүр.). Шайбанын бийиктиги H . Шайбанын экинчи суюктукка канча тереңдикке чөгөөрүн аныктагыла.



12-сүрөт



13-сүрөт

6.15. Массасы m стакан тыгыздыктары ρ , жана ρ_2 ге барабар суюктуктардын бөлүнүү чегинде тикесинен калкып жүрөт (13-сүр.). Эгерде стакандын түбүнүн калыңдыгы h , аянты S болсо жана стакан тыгыздыгы ρ_1 суюктугу менен толтурулса, стакандын төмөнкү суюктукка канча тереңдикке чөгөөрүн аныктагыла.

6.16. Кырлары 0,5 метрге барабар жыгач кубу көлдө көлөмүнүн $2/3$ сууга чөккөн боюнча калкып жүрөт. Кубду толугу менен сууга чөгөрүү үчүн кандай эң аз жумуш аткаруу керек?

6.17. Темир кертиминин суудагы салмагы 9,8Н. Темирдин тыгыздыгы $7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ болсо, анын көлөмүн аныктагыла.

6.18. Пахта түгүнүн абадагы салмагы $p=1519\text{Н}$. Эгерде түктөгү пахтанын тыгыздыгы $\rho_1=0,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, абаныкы $\rho=1,2 \text{ кг/м}^3$ болсо, боштуктагы түктүн салмагын тапкыла.

6.19. Нерсе сууда абадагыга караганда үч эсе кичине салмакка ээ. Нерсенин тыгыздыгы эмнеге барабар?

6.20. Таразанын ийнине массалары барабар эки жүк илинген. Эгерде жүктөрдүн бирөөнү тыгыздыгы ρ_1 болгон суюктукка, экинчисин тыгыздыгы ρ_2 ге барабар суюктукка жайгаштырсак, тең салмактуулук бузулган жок. Жүктөрдүн тыгыздыктарынын катыштарын аныктагыла.

6.21. Массасы $m=75 \text{ кг}$ адамды суунун үстүндө көтөрө алуучу калыңдыгы $d=40 \text{ см}$ болгон муздун эң кичине аянтын тапкыла. Муздун тыгыздыгы $\rho_1=0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, суунуку $\rho_2=10^3 \text{ кг/м}^3$.

6.22. Темир буй суунун үстүндө калкып турушу үчүн, анын көңдөй бөлүгүнүн көлөмү V_k кандай болушу керек? Буйдун көлөмү V , темирдин тыгыздыгы ρ_1 , суунуку ρ_2 .

6.23. Көлдүн түбүндө $h=5 \text{ м}$ тереңдикте массасы $m=2 \text{ кг}$, көлөмү $V=1000 \text{ см}^3$ нерсе жатат. Аны суунун бетинен $H=5 \text{ м}$ бийиктикке көтөрүп чыгуу үчүн кандай жумуш аткаруу керек? Суунун тыгыздыгы $\rho=10^3 \text{ кг/м}^3$.

6.24. Деңиздин түбүнөн радиусу 2 м, массасы 35 т батисфераны кемеге алып чыгыш үчүн канчалык эң аз жумуш аткаруу керек? Деңиздин тереңдиги 100м, кеменин капталынын бийиктиги 3 м, деңиз суусунун тыгыздыгы $1,02 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

3.3. Идеалдуу суюктуктун кыймылы

6.25. $t=30$ мин. ичинде түтүктүн туурасынан кесилиши боюнча массасы $m=0,51$ кг болгон көмүр кычкыл газы агып өтсө, анын агымынын ылдамдыгын тапкыла. Газдын тыгыздыгы $\rho=7,5$ кг/м³, түтүктүн диаметри $d=2$ см.

6.26. Суу горизонталдуу жайланышкан, өзгөрмөлүү туурасынан кесилишке ээ түтүк боюнча агып жатат. Түтүктүн жоон жериндеги агымдын ылдамдыгы $v_1=20$ см/с. Түтүктүн ичке жеринин диаметри d_2 , түтүктүн жоон жериндеги диаметри d_1 ден 1,5 эсе кичине болсо, ичке жердеги агымдын ылдамдыгын тапкыла.

6.27. Горизонталдуу жайланышкан түтүктүн жоон жеринде мунай $v_1=2$ м/с ылдамдыгы менен агат. Эгерде түтүктүн жоон жана ичке жерлериндеги басымдардын айырмасы $\Delta p=50$ мм.с.м. болсо, түтүктүн ичке жериндеги мунайдын агуу ылдамдыгын тапкыла.

6.28. Горизонталдуу жайланышкан, туурасынан кесилиш аянты $S_1=20$ см² түтүк аркылуу суюктук агууда. Түтүктүн бир жери ичкерип, туурасынан кесилиш аянты $S_2=12$ см² болуп калды. Түтүктүн жоон жана ичке жерлериндеги манометрдик түтүктөрдөгү суюктуктун деңгээлдеринин айырмасы $\Delta h=8$ см. Суюктуктун сарпталышынын көлөмүн тапкыла.

6.29. Насостун горизонталдык цилиндринин диаметри $d_1=20$ см. Анын ичинде $v_1=1$ м/с ылдамдыгы менен поршень кыймылдап, диаметри $d_2=2$ см тешик аркылуу сууну түртүп чыгарууда. Суу тешиктен кандай v_2 ылдамдыгы менен агып чыгат? Цилиндрдеги суунун ашыкча басымы эмнеге барабар?

6.30. Столдун үстүндө суу куюлган идиш турат. Идиштин каптал бетинде, анын түбүнөн h_1 бийиктигинде, суунун бетинен h_2 тереңдигинде кичине тешик жайланышкан. Идиштеги суунун деңгээли турактуу бойдон кармалса, суунун шоргологу идиштен а) $h_1=25$ см, $h_2=16$ см; б) $h_1=16$ см, $h_2=25$ см болгон учурлары үчүн канчалык аралыкка барып столдун үстүнө тамат?

6.31. Бийиктиги $h=1,5$ м челек кырына чейин суу менен толтурулган. Челектин жогорку кырынан $d=1$ м аралыкта диаметри кичинекей тешик пайда болду. Ушул тешиктен агып чыккан

суунун шоргологу челектен канча аралыкка барып жерге барып таMAT.

6.32. Идишке убакыт бирдиги ичинде $V_t=0,2$ л/с көлөмүндөгү суу куюлуп жатат. Идиштеги суунун көлөмү бир деңгээлде кармалып турушу үчүн, идиштин түбүндөгү суу агып чыккан тешиктин диаметри кандай болушу керек.

6.33. Автомобилди боёочу куралдан суюк боёк $\vartheta = 25$ м/с ылдамдыгы менен учуп чыкса, компрессор куралда кандай басымды пайда кылышы керек? Боёктун тыгыздыгы $\rho = 0,8 \cdot 10^3$ кг/м³.

6.34. Шамал дубалга тийип, ага 200 Па басым жасайт. Шамал дубалга перпендикулярдуу согот деп, анын ылдамдыгын аныктагыла. Абанын тыгыздыгы $\rho = 1,29$ кг/м³.

6.35. Диаметри $d = 2$ см болгон суунун шоргологу $\vartheta = 10$ м/с ылдамдыгы менен кыймылдап, ага перпендикулярдуу жайланышкан тосмого тийет. Тосмого тийгенден кийинки суу бөлүкчөлөрүнүн ылдамдыгы нөлгө барабар деп тосмого аракет эткен шорголоктун басым күчүн тапкыла.

3.4. Илээшкек суюктуктун агымы

6.36. Суу диаметри $d=5$ см жылмакай түтүк боюнча агууда. Түтүктүн туурасынан кесилишиндеги суунун агымынын орточо ылдамдыгы $\vartheta_{op}=10$ см/с. Түтүктөгү суюктуктун агымы үчүн Рейнольдс саны Re ни аныктап, суюктук агымын мүнөздөгүлө.

6.37. $\vartheta = 2$ см/с га барабар ылдамдык менен көтөрүлүп жаткан абанын агымында диаметри 0,01 мм шарик формасындагы бүртүкчө жайланышкан. Бүртүкчөнүн тыгыздыгы абанын тыгыздыгына караганда $2,3$ г/см³ ка чоң болсо, ал жогору көтөрүлөбү же төмөн түшөбү? Бүртүкчөнү айланып аккан абанын кыймылын ламинардык деп эсептегиле.

6.38. 20°C температурадагы кастор майы менен толтурулган бийик идишке ар кандай диаметрдеги коргошун шариктерин салышат. Кандай тереңдикке жеткенде, шарикке аракет эткен күчтөр теңдешип, ал кантип бир калыпта кыймылдай баштайт.

а) Шарик түшүп бараткандагы майдын кыймылын ламинардык деп алып, диаметри 0,1 мм шариктин кыймылы үчүн Рейнольдс санын эсептегиле.

б) Шарик түшүп бара жатканда майдын кыймылы ламинардык бойдон калышы үчүн, шариктин максималдык диаметри эмнеге барабар болушу керек?

6.39. Түтүк боюнча машина майы агып жатат. Түтүктөгү майдын кыймылы $v_1 = 3,2$ см/с максималдык ылдамдыкта ламинардык бойдон калат. Ушул түтүктөгү глицериндин кандай ылдамдыгында v_2 де анын кыймылы ламинардыктан турбуленттикке өтөт?

6.40. Жайык идиш тыгыздыгы $\rho = 0,9 \cdot 10^3$ кг/м³ жана динамикалык илээшкектиги $\eta = 0,8$ Па·с болгон трансформатордук май менен толтурулган. Бул идиште болот шарик түшүп бара жатат. Стокстун закону Рейнольдс санынын $Re \leq 0,5$ (Re ни эсептегенде D чоңдугу катары шариктин диаметрин алсак) болгон маанисинде орун алат деп эсептеп, шариктин диаметринин чектик маанисин тапкыла.

6.41. Ички диаметри $d = 3$ см түтүк боюнча суу агууда. Агуу ламинардык мүнөздө болсо, суунун эң чоң массалык сарпталышы m_t ны тапкыла.

6.42. Суяктуктун (же газдын) цилиндрлик түтүктөгү кыймылынын ламинардуулугу Рейнольдс санынын $Re \leq 3000$ болгон маанисинде сакталат деп (Re ни эсептегенде D чоңдугу катарында түтүктүн диаметрин алсак) эсептеп, 6.25 маселесиндеги шарт ламинардык кыймылга туура келээрин көргөзгүлө. Газдын кинетикалык илээшкектүүлүгү $\nu = 1,33 \cdot 10^6$ м²/с.

6.43. Түтүк боюнча аккан суунун түтүктүн туурасынан кесилиши аркылуу убакыт бирдиги ичиндеги көлөмдүн сарпталышы $V_t = 200$ см³/с. Суунун динамикалык илээшкектиги $\eta = 0,001$ Па·с. Түтүктүн кандай чектик маанисинде суунун кыймылы ламинардык бойдон калат? (6.42-маселенин шартын кара).

6.44. Диаметри $d = 1$ см жез шариги турактуу ылдамдык менен кастор майында ылдый түшүп бара жатат. Шариктин түшүшү менен шартталган майдын кыймылы ламинардык болобу?

6.45. $t = 15^\circ\text{C}$ кезинде ички диаметри 2 см болгон түтүктүн ичиндеги суунун кыймылы ламинардык бойдон калышы үчүн, суунун максималдык ылдамдыгы эмнеге барабар болушу керек?

7-БАП

АКУСТИКА

§1. Негизги формулалар

1. Үндүн ылдамдыгы

а) катуу заттарда

узатасынан болуучу толкундар үчүн

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (1)$$

мында E – Юнгдун модулу, ρ – заттын тыгыздыгы, туурасынан болуучу толкундар үчүн

$$v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (2)$$

мында G – жылышуу модулу;

б) газдарда

$$v = \sqrt{\gamma \frac{kT}{\mu}}, \quad (3)$$

же

$$v = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}, \quad (4)$$

мында $\gamma = c_p/c_v$ – турактуу басым жана көлөм кезиндеги жылуулук сыйымдуулуктарынын катышы, k – Больцман турактуулугу, T – абсолюттук температура, p – газдын басымы.

в) суюктуктарда

$$v = \sqrt{\frac{k}{\rho}}, \quad (5)$$

мында k – суюктуктун кысылуу модулу.

2. Туруучу толкундагы эки чачылмалардын (же түйүндөрдүн) ортосундагы аралык

$$d = \lambda/2,$$

мында λ – толкундун узундугу.

3. Доплердин эффектиси. Кыймылдаган курал (же кулак) кабыл алган үндүн жыштыгы ν' төмөндөгүчө аныкталат:

$$\nu' = \frac{\vartheta + u}{\nu - u} \nu, \quad (6)$$

мында ϑ – чөйрөдөгү үндүн ылдамдыгы, u – чөйрөгө салыштырмалуу куралдын ылдамдыгы (эгерде курал үн булагына жакындаса $u > 0$; эгерде курал үн булагынан алыстаса $u < 0$), ν – булактан чыккан үндүн жыштыгы.

4. Үн басымынын амплитудасы

$$p_0 = 2\pi\nu\rho \vartheta A, \quad (7)$$

мында ν – үндүн жыштыгы, A – чөйрө бөлүкчөлөрүнүн термелүүсүнүн амплитудасы.

5. Үн талаасынын энергиясынын тыгыздыгы

$$w = \frac{1}{2} \rho u_0^2, \quad (8)$$

мында ρ – чөйрөнүн тыгыздыгы, u_0 – чөйрө бөлүкчөлөрүнүн ылдамдыгынын амплитудасы же

$$w = \frac{1}{2} \frac{p_0^2}{\rho \vartheta^2}, \quad (9)$$

мында p_0 – үн басымынын амплитудасы же

$$w = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2, \quad (10)$$

мында ω – үн толкундарынын айлануу жыштыгы, A – чөйрө бөлүкчөлөрүнүн термелүү амплитудасы.

6. Кандайдыр бир көлөмдө камтылган үн талаасынын энергиясы

$$W = wV. \quad (11)$$

7. Үндүн энергиясынын агымы, т.а., сан мааниси боюнча убакыт бирдиги ичинде S бети аркылуу ташылып өткөн энергияга барабар чоңдук.

$$\Phi = \frac{W}{t}, \quad (12)$$

мында W – t убакыты ичинде бет аркылуу ташылып өткөн энергия.

8. Үндүн интенсивдүүлүгү (үндүн күчү, энергиянын агымынын тыгыздыгы), т.а., сан мааниси боюнча убакыт бирдиги ичинде бирдик аянт аркылуу ташылып өткөн энергияга барабар чоңдук

$$I = \frac{\Phi}{S}, \quad (13)$$

же

$$I = w \vartheta, \quad (14)$$

$$I = \frac{1}{2} \frac{\rho_0^2}{\rho \vartheta}, \quad (15)$$

$$I = \frac{N}{4\pi r^2} \quad (16)$$

мында N – үндүн чекиттик булагынын кубаттуулугу, r – үн булагынан интенсивдүүлүк аныкталып жаткан үн талаасынын чекитине чейинки аралык.

9. Чөйрөнүн салыштырма акустикалык каршылыгы (r_a)

$$r_a = \rho \vartheta. \quad (17)$$

10. Акустикалык каршылык

$$R_a = \frac{r_a}{S}, \quad (18)$$

мында S – акустикалык талаанын бөлүгүнүн кесилишинин аянты (мисалы, үн таралган түтүктүн туурасынан кесилиш аянты).

11. Үн интенсивдүүлүгүнүн деңгээли (катуулук децибел менен туюнтулса)

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0}, \quad (19)$$

мында I_0 – интенсивдүүлүктүн шарттуу нөлдүк деңгээли ($J_0 = 1 \text{ пВт/м}^2$).

12. Үн катуулугунун деңгээли L^* үн интенсивдүүлүгүнүн деңгээлинен жана жыштыгынан көз каранды болот.

Эталондук жыштыктагы ($\nu = 1000 \text{ Гц}$) үн үчүн фон аркылуу туюнтулган үндүн катуулугунун деңгээли сан мааниси боюнча децибел менен туюнтулган интенсивдүүлүктүн деңгээлине барабар

$$L^* = L \quad (20)$$

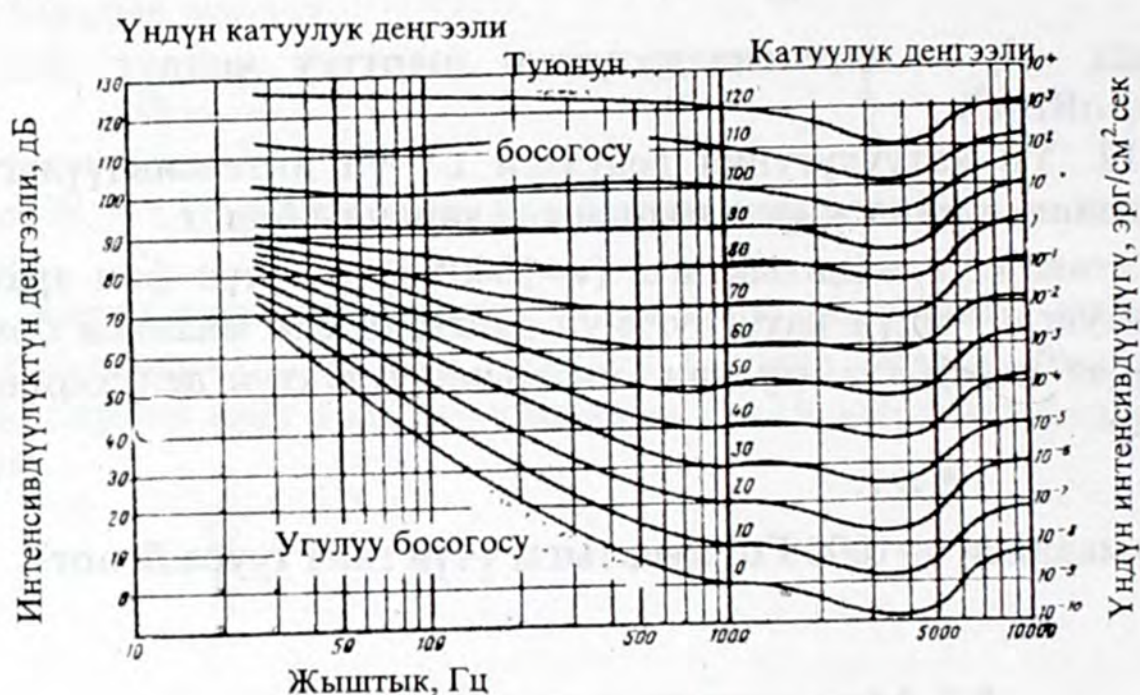
(сан мааниси $\nu = 1000 \text{ Гц}$ жыштыгы үчүн гана туура болот).

§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары

1-мисал. Жыштыктары 50 жана 400 Гц ке барабар эки тондун катуулугунун деңгээли бирдей жана 10 фонго барабар. Бул тондордун интенсивдүүлүктөрүн жана интенсивдүүлүктөрүнүн деңгээлин аныктагыла.

Чыгарылышы. Үндүн катуулугунун деңгээли анын интенсивдүүлүгүнүн деңгээлинен көз каранды болот. Бирок бул көз карандылык ар кандай жыштык үчүн ар башка болот. Аны бардык жыштыктар үчүн колдонсо боло тургандай жөнөкөй формуланын жардамы менен туюнтууга болбойт. Ошондуктан үндүн катуулугунун деңгээли менен интенсивдүүлүгүнүн деңгээлинин ортосундагы көз карандылык графикалык түрдө көрсөтүлөт (1-сүр.). Графикте горизонталдык ок боюнча жыштыктардын логарифмалары коюлган (жыштыктардын мааниси болсо, аларга тиешелүү логарифмалардын астына коюлган). Тик окто интенсивдүүлүктүн деңгээли децибелдер менен туюнтулган. Катуулуктун деңгээли фон менен туюнтулуп, 1000 Гц жыштыгына туура келүүчү тик окко жайланышылган. Бул жыштык үчүн фон аркылуу туюнтулган катуулуктун деңгээли децибел менен туюнтулган интенсивдүүлүктүн деңгээлине барабар. Башка жыштыктагы үндүн катуулугунун деңгээли графиктеги

катуулуктун ийриликтери аркылуу аныкталат. Ар бир ийрилик катуулуктун тиешелүү деңгээлине туура келет.



1-сүрөт

Деңгээли 10 фон болгон катуулук туура келүүчү ийриликти табабыз (графикте ылдый жагынан алганда экинчи ийрилик). Бул ийриликти пайдаланып, 50 жана 400 Гц жыштыктарына туура келүүчү изделген интенсивдүүлүктөрдүн деңгээлин аныктайбыз. Ал үчүн берилген жыштыктарга туура келүүчү горизонталдык октогу чекиттер аркылуу деңгээли 10 фон болгон катуулуктун ийрилигине чейин тик ордината сызыгын жүргүзөбүз. Ушул ординатанын бийиктиги децибел менен туюнтулган интенсивдүүлүктүн деңгээлин берет.

50 Гц жыштыгы үчүн интенсивдүүлүктүн деңгээли

$$L_1 = 60 \text{ дБ.}$$

400 Гц жыштыгы үчүн

$$L_2 = 20 \text{ дБ.}$$

L_1 жана L_2 интенсивдүүлүктөрүнүн деңгээлдерин билип алып, аларга туура келүүчү үндүн интенсивдүүлүктөрүн I_1 жана I_2 ни төмөнкүдөй формула менен аныктайбыз

$$L = \lg \frac{I}{I_0}$$

мында I – берилген үндүн интенсивдүүлүгү, I_0 – шарттуу түрдө интенсивдүүлүктүн нөлдүк деңгээли катарында алынган интенсивдүүлүк ($I_0=1$ пВт/м²).

Келтирилген формуладан төмөнкүнү алабыз

$$\lg I = L + \lg I_0,$$

Биринчи тон үчүн

$$\lg I_1 = L + \lg I_0.$$

Сан маанилерин койсок,

$$\lg I_1 = 6 + \lg 10^{-12} = -6,$$

$$I_1 = 10^{-6} \text{Вт/м}^2 = 1 \text{мкВт}.$$

Экинчи тон үчүн

$$\lg I_2 = L_2 + \lg I_0,$$

$$\lg I_2 = 2 + \lg 10^{-12} = -10,$$

$$I_2 = 10^{-10} \text{Вт/м}^2 = 10^{-4} \text{мкВт}.$$

Алынган жыйынтыктарды салыштырабыз. Биринчи тондун интенсивдүүлүгү экинчи тондун интенсивдүүлүгүнө салыштырмалуу 10000 эсе чоң, биринчи тондун интенсивдүүлүгүнүн деңгээли экинчи тондун интенсивдүүлүгүнүн деңгээлине караганда 40 дБ ге чоң, эки тондун катуулуктарынын деңгээлдери бирдей жана 10 фон го барабар.

2-мисал. Жыштыгы 18000 Гц ке барабар үн булагы кыймылсыз жайланышкан толкун узундугу $\lambda=1,7$ см ге барабар акустикалык толкунга күүлөнгөн күчөткүчкө жакындап келе жатат. Үн булагы чыгарган толкундар күчөткүчтүн термелүүсүн пайда кылышы үчүн ал кандай ылдамдык менен кыймылдашы керек? Абанын температурасы 17°C.

Чыгарылышы. Доплердин принцибине ылайык байкоочу тарабынан кабыл алынган үндүн жыштыгы, үн булагынын жана байкоочунун кыймылдарынын ылдамдыгынан көз каранды болот. Бул көз карандылык

$$v' = \frac{v + u_1}{v - u_2} v \quad (1)$$

формуласы менен туюнтулат. Мында v – булактан чыккан үн толкундарынын жыштыгы, u_1 – байкоочунун кыймылынын ыл-

дамдыгы, u_2 – үн булагынын кыймылынын ылдамдыгы, v' – байкоочу кабыл алган үндүн жыштыгы.

Байкоочунун кыймылсыз тургандыгын эске алып $u_1=0$, (1)-формуладан төмөндөгүнү алабыз.

$$v' = \frac{g}{g - u_2} v. \quad (2)$$

мындан

$$u_2 = g \left(1 - \frac{v}{v'} \right). \quad (3)$$

Бул туюнтмада үн ылдамдыгы g нын жана v' жыштыгынын сан маанилери белгисиз.

Үндүн газдардагы ылдамдыгы газдын табиятынан жана температурадан көз каранды жана

$$g = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}, \quad (4)$$

формуласы менен аныкталат, мында $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ – газдын салыштырма жылуулук сыйымдуулуктарынын катышы, R – универсалдык газ турактуулугу, T – газдын абсолюттук температурасы, μ – газдын киломолунун массасы.

Күчөткүчкө келип тийген толкундар аны термелтиши үчүн күчөткүч кабыл алган толкундардын жыштыгы v' күчөткүчтүн өздүк жыштыгы $v_{\text{күч}}$ менен дал келиши керек

$$v' = v_{\text{күч}} = \frac{g}{\lambda_{\text{күч}}}, \quad (5)$$

мында $\lambda_{\text{күч}}$ – күчөткүчтүн термелүүсүнүн өздүк толкун узундугу.

(4)- (5)-барабардыктарынан g жана v' – (3)-формулага койсок

$$u_2 = g \left(1 - \frac{v \lambda_{\text{күч}}}{g} \right) = g - v \lambda_{\text{күч}},$$

же

$$u_2 = \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu} - v\lambda_{\text{күч}}} \quad (6)$$

(6) – туюнтмага сан маанилерин коебуз:

$$u_2 = \sqrt{\frac{1,4 \cdot 8,31 \cdot 10^3 \cdot 290}{29} \text{ м/с} - 1,8 \cdot 10^4 \cdot 0,017 \text{ м/с}} = 36 \text{ м/с}.$$

§ 3. Маселелер

3.1. Үн ылдамдыгы

7.1. Ля негизги толкунунун (жыштыгы $\nu=435$ Гц) толкун узундугун тапкыла. Үндүн абадагы таралуу ылдамдыгы $\vartheta=340$ м/с. Ар бир толкундун энергиясын; 2) энергиянын көлөмдүк тыгыздыгын тапкыла. Абанын температурасы $T=300$ К.

7.2. Адамдын кулагы кабыл алуучу үн толкундарынын максималдык жана минималдык толкун узундуктарын тапкыла. Үндүн ылдамдыгы $\vartheta=340$ м/с, чектик жыштыктар $\nu_1=16$ Гц жана $\nu_2=20000$ Гц.

7.3. Дюралюминийден жасалган таякчадагы үндүн таралуу ылдамдыгы $\vartheta=5,1$ км/с. Дюралюминийдин тыгыздыгын $\rho=2,7$ г/см³ деп алып, Юнгдун модулу E ни аныктагыла.

7.4. Эгерде металлдагы үндүн ылдамдыгы $\vartheta=4700$ м/с, анын тыгыздыгы $\rho=8,6 \cdot 10^3$ кг/м³ болсо, бул металл үчүн Юнгдун модулу E эмнеге барабар болот?

7.5. Температурасы $T=300$ К болгон азоттогу үндүн таралуу ылдамдыгын тапкыла.

7.6. $T=293$ К кезинде газдагы үндүн таралуу ылдамдыгы $\vartheta=343$ м/с. Эгерде газдын молекулалык массасы $\mu=29$ кг/кмоль болсо, ал үчүн турактуу басым жана көлөм кезиндеги жылуулук сыйымдуулуктарынын катышы c_p/c_v ны тапкыла.

7.7. Чөйрөнүн 1- жана 2-чекитинин ортосундагы аралык ℓ ге барабар жана алардын ортосундагы температура T_1 ден T_2 ге чейин сызыктуу өзгөрөт. Абадагы үндүн ылдамдыгы $\vartheta = \alpha\sqrt{T}$ болсо, үн эки чекит ортосундагы аралыкты канча убакытта басып өтөт? Мында α – турактуу чоңдук.

7.8. Болоттогу үндүн таралуу ылдамдыгын тапкыла.

7.9. Жездеги үндүн таралуу ылдамдыгын тапкыла.

7.10. Керосиндеги үндүн таралуу ылдамдыгы $\vartheta = 1330$ м/с. Керосиндин кысылгычтыгын тапкыла.

7.11. Эхолоттун жардамы менен деңиздин тереңдигин өлчөшөт. Үн чыккандан баштап кабыл алынганча $t=2,5$ с убакыт өтсө, деңиздин тереңдиги эмнеге барабар? Суунун кысылгычтыгы $\beta=4,6 \cdot 10^{10}$ Па⁻¹, деңиз суусунун тыгыздыгы $\rho=1,03 \cdot 10^3$ кг/м³.

7.12. Температуралары: $t=-20^\circ\text{C}$ жана 20°C абадагы үндүн таралуу ылдамдыктарын тапкыла.

7.13. Жайындагы ($t_1=27^\circ\text{C}$) абадагы үндүн таралуу ылдамдыгы кышындагы ($t_2=-32^\circ\text{C}$) үндүн таралуу ылдамдыгынан канча эсе чоң болот?

7.14. Эки атомдуу газдын молекуласынын орточо квадраттык ылдамдыгы тажрыйбанын шартында $\vartheta = 461$ м/с экендиги белгилүү болсо, газдагы үндүн таралуу ылдамдыгын тапкыла.

7.15. $p=1,01 \cdot 10^5$ Па басым кезинде тыгыздыгы $\rho=1,29$ кг/м³ ка барабар эки атомдуу газдагы үндүн таралуу ылдамдыгын тапкыла.

3.2. Туруучу үн толкундары

7.16. Узундугу $\ell = 1,2$ м түтүктө температура $T=300\text{K}$ кезинде аба толтурулган. Аба мамычасынын: 1) түтүк ачык; 2) түтүк жабык эки учурдагы мүмкүн болгон термелүүсүнүн эң кичине жыштыгы ν ну аныктагыла.

7.17. Ылдый жагы жабык тик жайланышкан кеңири түтүк кырына чейин суу менен толтурулган. Түтүктүн жогорку тешигине термелүү жыштыгы $\nu=440$ Гц ке барабар үн чыгаруучу камертон жайгаштырылган. Ылдый жакта жайланышкан чорго

аркылуу сууну акырындап кое беребиз. Түтүктөгү суунун деңгээли $\Delta H=19,5$ см ге төмөндөгөндө, камертондун үнү күчөйт. Тажрыйбанын шартындагы үндүн ылдамдыгын аныктагыла.

7.18. Кундт түтүгүндө туруучу толкун пайда болгондо $n=6$ чачылма байкалды. Эгерде болот таякчасы: а) ортосунан; б) аягынан бекитилсе, аба мамычасынын узундугу ℓ_2 эмнеге барабар болот? Таякчанын узундугу $\ell_1=1$ м, болоттогу үндүн таралуу ылдамдыгы $\vartheta_1=5250$ м/с, абада $\vartheta_2=343$ м/с.

7.19. Кундт түтүгүндө узундугу ℓ_1 болгон айнек таякчаны ортосунан бекиткенде аба мамычасында $n=5$ чачылма байкалды. Аба мамычасынын узундугу $\ell_2=0,25$ м. Айнек үчүн Юнгдун модулу $E=6,9 \cdot 10^{10}$ Па, айнектин тыгыздыгы $\rho=2,5 \cdot 10^3$ кг/м³, абадагы үндүн таралуу ылдамдыгы $\vartheta=340$ м/с болсо, ℓ_1 дин сан маанисин аныктагыла.

7.20. Эгерде чачылмалардын ортосундагы ажыратууга боло турган эң кичине аралык $\ell \approx 4$ мм болсо, кандай эң чоң жыштыктар үчүн үндү аныктоочу Кундттун ыкмасын колдонсок болот? Абадагы үндүн таралуу ылдамдыгы $\vartheta=340$ м/с.

3.3. Доплердин эффектиси

7.21. Поезд станциянын жанынан $u=40$ м/с ылдамдыгы менен өтүп бара жатат. Электровоздун гудогунун тону $\nu=300$ Гц жыштыгына ээ. Күтүү аянтчасында турган адамга: 1) поезд жакындаганда; 2) поезд алыстаганда тондун жыштыгы кандайча угулат? Үн ылдамдыгын 330 м/с га барабар деп алгыла.

7.22. Кыймылсыз турган электровоздун гудогу $\nu=300$ Гц жыштыгы менен сигнал берди. Электровоздун жанынан 40 м/с ылдамдыгы менен өтүп бара жаткан поезд жүргүнчүсүнө: 1) поезд электровозго жакындаганда; 2) алыстаганда гудоктун үнү кандай жыштыкта угулат?

7.23. Темир жол бекетинин күтүү аянтчасынын жанынан электропоезд өтүп бара жатып сигнал берди. Аянтчада турган байкоочуга поезддин жакындап келе жаткандагы сигналынын жыштыгы $\nu_1=1100$ Гц, алыстап бара жаткандагысы $\nu_2=900$ Гц

болгондой угулду. Электровоздун ылдамдыгын (u) жана гудок үнүнүн жыштыгын (ν) аныктагыла.

7.24. Паровоз $u=30$ м/с ылдамдыгы менен кыймылдап бара жатып, узактыгы 5 секундага барабар сигнал берди. Кыймылсыз турган байкоочуга сигналдын узактыгы: 1) паровоз жакындап келе жатканда, 2) алыстап бара жатканда канчалык болуп угулат?

7.25. Эки поезд бетме-бет $u_1=72$ км/саат жана $u_2=54$ км/саат ылдамдыктары менен кыймылдап келе жатышат. Биринчи поезд жыштыгы $\nu=600$ Гц ке барабар үн сигналын берди. Экинчи поезддин жүргүнчүсү уккан үн жыштыгын; 1) поезддер кезигээр астында, б) поезддер кезиккенден кийинки учурлар үчүн аныктагыла. Үндүн абадагы таралуу ылдамдыгы $\vartheta = 340$ м/с.

7.26. Поезд кыймылсыз байкоочунун жанынан өтүп бара жатканда, паровоздун гудогунун тону секириктүү өзгөрөт. Эгерде поезд 60 км/саат ылдамдыгы менен кыймылдаса, жыштыктын өзгөрүүсү тондун чыныгы жыштыгынын канча пайызын түзөт?

7.27. Мылтыктын огу $u=200$ м/с ылдамдыгы менен учуп бара жатат. Кыймылсыз турган байкоочуга жанынан учуп өткөн октун ышкырыгынын тонунун жыштыгы канча эсе өзгөрүлүп угулат?

7.28. Эки поезд бетме-бет бирдей ылдамдык менен кыймылдап келе жатышат. Биринчи поезддин ышкырыгынын жыштыгы экинчи поездде $9/8$ эсе өзгөрүлүп угулса, алардын кыймылынын ылдамдыгы u эмнеге барабар? Абадагы үндүн таралуу ылдамдыгы $u=335$ м/с.

7.29. Жарганат жыштыгы $\nu=45$ кГц ультраүнүн чыгарып, дубалды көздөй перпендикулярдуу багытта $u=6,0$ м/с ылдамдыгы менен учуп келе жатат. Жарганат үндүн кандай эки ν_1 жана ν_2 жыштыктарын угат? Абадагы үндүн таралуу ылдамдыгы $u=340$ м/с.

3.4. Үн толкундарынын энергиясы

7.30. Диаметри $d=20$ см тегерек цилиндр түтүгү аркылуу аба толкуну таралууда. Бул учурда энергиянын агымынын тыгыздыгы $I=12$ м Дж/(м²·с), термелүү жыштыгы $\nu=440$ Гц болсо:

1) ар бир толкундун энергиясы W ны, 2) энергиянын көлөмдүк тыгыздыгы ω ны тапкыла. Абанын температурасы $T=300$ К.

7.31. Үн интенсивдүүлүгү $I=1$ Вт/м². Эгерде үн кургак абада нормалдык шартта таралса, үн толкунунун энергиясынын тыгыздыгын (ω) тапкыла.

7.32. Чекиттик үн булагынын кубаттуулугу $N=10$ Вт. Толкун булагынан 10 м аралыктагы энергиянын көлөмдүк тыгыздыгы эмнеге барабар? Абанын температурасы $T=250$ К; энергия бардык тарапка бирдей таралат.

7.33. Эгерде чекиттик үн булагынан $r=25$ м аралыкта үндүн интенсивдүүлүгү $I=20$ мДж/(м²·с) болсо, анын кубаттуулугу N ди тапкыла. Бул аралыкта энергиянын көлөмдүк тыгыздыгы эмнеге барабар? Үн ылдамдыгы $\vartheta = 332$ м/с.

3.5. Үн басымы. Акустикалык каршылык

7.34. Нормалдык шарттагы абанын салыштырмалуу акустикалык каршылыгы r_a ны тапкыла.

7.35. $t=15^{\circ}\text{C}$ кезиндеги суунун салыштырмалуу акустикалык каршылыгы r_a ны тапкыла.

7.36. Эгерде үн басымынын амплитудасы $p_0=0,2$ Па, кычкыл-тектин температурасы $T=300$ К, басымы $p=100$ кПа болсо, суу-тек бөлүкчөлөрүнүн термелүү кыймылынын эң чоң ылдамдыгы u_0 дү тапкыла.

7.37. Диаметри $d=20$ см түтүктөгү абанын акустикалык каршылыгы R_a ны $T=300$ К, $p=200$ кПа учур үчүн аныктагыла.

7.38. Жыштыгы $\nu=400$ Гц ке барабар үн $T=290$ К температура жана $p=104$ кПа басымда азотто таралат. Үн басымынын амплитудасы $p_0=0,5$ Па. Азоттун бөлүкчөлөрүнүн термелүү амплитудасы A ны аныктагыла.

7.39. Эгерде абанын бөлүкчөлөрүнүн термелүү амплитудасы $A=1$ мкм болсо, үн басымынын амплитудасын (p_0) аныктагыла. Үн жыштыгы $\nu=600$ Гц. Үн нормалдык шартта таралат деп эсептегиле.

7.40. Үндүн чекиттик булагынан $\ell = 100$ м аралыкта үн басымынын амплитудасы $p_0=0,2$ Па. Эгерде абанын салыштырма акустикалык каршылыгы $r_a=420$ Па·с/м болсо, үн булагынын

толук кубаттуулугу N ди аныктагыла. Абадагы үндүн жутулушун эске албагыла.

7.41. Сызыктуу өлчөмү анча чоң болбогон үн булагынын кубаттуулугу $N=1$ Вт. Үн булагынан $\ell=100$ м аралыктагы үн басымынын амплитудасын тапкыла. Үндү нормалдуу шартта таралат деп эсептеп, үндүн өчүшүн көңүлгө албагыла.

7.42. Кургак абада нормалдык шартта үн интенсивдүүлүгү $J=10$ пВт/м². Берилген шарттагы салыштырма акустикалык каршылык r_a ны жана үн басымынын амплитудасы p_0 ду тапкыла.

7.43. Үн басымынын амплитудалары, $p_{01}=700$ мкПа жана $p_{02}=40$ мкПа га тиешелүү түрдө туура келүүчү үн интенсивдүүлүктөрүн аныктагыла. Үн нормалдык шартта таралат деп эсептегиле.

3.6. Үн интенсивдүүлүгүнүн жана катуулугунун деңгээли

7.44. Үн интенсивдүүлүгү: 1) 100кДж/(м²·с); 2) 10 МВт/м² болгон учурлар үчүн үн интенсивдүүлүгүнүн деңгээлин аныктагыла.

7.45. Сызыктуу өлчөмү кичине болгон үн булагынан $\ell_1=24$ м аралыктагы үн интенсивдүүлүгүнүн деңгээли $L=32$ дБ. Ушул үн булагынын $\ell_2=16$ м аралыктагы үн интенсивдүүлүгүнүн деңгээлин аныктагыла.

7.46. Үн толкуну тосмодон өткөндө, үн интенсивдүүлүгүнүн деңгээли 30 дБ ке азайса, үн интенсивдүүлүгү I канча эсе азаят.

7.47. Мотордун чуусунун интенсивдүүлүгүнүн деңгээли $L=60$ дБ. Эгерде бир эле маалда: 1) ушундай эки мотор; 2) ушундай он мотор иштешсе, интенсивдүүлүктүн деңгээли канчалык болот?

7.48. Жыштыктары тиешелүү түрдө $\nu_1=50$ Гц, $\nu_2=200$ Гц жана $\nu_0=1000$ Гц болгон үч тон бирдей интенсивдүүлүктүн деңгээлине $L=40$ дБ ге ээ. Бул тондордун катуулугунун деңгээли L^* ди аныктагыла.

7.49. Жыштыгы $\nu=1000$ Гц ке барабар үндүн интенсивдүүлүк деңгээли $L=50$ дБ. Жогорудагы маселелерди чыгаруунун мисалдарындагы сүрөттү колдонуп, катуулугу берилген үндүкү

менен бирдей, жыштыктары: $\nu_1=1000$ Гц, $\nu_2=5000$ Гц, $\nu_3=2000$ Гц, $\nu_4=300$ Гц, $\nu_5=50$ Гц болгон үндөр үчүн интенсивдүүлүктөрдүн деңгээлдерин тапкыла.

7.50. Жыштыгы $\nu=30$ Гц ке барабар тондун катуулугунун деңгээли башында $L_1^*=30$ фон болуп, андан соң $L_2^*=80$ фонго чейин жогорулады. Тондун интенсивдүүлүгү канча эсе чоңоёт?

7.51. Чекирттин үн булагынын кубаттуулугу $N=100$ мкВт. үн жыштыгы 500 Гц болсо, $\ell=10$ м аралыкта үн катуулугунун деңгээли эмнеге барабар болот?

7.52. Жыштыгы $\nu=500$ Гц үн катуулугунун деңгээли $L^*=20$ фон болсо, $\ell=100$ м аралыкта үн булагынын кубаттуулугу N ди тапкыла.

ЖООПТОР

1-БАП. КИНЕМАТИКА

1. Түз сызыктуу кыймыл

1.1. г) 4 м/с, 5,4 м/с.

1.2. 150 м.

1.4. $\vartheta' = 122$ км/саат; $\vartheta'' = 72,2$ км/саат.

1.5. 8,87 м/с.

1.6. 64 км/саат.

1.7. $\langle \vartheta \rangle = \frac{2\vartheta_1 \cdot \vartheta_2}{\vartheta_1 + \vartheta_2} = 3,2$ м/с.

1.8. $\langle \vartheta \rangle = \frac{S}{t_1 + t_2} = 2$ м/с.

1.9. $\vartheta_d = 3$ км / саат .

1.10. 40 с; 80 м; $-0,1$ м/с².

1.11. 30 с; 3 м/с; 45 м.

1.12. Эки жолу кезигишет: 3,4 с кийин 15 м аралыкта жана 10,6 с кийин 123 м аралыкта.

1.13. 0; 2 м/с; 2 м/с; -8 м/с²; 1 м/с².

1.14. 0,235 с; 5,1 м/с; 0,286 м/с.

1.15. $h = \frac{(2S + gt^2)^2}{8gt^2} = 5,61$ м.

1.16. 150 м.

1.17. $h \approx 31$ м.

1.18. 1 с; 10 м (өйдө карай кыймылдаганда);
3 с; -10 м/с (ылдый түшкөндө).

1.19. $h_{\text{макс}} = 40$; $t = 2,86$ с, $t_1 = 0,84$ с.

1.20. 19,2 м.

1.21. 9, 62 м;

1.22. $h = 1093$ м.

1.23. Нерсе h бийиктигинен түшө баштаганда баштапкы ылдамдыгы өйдө багытталса $h = -\vartheta_0 t + gt^2 / 2$ же $gt^2 - 2\vartheta_0 t - 2h = 0$,

мындан $t = \frac{v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$; $t = 8,1\text{c}$. Ушуга окшош, баштапкы

ылдамдык ылдый багытталса $t = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gh}}{g}$; $t = 5,05$.

Жерге тийген моментте ылдамдык эки учурда тең $v = 64,5\text{ м/с}$.

1.24. $v = \sqrt{2g_0h} + gt$, $h = h_0 + \sqrt{2gh_0}t + \frac{gt^2}{2}$, $S_5 = 66,1\text{ м}$.

1.25. $\approx 0,59\text{ с}$.

2. Ийри сызыктуу кыймыл

1.26. $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{a_\tau^2 + \frac{v^2}{R}} = 1,42\text{ м/с}^2$.

1.27. 7 м/с ; $8,5\text{ м/с}^2$.

1.28. $0,25\text{ м/с}^2$; $0,32\text{ м/с}^2$.

1.29. $y^3 - 8x = 0$; $2,77\text{ м/с}$; $4,8\text{ м/с}^2$.

1.30. 20 м/с ; 28 м/с .

1.31. $v = 18\text{ м/с}$; $S = 15\text{ м}$.

1.32. $h = \frac{v^2}{2g} = 20,4\text{ м}$.

1.33. $v = \ell \sqrt{\frac{g}{2h}} = 210\text{ м/с}$.

1.34. $24,5\text{ с}$; 2450 м .

1.35. $S = 38708\text{ м}$; $v = 7725\text{ м/с}$; $a_\tau = 10\text{ м/с}^2$.

3. Нерсенин кыймылсыз октун айланасында айланышы

1.36. $v = \frac{2\pi}{T} R \cos\varphi$; $v_1 = 463\text{ м/с}$; $v_2 = 207\text{ м/с}$.

$$a = \frac{4\pi^2}{T^2} R \cos\varphi; a_1 = 3,37\text{ м/с}^2; a_2 = 1,52\text{ м/с}^2.$$

T – жердин айлануу мезгили.

$$1.37. \quad n = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2\pi b} = 1,59 \text{ айл/с, мында } b = 10 \text{ см.}$$

$$1.38. \quad -5,24 \text{ с}^{-2}; 375.$$

$$1.39. \quad \varepsilon = 0.$$

$$1.40. \quad \varepsilon = -4,7 \text{ рад/с}^2$$

$$1.41. \quad \varepsilon = 3,2 \text{ рад/с}^2.$$

$$1.42. \quad a_\tau = \frac{\vartheta^2}{4\pi NR} = 0,1 \text{ м/с}^2.$$

$$1.43. \quad a_n = \frac{\vartheta^4 t^2}{16\pi^2 N^2 R^3} = 0,01 \text{ м/с}^2.$$

$$1.44. \quad R = \frac{a}{\varepsilon \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}} = 6,1 \text{ м.}$$

$$1.45. \quad a_n = 6 \text{ м/с}^2, a_\tau = 8 \text{ м/с}^2, a = 10 \text{ м/с}^2.$$

2-БАП. ДИНАМИКА

1. Ньютондун закондору. Механикадагы күчтөр

$$2.4. \quad m_1 : m_2 = 1 : 100$$

$$2.6. \quad t = 0,005 \text{ с; } F = 1200 \text{ Н.}$$

$$2.7. \quad \text{Кыймылдын теңдемеси } F = m \frac{d\vartheta}{dt}, \text{ бирок } F = kt, \text{ анда}$$

$$d\vartheta = \frac{k}{m} t dt; \quad \vartheta = \frac{k}{m} \left(\frac{t^2}{2} + C \right); \quad t = 0 \text{ болсо } \vartheta_0 = \frac{k}{m} C, \quad C = \frac{m}{k} \vartheta_0,$$

$$\vartheta = \vartheta_0 + \frac{k}{2m} t^2; \quad dx = \vartheta_0 dt + \frac{k}{2m} t^2 dt; \quad 0 \text{ дон } t \text{ га чейин интеграл-}$$

$$\text{дасак } x = \vartheta_0 t + \frac{k}{6m} t^3.$$

$$2.8. \quad \approx 20,7 \text{ м.}$$

2.9. Чыгырыктын огундагы сүрүлүү жана анын массасы өтө кичине болгондуктан, жүктөрдү байланыштарган жиптерди бойлото чоюлуу күчү турактуу болот. Ошондуктан m_1 жана m_2 жүктөрү үчүн кыймылдын теңдемеси төмөндөгүчө болот:

$$m_1 a = m_1 g - T,$$

$$m_2 a = T - m_2 g,$$

мында a – жүктөрдүн ылдамдануусу. Зым оромо таразасы $2T$ га барабар күч менен чоюлат. Кыймылдын теңдемесинен төмөндөгүлөргө ээ болобуз:

$$2T = 4m_1m_2 / (m_1+m_2) = 4,7 \text{ Н}, T = 2,35 \text{ Н}$$

$$a = (m_1 - m_2)g / (m_1+m_2) = 1,96 \text{ см/с}^2.$$

2.10. $a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g; a = 1 \text{ м/с}^2$

2.11. $\vec{F} = -m\omega^2\vec{r}$, мында \vec{r} – бөлүкчөнүн координат башталмасына салыштырмалуу радиус-вектору, $F = m\omega^2\sqrt{x^2 + y^2}$.

2.12. $m = 4,9 \text{ кг}$.

2.13. $F_1 = -0,8 \text{ Н}; F_2 = -8 \text{ Н};$ качан $t = 1,67 \text{ с}$ болгондо $F = 0$.

2.14. $\vartheta_0 = \frac{x_k - x_0}{t_k - t_0} - \frac{F}{2m} \cdot (t_k - t_0)$.

2.15. $x = \int_0^t \left(\vartheta_0 dt + \frac{F}{m} t dt \right) = \vartheta_0 t + \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2$.

2.16. $1,33 \text{ кгм/с}$.

2.17. $1,4 \text{ Нс}$.

2.18. $F\Delta t = 5,6 \cdot 10^{-23} \text{ Нс}$.

2.19. 100 Н .

2.22. $2,1; 0,7 \text{ кН жана } 1,5$.

2.23. $\vartheta = \sqrt{R \left(\frac{F}{m} - g \right)} = 141,6 \text{ м/с}$.

2.24. $6,1 \text{ эсе}$.

2.25. 39 кН .

2.26. $\vartheta = \sqrt{fgR} = 14 \text{ м/с}$.

2.27. Жандоочу Жердин айланасында Жердин бурчтук ылдамдыгына барабар бурчтук ылдамдык менен айланганда кыймылсыз болгондой болуп көрүнөт. Жандоочуга аракет эткен бирден-бир күч – Жердин тартуу күчү. Бул күчтүн аракети астында жандоочу тиешелүү ылдамданууга ээ болот:

$$m\omega^2 R = \gamma m M_{\text{ж}} / R^2, \quad \omega = \omega_{\text{ж}} = \frac{2\pi}{T_{\text{ж}}}, \quad T_{\text{ж}} = 24 \text{ саат},$$

мында γ – гравитациялык турактуулук. Жердин массасын $M_{\text{ж}}$ анын бетиндеги эркин түшүүнүн ылдамдануусу аркылуу туюн-

туу ыңгайлуу болот: $mg = \gamma \frac{mM_{\text{ж}}}{R^2}$, мындан $\gamma M_{\text{ж}} = gR_{\text{ж}}^2$. Бул

катнаштарды колдонуп, төмөндөгүнү алабыз:

$$\frac{R}{R_{\text{ж}}} = \left(gT_{\text{ж}}^2 / 4\pi^2 R_{\text{ж}} \right)^{1/3} \approx 6,7.$$

2.28. Күндүн бетиндеги эркин түшүүнүн ылдамдануусу

$$g_{\text{k}} = \gamma \frac{M_{\text{k}}}{R_{\text{k}}^2} = \left(\gamma / R_{\text{k}}^2 \right) \cdot \left(\frac{4}{3} \right) \pi R_{\text{k}}^3 \rho_{\text{k}} = \left(\frac{4}{3} \right) \gamma \pi R_{\text{k}} \rho_{\text{k}},$$

мында, R_{k} – күндүн радиусу, ρ_{k} – күндүн тыгыздыгы. Жер үчүн

ушуга окшош эле $g_{\text{ж}} = \left(\frac{4}{3} \right) \gamma \pi R_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}}$, мында $R_{\text{ж}}$ – Жердин ра-

диусу, $\rho_{\text{ж}}$ – Жердин тыгыздыгы. Ошентип $g_{\text{k}} = g_{\text{ж}} R_{\text{k}} \rho_{\text{k}} / R_{\text{ж}} \rho_{\text{ж}}$, $R_{\text{k}} / R_{\text{ж}} = 108$, $\rho_{\text{k}} / \rho_{\text{ж}} = 0,25$ болгондуктан, $g_{\text{k}} = 2,65 \text{ м/с}^2$.

2.29. $g_{\text{Ай}} = g_{\text{ж}} \left(\frac{n_1^2}{n_2} \right) \approx 1,7 \text{ м/с}^2$

2.30. $T_1 = 14,8 \text{ Н}$, $T_2 = 4,8 \text{ Н}$.

2.31. а) $a = 4,9 \text{ м/с}^2$ (жогору); б) $2,45 \text{ м/с}^2$ (төмөн).

2.32. $a_{\text{max}} = g \cos \alpha (\mu - \text{tg} \alpha)$.

2.33. $a_{\text{max}} = 1,1 \text{ м/с}^2$. (2.32 нин жообун кара).

2.34. Ньютондун экинчи закону боюнча

$$ma = N \sin \alpha - \mu N \cos \alpha, \quad mg = \mu N \sin \alpha + N \cos \alpha,$$

мында, N – тактачанын цилиндрдин бетине жасаган нормалдык басымынын күчү, мындан

$$\alpha = \text{arctg} \frac{\mu + a/g}{1 - \mu a/g}.$$

2.35. а) $\vartheta = \vartheta_0 e^{-tk/m}$, $t \rightarrow \infty$;

б) $\vartheta = \vartheta_0 - Sk/m$, $S_{\text{тол}} = m\vartheta_0/k$.

2.36. $t = d(\vartheta_0 - \vartheta) / \vartheta_0 \cdot \vartheta \cdot \ln \left(\frac{\vartheta_0}{\vartheta} \right)$.

2.37. $k = 0,7 \text{ кг/м}$.

2. Механикалык чыңалуу. Бышыктык

2.38. 177 м.

$$2.39. \sigma = \frac{4mg}{\pi d^2} = 3,12 \text{ МПа.}$$

2.40. 0,32 сантиметрге.

$$2.41. P = \frac{\pi d^2 \sigma_{\text{сер}}}{4} = 231 \text{ Н.}$$

$$2.42. \text{ а) } \Delta V = \frac{\ell(1-2\mu)F}{E} = 8 \text{ мм}^3, \quad \text{ б) } \Delta S = \frac{4\ell(1-\mu)}{Ed} = 0,28 \text{ см}^2.$$

Мында μ – болот үчүн Пуассондун коэффициентти.

$$2.43. \sigma = \frac{4\pi^2 n^2 m \ell}{S} = 948 \text{ МПа.}$$

$$2.44. n = \frac{\sqrt{2\sigma_m}}{\pi \ell \sqrt{\rho}} = 82,5 \text{ с}^{-1}, \text{ мында } \sigma_m \text{ – бышыктык чеги, } \rho \text{ – темир-}$$

дин тыгыздыгы.

3. Серпилгичтик модулу. Катуулук

$$2.45. E = \frac{mg\ell}{S\Delta\ell} = 208 \text{ ГПа.}$$

$$2.46. \sigma = \frac{mg}{\pi r^2} = 78,5 \text{ МПа. } \varepsilon = \frac{mg}{ES} = 3,90 \cdot 10^{-4}; \Delta\ell = \varepsilon\ell = 1,2 \text{ мм.}$$

$$2.47. E \approx \frac{mg\ell^3}{2\pi d^2 h^3} = 196 \text{ ГПа.}$$

$$2.48. \Delta x_1 = \frac{k_2}{k_1} \Delta x_2 = 4 \text{ см.}$$

$$2.49. \varphi = \frac{M}{C} = 8,34 \text{ мрад.}$$

$$2.50. C = \frac{M}{\varphi} = 5,71 \text{ мН / рад.}$$

3-БАП. МЕХАНИКАДАГЫ САКТАЛУУ ЗАКОНДОРУ

1. Импульстун сакталуу закону. Массалардын борбору

- 3.1. Импульстун сакталуу законунун негизинде $m_1 = m_2 \vartheta_2$, мында ϑ_2 – арабанын ылдамдыгы, ϑ_1 – адамдын жерге салыштырмалуу ылдамдыгы. Бирок, $\vartheta_1 = \frac{L - \ell}{t}$; $\vartheta_2 = \frac{\ell}{t}$, мында t – адамдын кайык боюнча баскан убакыты. ϑ_2 жана ϑ_1 ылдамдыктарынын маанилерин баштапкы теңдемеге койсок $\ell = m_1 L / (m_1 + m_2) = 1 \text{ м}$. Бүт системанын массасынын борбору кыймылсыз калат.

3.2. $F_k = \frac{m}{2d} (\vartheta_1^2 - \vartheta_2^2) = 63 \cdot 10^3 \text{ Н}$.

3.3. 1 м/с; 3 м/с.

3.4. $\vartheta_1 = 0,6 \text{ м/с}$.

3.5. $u = 5,14 \text{ км/саат}$; $u' = 1,71 \text{ км/саат}$.

- 3.6. а) $u = 17,8 \text{ км/саат}$; б) $u = 53,5 \text{ км/саат}$; в) $u = -17,8 \text{ км/саат}$. Терс белги вагон снаряддын кыймылынын багытына карама-каршы, мурдагыга караганда кичине ылдамдык менен кыймылдаарын көргөзөт.

- 3.7. Снаряддын экинчи бөлүгүнүн жарылуу болоору менен кандай ϑ ылдамдыгына ээ болоорун табабыз. Импульстун сакталуу закону боюнча

$$m \vartheta_0 = -m \vartheta_0 / 2 + m \vartheta / 2, \quad \vartheta = 3 \vartheta_0.$$

Ошентип, снаряддын экинчи бөлүгүнүн горизонталдык ылдамдыгы үч эсе өстү, ал эми Жерге түшкөнгө чейинки учуу убактысы өзгөрүүсүз калды. Демек анын учуп жеткен аралыгы үч эсеге өсүшү керек, ошондуктан снаряддын экинчи бөлүгү замбиректен 4ℓ аралыкка алыс барып түшөт.

- 3.8. Кыймыл санынын сакталуу законунун негизинде

$$\sum_{i=1}^n m_i \bar{\vartheta}_i = \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\bar{r}_i}{dt} = 0, \quad \text{мында } m_i - i\text{-бөлүктүн массасы,}$$

$$\bar{\vartheta}_i = \frac{d\bar{r}_i}{dt} \quad \text{анын} \quad \text{ылдамдыгы,} \quad \frac{d}{dt} \sum m_i \bar{r}_i = 0 \quad \text{же}$$

$\sum m_i \vec{r}_i = \text{const}$. $\sum m_i = \text{const}$ болгондуктан, $\vec{r}_{0,6} = \text{const}$. Демек, ички күчтөр системанын массаларынын борборунун абалын өзгөртпөйт.

- 3.9. Эсептөө системасын жарылбаган снаряддын оордук борбору ага салыштырмалуу кыймылсыз болгондой кылып тандап алсак, маселе жогорудагы маселеге окшош чыгарылат.

2. Реактивдүү кыймыл

3.10. $M = m_0 e^{(-gt/u)}$, мында $m_0 = m_1 + m_2$; $t_{1/2} \approx 140\text{с}$, $t = 470\text{с}$.

3.11. Мещерскийдин теңдемесинен: $(m_0 - \mu t)a = \mu u - F_{\text{тыш}}$, бирок $F_{\text{тыш}} =$

$(m_0 - \mu t)g$, анда $a = \frac{\mu u}{m_0 - \mu t} - g$; $a = 22,2 \text{ м/с}^2$.

3.12. $\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\mu u}{m_0 - \mu t} - g$, $d\vartheta = \frac{\mu u}{m_0 - \mu t} dt - gt$ (жогорудагы эсепти ка-

ра). Мындан $\vartheta = \vartheta_0 + u \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t} - gt$, $\vartheta_0 = 0$ экендигин эске ал-

сак $\vartheta = u \ln \frac{m_0}{m_0 - \mu t} - gt$, $\vartheta = 12 \text{ м/с}$.

- 3.13. Өзгөрмөлүү массадагы чекиттин кыймылынын теңдемесинен

(2.41. маселени кара): $\ln \frac{m_0}{m} = \frac{\vartheta}{u}$; $\ln \frac{m_0}{m} = \frac{69}{30} = 2,3$;

$\ln \frac{m_0}{m} = 1$; $\frac{m_0}{m} = 10$.

3. Жумуш, кубаттуулук.

Энергиянын сакталуу закону

3.14. $E_k = E_p = 98,1 \text{ Дж}$.

3.15. $E_k = 32,2 \text{ Дж}$; $E_p = 39,4 \text{ Дж}$.

3.16. $E_k = \frac{m(\vartheta_0^2 + g^2 t^2)}{2} \approx 633 \text{ Дж}$.

- 3.17. а) $E_k = 6,6 \text{ Дж}$, $E_p = 15,9 \text{ Дж}$, $E = 22,5 \text{ Дж}$; б) $E_k = 5,7 \text{ Дж}$, $E_p = 16,8 \text{ Дж}$, $E = 22,5 \text{ Дж}$. Энергиянын сакталуу закону боюнча а) жана б) учурлары үчүн толук энергия бирдей $E = 22,5 \text{ Дж}$ болот.

$$3.18. \ell = \frac{m^2 \vartheta^2}{2\mu g M^2} \approx 0,05 \text{ м.}$$

$$3.19. h_{\min} = \frac{5R}{2} = 10 \text{ м.}$$

$$3.20. a_t = 0,1 \text{ м/с}^2.$$

$$3.21. u_1 = 0,385 \text{ м/с}; u_2 = -0,615 \text{ м/с.}$$

3.22. Маятниктин баштапкы ылдамдыгын ϑ_0 импульстун сакталуу законунан таап алса болот:

$$\vartheta_0 = \frac{m\vartheta}{M+m}. \text{ Ок кагылышкандан}$$

кийинки маятниктин көтөрүлгөн бийктиги h (1-сүр.) энергиянын сакталуу законунан табылат:

$$(M+m) \vartheta_0^2 / 2 = (M+m)gh,$$

мындан

$$h = \vartheta_0^2 / 2g.$$

Кыйшаюу бурчу α төмөндөгүчө табылат:

$$\cos \alpha = 1 - \frac{h}{\ell} = 1 - \frac{m^2 \vartheta^2}{(M+m)^2 \cdot 2g\ell}.$$

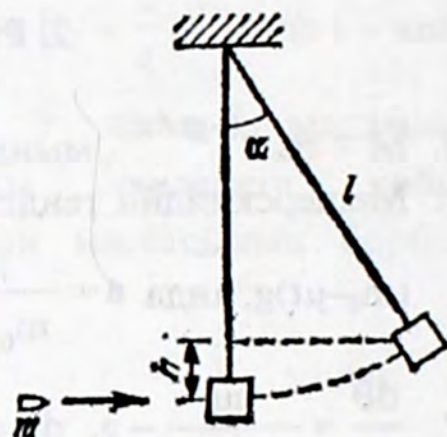
3.23. Кутучанын ок тешип өткөндөн кийинки ылдамдыгы импульстун сакталуу законунан табылат: $\vartheta = m \vartheta_0 / 2M$. Кутуча ээ болгон кинетикалык энергия каршылык күчүн жеңүүгө жумшалган жумушка сарп кылынат. Кутуча төмөндөгүдөй шарт аткарылганда столдон жерге түшөт

$$\frac{M\vartheta^2}{2} > kMg\ell, \text{ мындан } k < m^2 \vartheta_0^2 / (8M^2 g\ell) = 0,375.$$

$$3.24. A = k g m s + \frac{m\vartheta^2}{2} = 996 \text{ Дж.}$$

$$3.25. A = m h \left(g + \frac{2h}{t^2} \right) = 4,72 \text{ кДж.}$$

$$3.26. A = m \ell (g \sin \alpha + k g \cos \alpha + a) = 1,35 \text{ кДж.}$$



1-сүрөт

$$3.27. E_k = mg \ell \cos \alpha; E_k = mg \ell (\cos \alpha - \mu \sin \alpha).$$

$$3.28. Q = m(g \ell \sin \alpha - \frac{g^2}{2}) \approx 140 \text{ Дж.}$$

$$3.29. k = \frac{2mgh}{(\Delta \ell)^2} = 392 \text{ Н/м.}$$

$$3.30. \ell_1 = 4\ell = 40 \text{ см.}$$

$$3.31. \frac{Q}{E_0} = 1 - \frac{g^2}{g_0^2} - \frac{m}{M} \frac{(g_0 - g)^2}{g_0^2} \approx 0,64.$$

3.32. Λ – системадагы I-материалдык чекиттин радиус вектору

$$\vec{R}_i = \vec{R}_\Lambda + \vec{r}_i$$

мында, \vec{R}_i – Λ системадагы I-материалдык чекиттин радиус вектору, \vec{R}_Λ – массалардын борборунун радиус-вектору, \vec{r}_i – i чекиттин массалардын борборунан жүргүзүлгөн радиус-вектору. Бул катнашты дифференциалдасак, $\vec{\vartheta}_i = \vec{\vartheta}_\Lambda + \vec{\vartheta}_i$. Эсептин шарты боюнча

$$\begin{aligned} T_\Lambda &= \frac{1}{2} \sum m_i \vec{\vartheta}_i^2 = \frac{1}{2} \sum m_i (\vec{\vartheta}_\Lambda + \vec{\vartheta}_i)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \sum m_i \vec{\vartheta}_\Lambda^2 + \vec{\vartheta}_\Lambda \sum m_i \vec{\vartheta}_i + \frac{1}{2} \sum m_i \vec{\vartheta}_i^2 \end{aligned}$$

Биринчи кошулуучуну $\frac{1}{2} m \vec{\vartheta}_\Lambda^2$ ($m = \sum m_i$) түрүндө жазсак

болот. $\sum m_i \vec{\vartheta}_i = m \vec{\vartheta}_\Lambda$ ге эквиваленттүү, мында $\vec{\vartheta}_\Lambda$ – массалардын борборунун Λ системада аныкталган ылдамдыгы, ал нөлгө барабар. Демек, экинчи кошулуучу нөлгө барабар,

үчүнчү кошулуучу $T_{м.б.}$. Ошентип, $T_\Lambda = T_{м.б.} + \frac{m \vartheta_\Lambda^2}{2}$.

$$3.33. \text{ а) } \vec{F} = \frac{\alpha}{r^2} \vec{e}_r, A = 0,82 \alpha, \text{ б) } F = -k \vec{r}, A = -7,5k.$$

$$3.34. L = H \left(\frac{1}{k} - \text{ctg} \alpha \right) = 49 \text{ м.}$$

3.35. Бир калыптагы түшүүдө каршылык күчү $F = mgsin\alpha$. Демек, бир калыпта мурдакыдай ылдамдык менен өргө көтөрүлгөндө автомобилдин кыймылдаткычынын тартуу күчү $F_T = 2mgsin\alpha$, кубаттуулугу $W = 2mgsin\alpha \cdot \vartheta = 40\text{кВт}$ болушу керек.

3.36. Эгерде такси токтобостон жүрсө, кыймылдаткычтын аткарган жумушу (бензиндин сарп болушу жумушка пропорционалдуу) $A_1 = FS$. Ар бир токтогондон кийин кыймылдаткыч кошумча жумуш аткарып, автомобилге кинетикалык энергия берет. Ошондуктан автомобилдин шаардагы кинетикалык энергиясы

$$A_2 = FS + n \frac{M\vartheta^2}{2}. \quad \text{Сарпталган бензиндердин катышы}$$

$$\alpha = 1 + n \frac{M\vartheta^2}{2FS} = 1,7.$$

3.37. $E_x = E_{x0} + Ft \vartheta_0 = 5\text{Дж}$.

3.38. $-0,6\text{ м/с}, 4\text{ м/с}$.

3.39. Импульстун сакталуу закону боюнча $m_1\vartheta_1 = m\vartheta_1' + M\vartheta_2'$, мында ϑ_1 жана ϑ_1' – биринчи шардын кагылышууга чейинки жана кийинки ылдамдыктары, $\vartheta_2 = 0$, ϑ_2' – экинчи шардын кагылышуудан кийинки ылдамдыгы. Мындан

$$M = \frac{m \left(1 - \frac{\vartheta_1'}{\vartheta_1} \right)}{\frac{\vartheta_2'}{\vartheta_1}}. \quad (1)$$

$\frac{\vartheta_1'}{\vartheta_1}$ жана $\frac{\vartheta_2'}{\vartheta_1}$ катыштарын каралып жаткан система үчүн энергиянын сакталуу законун жана 1-шардын жоготкон энергиясын туюнтуучу формуланы колдонуп табабыз.

$$E_{k1} = E_{k1}' + E_{k2}', \quad (2)$$

мында, E_{k1}' жана E_{k2}' – биринчи жана экинчи шардын кагылышкандан кийинки кинетикалык энергиялары.

$$\frac{E_{k1} - E'_{k1}}{E_{k1}} = \varepsilon, \quad (3)$$

эсептин шарты боюнча $\varepsilon = 0,36$ (2)- жана (3)-формуладан төмөндөгүнү алабыз

$$\frac{\vartheta'_1}{\vartheta_1} = \pm \sqrt{1 - \varepsilon}, \quad (4)$$

$$\frac{\vartheta'_2}{\vartheta_1} = \pm \sqrt{\frac{\varepsilon m}{M}}. \quad (5)$$

$\frac{\vartheta'_1}{\vartheta_1}$ жана $\frac{\vartheta'_2}{\vartheta_1}$ катыштарынын маанилерин (1) ге койсок

$$M = \frac{m(1 \pm \sqrt{1 - \varepsilon})^2}{\varepsilon} = 16,2 \text{ кг}.$$

$$3.40. \quad n = \frac{M}{m} = \frac{(1 + \sqrt{1 - \varepsilon})^2}{\varepsilon} = 3, \text{ мында } \varepsilon = \frac{3}{4}.$$

$$3.41. \quad A = 35,6 \text{ Дж.}$$

$$3.42. \quad m = 0,06 \text{ кг.}$$

$$3.43. \quad \eta = 0,22.$$

4. Серпилүүчү күчтүн жумушу. Деформацияланган нерсенин энергиясы

$$3.44. \quad A = \frac{ES(\Delta\ell)^2}{2\ell} = 10 \text{ Дж.}$$

$$3.45. \quad A = \frac{F_1(\Delta x_2)^2}{2\Delta x_1} = 4,91 \text{ Дж.}$$

$$3.46. \quad A = F\Delta x + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = 2,5 \text{ Дж.}$$

$$3.47. \quad A = \frac{1}{2} \frac{k_2}{k_1} (k_1 + k_2)(\Delta x_2)^2 = 0,6 \text{ Дж.}$$

$$3.48. \quad E_p = \frac{E\varepsilon^2}{2} \frac{m}{\rho} = 50 \text{ Дж.}$$

$$3.49. E_p = \frac{F^2 \ell}{2ES} = 2,5 \text{ Дж.}$$

$$3.50. v = \Delta x \sqrt{\frac{k}{m}} = 7,07 \text{ м/с.}$$

$$3.51. v = \sqrt{\frac{k}{m} (\Delta x_2^2 - \Delta x_1^2)} = 22,5 \text{ м/с.}$$

$$3.52. E_p = \frac{1}{2} C \varphi^2 = 366 \text{ Дж.}$$

4-БАП. АЙЛАНУУ КЫЙМЫЛЫНЫН ТЕНДЕМЕСИ

1. Инерция моментин эсептөө

$$4.1. 0,012 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$4.2. I = \frac{2}{5} mR^2 = 0,04 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$4.3. I = 9 \cdot 7 \cdot 10^{37} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; L = 7 \cdot 10^{23} \text{ кг} \cdot \text{м}^2/\text{с.}$$

4.4. Көндөй шардын анын борбору аркылуу өтүүчү окко салыш-

тырмалуу инерция моменти $I = \frac{2}{3} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3}$. Жанымага

салыштырмалуу инерция моменти $J = \frac{2}{5} m \frac{R^5 - r^5}{R^3 - r^3} + mR^2 =$
 $= 2,886 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$

$$4.5. I = \frac{1}{12} ml^2; I = \frac{1}{12} ml^2 + \frac{1}{4} ml^2 = \frac{1}{3} ml^2.$$

$$4.6. I_1 = \frac{1}{3} ml^2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2; I_2 = \frac{1}{12} ml^2 = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$4.7. I = \frac{mr^2}{2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$4.8. I = \frac{3}{2} mr^2 = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$4.9. I = \frac{3}{4} mr^2 = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$4.10. I = m \frac{R^2}{2} + ma^2 = 0,051 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$4.11. I = 2mr^2; I = 1,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$4.12. I = 0,0162 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

2. Айлануу кыймылынын динамикасынын негизги теңдемеси

$$4.13. \varepsilon = 2,35 \text{ рад/с}^2.$$

$$4.14. F = 4,0 \text{ Н}.$$

$$4.15. M = 100 \text{ Н}.$$

$$4.16. \varepsilon = 7,8 \text{ рад/с}^2; t = 1 \text{ мин } 20 \text{ с}.$$

$$4.17. M_{\text{ср}} = 513 \text{ Н} \cdot \text{м}; N = 600 \text{ айл}.$$

$$4.18. a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{I}{R^2}} = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2 + \frac{m}{2}} = 2,8 \text{ м/с}^2$$

$$T_1 = \frac{m_1 g (2m_2 + I/R^2)}{m_1 + m_2 + I/R^2} = 14,0 \text{ Н}; T_2 = \frac{m_2 g (2m_1 + I/R^2)}{m_1 + m_2 + I/R^2} = 12,6 \text{ Н}$$

$$4.19. a = \frac{2mg}{m_0 + 2m} = 3 \text{ м/с}^2$$

$$4.20. I = 9,5 \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

$$4.21. t = 1,1 \text{ с}; E_k = 0,81 \text{ Дж}; T = 4,1 \text{ Н}.$$

$$4.22. M = 0,32(B + 3Ct) \text{ кг} \cdot \text{м}^2 = -0,64 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$4.23. \omega = \frac{m\vartheta^2}{J + mr^2} = 1,2 \text{ рад/с}.$$

$$4.24. \omega = \frac{2m\vartheta}{(M + 2m)R} = 0,445 \text{ рад/с}$$

$$4.25. n_2 = n_1 \frac{mR^2 + 2mR^2}{mR^2} = n_1 \frac{m + 2m_0}{m} = 22 \text{ айл/мин}.$$

3. Импульстун моментинин сакталуу закону

$$4.26. \varphi = \frac{4\pi m_2}{m_1 + m_2} = 120^\circ$$

$$4.27. \quad n_2 = \frac{I + mR^2}{I} \quad n_1 = 10 \text{ айл/с.}$$

$$4.28. \quad n = 0,49 \text{ айл/мин.}$$

$$4.29. \quad n_2 = 21 \text{ айл/мин.}$$

$$4.30. \quad n_2 = \frac{12I}{12J + m\ell^2} \quad n_1 = 0,61 \text{ айл/с.}$$

4. Айлануу кыймылындагы жумуш

$$4.31. \quad 12,8 \text{ кВт.}$$

$$4.32. \quad M = \text{const} = 200 \text{ Нм.} \quad N = D + Et, \text{ мында } D = 3,2 \text{ кВт.}$$

$$4.33. \quad A = \pi^2 n^2 m R^2; \quad A_1 = 7,11 \text{ кДж}; \quad A_2 = 28,4 \text{ кДж.}$$

$$4.34. \quad M = \frac{E_k}{2\pi N} = 1,99 \text{ Н} \cdot \text{м.}$$

$$4.35. \quad E_k = \frac{M^2 t^2}{2J} = 500 \text{ Дж.}$$

$$4.36. \quad E_k = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}; \quad I = \frac{mR^2}{2}, \quad \omega = \frac{\vartheta}{R}, \text{ мында } m - \text{ дисканын мас-}$$

сасы, R – радиусу, анда $E_k = 3m \vartheta^2 / 4 = 24,0 \text{ Дж.}$

$$4.37. \quad E_k = 0,1 \text{ Дж.}$$

$$4.38. \quad E_{k2} = 29,4 \text{ Дж.}$$

$$4.39. \quad Q = 2,51 \text{ МДж.}$$

$$4.40. \quad L = 3,8 \text{ кгм}^2/\text{с.}$$

$$4.41. \quad \varepsilon = -0,21 \text{ рад/с}^2, \quad M = 0,42 \text{ Нм}, \quad A = 630 \text{ Дж}, \quad N = 240 \text{ айлана.}$$

4.42. Нерсе жантык тегиздик боюнча кыймылдаганда, анын потенциалдык энергиясы кинетикалык энергияга өтөт. Ошентип,

$$mgh = \frac{m\vartheta^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (1)$$

мында I – нерсенин инерция моменти, m – анын массасы. Бирок

$$h = \ell \sin\alpha, \quad \omega = \vartheta / R. \quad (2)$$

(2) ни (1) ге койсок

$$mg\ell \sin\alpha = \frac{\vartheta^2}{2} \left(m + \frac{I}{R^2} \right). \quad (3)$$

нерселер турактуу күчтүн аракети астында кыймылдашкандыктан, алардын кыймылы бир калыпта ылдамдатылган болот, ошондуктан

$$\ell = at^2/2, \vartheta = at. \quad (4)$$

(3)- жана (4)-чогуу чыгарып, төмөндөгүнү алабыз:

$$a = \frac{mg \sin \alpha}{m + I/R^2}. \quad (5)$$

(5) ке ар кандай нерселер үчүн инерция моментинин туюнтмасын коюп шар, диск, шакекче үчүн

$$a_1 = 3,5 \text{ м/с}^2, a_2 = 3,27 \text{ м/с}^2, a_3 = 2,44 \text{ м/с}^2.$$

экендигин табабыз.

Жантык тегиздик боюнча сүрүлүүсүз кыймылдаган нерсе үчүн $a = g \sin \alpha = 4,9 \text{ м/с}^2$.

4.43. Жантык тегиздиктин негизинде цилиндрдин алга умтулуучу кыймылдары

$$\vartheta = \sqrt{\frac{2mgh}{m + \frac{I}{R^2}}}, \quad (1)$$

формуласы менен аныкталат. Алюминий цилиндринин инерция моменти коргошун цилиндринин инерция моментине караганда кичине, ошондуктан анын дөңгөлөнүү ылдамдыгы коргошун цилиндриникине караганда чоңураак.

Туташ алюминий цилиндринин инерция моменти

$$I_1 = \frac{mR^2}{2}. \quad (2)$$

Көңдөй коргошун цилиндринин инерция моменти

$$I_2 = m \frac{R^2 - R_0^2}{2}. \quad (2')$$

коргошун цилиндринин ички радиусу R_0 дү табабыз. Маселенин шарты боюнча эки цилиндрдин массалары барабар: $\rho_1 L \pi R^2 = \rho_2 L \pi (R^2 - R_0^2)$, мында L – цилиндрдин узундугу, ρ_1 – алюминийдин, ρ_2 – коргошундун тыгыздыктары. Мындан $R_0^2 = R^2 (\rho_2 - \rho_1) / \rho_2$. Анда коргошун цилиндринин инерция моменти

$$I_2 = \frac{mR^2}{2} \frac{2\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}. \quad (3)$$

Сан маанилерин койсок, $I_1 = 9 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $I_2 = 15,9 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

Цилиндрлер турактуу күчтөрдүн аракети астында дөңгөлөнүшкөндүктөн, $\vartheta = at$ жана $\ell = h/\sin\alpha = at^2/2$. Мындан $h/\sin\alpha = \vartheta t/2$ жана

$$t = \frac{1}{\sin\alpha} \cdot \frac{2h}{\vartheta} \quad (4)$$

(4)-формулага (1) ди койсок

$$t = \frac{1}{\sin\alpha} \sqrt{\frac{2h \left(m + \frac{I}{R^2} \right)}{mg}} \quad (5)$$

(5)-формулада (2)- жана (3)-формуларды эске алып, тие-шелүү түрдө алюминий жана коргошун цилиндрлери үчүн төмөндөгүнү алабыз

$$t = \frac{1}{\sin\alpha} \sqrt{\frac{3h}{g}} = 0,78 \text{ с}, \quad t = \frac{1}{\sin\alpha} \sqrt{\frac{2h}{g} \left(1 + \frac{2\rho_2 - \rho_1}{2\rho_2} \right)} = 0,88 \text{ с}.$$

4.44. $E_k = \varepsilon L t_2^2 / 2 t_1 = 490 \text{ Дж}.$

4.45. $t = E_k / \pi n M = 5 \text{ с}.$

5-БАП. МЕХАНИКАЛЫК ТЕРМЕЛҮҮЛӨР ЖАНА ТОЛКУНДАР

1. Гармоникалык термелүүлөрдүн кинематикасы

5.1. $x = 10 \sin \frac{\pi}{6} t \text{ см}.$

5.2. $x = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t = 10 \sin \frac{\pi}{6} \cdot 1 \text{ см} = 5 \text{ см}.$ $\vartheta = \omega A \cos \omega t = 4,54 \text{ см/с};$ $a = -\omega^2 A \sin \omega t = -\omega^2 x = -1,37 \text{ см/с}^2.$

5.3. $x = 0,1 \sin \pi t \text{ м};$ $\varphi_1 = \arcsin x/A = 36^\circ 52';$ $\varphi_2 = \arccos \vartheta / \pi A = 71^\circ 26' = 1,25 \text{ рад}.$

5.4. $A_{\text{макс}} = 50 \text{ м},$ $\vartheta_{\text{макс}} \approx 52 \text{ м/с},$ $a_{\text{макс}} \approx 55 \text{ м/с}^2.$

5.5. $T = 6 \text{ с},$ $x_{\text{макс}} = 2 \text{ м},$ $\varphi_0 = \frac{\pi}{6}.$

5.6. $x = 10 \sin 2t \text{ см};$ $a = 40 \text{ см/с}^2.$

$$5.7. \quad \omega = \frac{a_{\max}}{\vartheta_{\max}} = 10 \text{ с}^{-1}; T = \frac{2\pi}{\omega} = 0,628 \text{ с}; A_{\max} = \frac{\vartheta_{\max}}{\omega} = 1 \text{ см}; x = \sin \omega t \text{ см.}$$

$$5.8. \quad 8,3 \text{ см.}$$

$$5.9. \quad 7,07 \text{ см}; 4 \text{ с}^{-1}; 1,57 \text{ с}; 0,785 \text{ рад.}$$

2. Гармоникалык термелүүнүн динамикасы

$$5.10. \quad F = -mA\omega^2 \sin \omega t; F_1 = -62,5 \text{ мН}; F_2 = -12 \text{ мН.}$$

$$5.11. \quad F_{\max} \approx 109 \text{ Н}, E \approx 2,7 \cdot 10^3 \text{ Дж.}$$

$$5.12. \quad |F_{\max}| = m\omega^2 A = 2 \text{ мН}; E_{\text{кмакс}} = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = 50 \text{ мкДж.}$$

$$5.13. \quad F = ma = -10^{-2} \cdot 0,2' (8\pi)^2 \sin 0,8\pi = -741 \text{ мН}; E = E_{\text{кмакс}} = 125 \text{ мДж.}$$

Мында $E_{\text{кмакс}}$ – максималдык кинетикалык энергия.

$$5.14. \quad 0,463 \text{ с}; 0,927 \text{ рад.}$$

3. Серпилгич жана квазисерпилгич термелүүлөр.

Маятниктер

$$5.15. \quad k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 4,87 \text{ Н/м.}$$

$$5.16. \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta x}{g}} = 0,6 \text{ с.}$$

$$5.17. \quad E = E_{\text{р,макс}} = \frac{kA^2}{2} = 0,8 \text{ Дж.}$$

$$5.18. \quad \frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^2 = 2,25.$$

$$5.19. \quad \frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 = 4.$$

$$5.20. \quad l = \frac{n^2 \Delta l}{n - 1} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 9 \text{ см.}$$

$$5.21. \quad \Delta l = l \left(1 - \frac{t^2}{(t + \Delta t)^2} \right) \approx 0,08 \text{ м.}$$

$$5.22. T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a}} = 1,8\text{ с.}$$

$$5.23. T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g+a}} \approx 2,3\text{ с, лифт ылдамдыгы өсүп ылдый түшүп келе жатат же ылдамдыгы азайып, өйдө көтөрүлүп баратат.}$$

$$5.24. N = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{h}{2\ell}\left(1 + \frac{g}{a}\right)} = 10.$$

$$5.25. F = mg\left(1 - \frac{g^2}{2g\ell}\right) \approx 0,44\text{ Н.}$$

$$5.26. \ell = \frac{gT^2}{4\pi^2} = 0,25\text{ м (T-1 с экендиги теңдемеден келип чыгат).}$$

$$5.27. a = g\left(\frac{T_0^2}{T^2} - 1\right) = 2,25\text{ м/с}^2; \text{ ылдамдануу төмөн багытталган.}$$

$$5.28. \Delta T = T_0 \frac{h}{R} \approx 3 \cdot 10^{-3}\text{ с.}$$

$$5.29. L = \frac{\ell^2 - 2d(\ell - d)}{\ell - 2d} = 50\text{ см; } T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} = 1,42\text{ с.}$$

$$5.30. L = \frac{5}{6}\ell = 25\text{ см; } T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 1\text{ с.}$$

$$5.31. T = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}} = 1,55\text{ с.}$$

$$5.32. L = \frac{3}{2}R = 36\text{ см; } T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 1,2\text{ с.}$$

$$5.33. E_{\text{к, макс}} = E_{\text{р, макс}} = E = 2\pi^2 v^2 m A^2 \approx 2 \cdot 10^{-4}\text{ Дж.}$$

$$5.34. \Delta\varphi = \frac{2\pi\ell v}{g} = \pi.$$

$$5.35. \ell_1 = \frac{\lambda}{2} = 30\text{ см, } \ell_2 = \frac{\lambda\Delta\varphi}{2\pi} = 7,5\text{ см.}$$

4. Өчүүчү термелүүлөр. Күчөнүү

5.36. 15 мин.

5.37. $0,0023 \text{ с}^{-1}$.

$$5.38. \lambda = \frac{2\pi}{t} \sqrt{\frac{\ell}{g}} \ln \frac{A_1}{A_2} = 2,31 \cdot 10^{-3}.$$

$$5.39. n = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_1}{A_2} = 231.$$

$$5.40. n = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_1}{A_2} = 173; t = 2\pi n \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \text{ мин } 52 \text{ с.}$$

5.41. $9,16 \cdot 10^{-5} \text{ кг/с}$.

$$5.42. \vartheta = \frac{\ell}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 11,2 \text{ м/с.}$$

5. Термелүүлөрдү кошуу

$$5.43. \Delta\varphi = \arccos \frac{A^2 - A_1^2 - A_2^2}{2A_1A_2} = 60^\circ.$$

5.44. 120° же 240° .

$$5.45. A = \sqrt{2} \text{ см}; \varphi_0 = \arctg \frac{A_1 \sin\varphi_1 + A_2 \sin\varphi_2}{A_1 \cos\varphi_1 + A_2 \cos\varphi_2} = 45^\circ;$$

$$x = \sqrt{2} \sin\pi(t + 0,25).$$

$$5.46. A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 2,24 \text{ см}; \nu = 0,159 \text{ Гц};$$

$$\varphi_0 = \arctg \frac{A_2}{A_1} = 63^\circ; x = 2,24 \sin(t + 1,1) \text{ см.}$$

$$5.47. T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{\nu_2 - \nu_1} = 2 \text{ с.}$$

$$5.48. y = -\frac{1}{2}x.$$

$$5.49. \frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{1^2} = 1, \text{ чекит эллипс боюнча сааттын жebesине каршы кыймылдайт.}$$

$$5.50. \frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1; \vartheta = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = 13,7 \text{ м/с.}$$

$$5.51. 1,57 \text{ рад.}$$

$$5.52. \nu = \frac{\vartheta \Delta \varphi}{2\pi \Delta x} = 50 \text{ Гц.}$$

$$5.53. \vartheta = \frac{2\pi \nu \Delta x}{\Delta \varphi} = 15 \text{ м/с.}$$

$$5.54. x = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi}{\lambda}x\right) = 5,88 \text{ см.}$$

$$5.55. x = A \sin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{\vartheta}\right) = -1,73 \text{ см.}$$

$$5.56. \Delta \varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\vartheta T} = 1,26 \text{ рад.}$$

$$5.57. \rho = \frac{E}{\vartheta^2} = 2,63 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

$$5.58. \vartheta = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = 3,32 \text{ км/с.}$$

6-БАП. СУЮКТУКТАРДЫН ЖАНА ГАЗДАРДЫН МЕХАНИКАСЫ

1. Суюктуктун басымы

$$6.2. \text{Ооба.}$$

$$6.3. H = 727 \text{ см.}$$

$$6.4. h = \frac{m_1 + m_2}{2\rho S} = 0,1 \text{ м.}$$

$$6.5. F = 2\pi r^2 p.$$

$$6.6. F = \pi(R^2 - r^2)p.$$

6.7. Сосисканын туурасынан кесилишиндеги узундуктун бирдигине аракет эткен күч F_1 , анын узатасынан кесилишиндеги узундуктун бирдигине аракет эткен күч F_2 ден кичине.

$$6.8. F_T = 4392 \text{ Н; } F_x = 4314 \text{ Н; } F_k = 4353 \text{ Н.}$$

$$6.10. F_{\text{оп}} = \frac{\rho g \ell h^2}{2} \approx 221 \text{ Н.}$$

$$6.11. p = \frac{4 \left(\frac{m g^2}{2} + F_k \ell \right)}{\pi d^2} \approx 1,42 \cdot 10^5 \text{ кПа.}$$

$$6.12. p_{\text{атм}} = 2 \rho g h \frac{\ell - h}{\ell - 2h} = 9,4 \cdot 10^4 \text{ Па.}$$

$$6.13. p = mg/S + p_0.$$

2. Калкуу. Архимеддин закону

$$6.14. h = H(\rho - \rho_1)/(\rho_2 - \rho_1).$$

$$6.15. H = (m - \rho_1 h S)/[S(\rho_2 - \rho_1)].$$

$$6.16. A = 34 \text{ Дж.}$$

$$6.17. V = 147 \text{ см}^3.$$

$$6.18. p_0 = p \left(1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \right) \approx 1521,28 \text{ Н.}$$

$$6.19. \rho = 1,5 \text{ г/см}^3.$$

$$6.20. \frac{\rho_1'}{\rho_2'} = \frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

$$6.21. S_{\text{э.к}} = \frac{m}{d(\rho_2 - \rho_1)} \approx 1,9 \text{ м}^2.$$

$$6.22. V > V_k \geq (1 - \rho_2/\rho_1).$$

$$6.23. A = mg(H+h) - \rho V g h \approx 150 \text{ Дж.}$$

$$6.24. A = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

3. Идеалдык суюктуктун кыймылы

$$6.25. \vartheta = 0,12 \text{ м/с.}$$

$$6.26. \vartheta_2 = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \vartheta_1 = 0,45 \text{ м/с.}$$

$$6.27. \vartheta_2 = \sqrt{\vartheta_1^2 + \frac{2\Delta p}{\rho}} = 4,33 \text{ м/с.}$$

$$6.28. V = S_1 v_1 = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_1^2 - S_2^2}} = 1,88 \text{ л/с.}$$

$$6.29. v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \cdot v_1 = 100 \text{ м/с}; p = p_1 - p_2 = \rho \frac{v_2^2}{2} = 5 \text{ МПа.}$$

6.30. Эки учурда тең суунун шоргологу столго идиштен $\ell = 0,4$ м аралыкта тамат.

$$6.31. \ell = \sqrt{d(h-d)} = 1,4 \text{ м.}$$

$$6.32. d = 1,4 \text{ см.}$$

$$6.33. p = 250 \text{ кПа.}$$

$$6.34. v = \sqrt{\frac{p}{2\rho}} = 8,80 \text{ м/с.}$$

$$6.35. F = \frac{\pi \rho d^2 v^2}{4} = 31,4 \text{ Н.}$$

4. Илээшкек суюктуктун агымы

$$6.36. Re = \frac{\rho v d}{\eta} = 5000. \text{ Рейнольдс саны кризистик мааниден } (Re_{кр} =$$

2300) чоң, демек, кыймыл турбуленттик мүнөзгө ээ.

6.37. Көтөрүлөт.

6.38. а) $Re = 5,4 \cdot 10^{-8}$; божомолдоо туура; б) 4,5 мм.

$$6.39. v_2 = \frac{\rho_1 v_1 \eta_2}{\rho_2 \eta_1} = 1,94 \text{ см/с.}$$

$$6.40. D = 4,6 \text{ мм.}$$

$$6.41. m_t = \frac{\pi \eta Re_{кр} d}{4} = 0,542 \text{ кг/с.}$$

6.42. $Re = 1800$, б.а., $Re < 3000$ кыймыл ламинардуу.

$$6.43. D \leq 0,085 \text{ м.}$$

$$6.44. Re = \frac{\rho_1(\rho_1 - \rho_2)gd^4}{18\eta^2} = 0,385. \text{ Мында } \rho_1 - \text{ жездин тыгыздыгы, } \rho_2$$

– майдын тыгыздыгы, η – майдын илээшкектиги. Шарик үчүн $Re_{кр} = 0,5$, демек $Re < Re_{кр}$, ошондуктан кыймыл ламинардуу болот.

$$6.45. 16,5 \text{ см/с.}$$

7-БАП. АКУСТИКА

1. Үн ылдамдыгы

7.1. $\lambda = 0,78 \text{ м.}$

7.2. $21 \text{ м; } 17 \text{ мм.}$

7.3. 70 ГПа.

7.4. $E = 1,84 \cdot 10^{11} \text{ Па.}$

7.5. 350 м/с.

7.6. $\gamma = 1,403$

7.7. $t = \frac{2\ell}{\alpha(\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2})}$

7.8. $\vartheta = 5300 \text{ м/с.}$

7.9. $\vartheta = 3700 \text{ м/с}$

7.10. Юнгдун модулу E кысылгычтык β менен $\beta = 1/E$ катнашы аркылуу байланышат, анда $\beta = \frac{1}{\rho} \vartheta^2 = 7 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$.

7.11. $\ell = 1810 \text{ м.}$

7.12. $\vartheta_1 = 318 \text{ м/с; } \vartheta_2 = 330 \text{ м/с; } \vartheta_3 = 343 \text{ м/с.}$

7.13. $1,12 \text{ эсе.}$

7.14. $\vartheta = 315 \text{ м/с.}$

7.15. $\vartheta = 336 \text{ м/с.}$

2. Туруучу үн толкундары

7.16. $144 \text{ Гц; } 72 \text{ Гц.}$

7.17. 343 м/с.

7.18. Болот таякчасында термелүүнү пайда кылганда, түйүндөрү кысуу чекиттеринде, чачылмалары бош учтарында жайланышкан туруучу толкун пайда болот. Аба мамычасындагы туруучутолкундардын катар жайланышкан чачылмаларынын ортосундагы аралык пайда болгон толкундун узундугунун жарымына барабар. Демек,

$$\lambda_1/\lambda_2 = \vartheta_1/\vartheta_2. \quad (1)$$

Айтылгандардын негизинде аба мамычасынын узундугу ℓ_2 төмөндөгү шарттан табылат

$$n\lambda_2/2 = \ell_2. \quad (2)$$

(1) ден жана (2) ден $\ell_2 = n\lambda_1 \vartheta_2 / 2\vartheta_1$. Анда а) $\lambda_1 = 2\ell_1$, $\ell_2 = 0,392$ м; б) $\lambda_1 = 4\ell_1$, $\ell_2 = 0,784$ м.

7.19. $\ell_1 = 0,715$ м.

7.20. $\nu = 43$ кГц – ультраүндүк жыштык

3. Доплердин эффектиси

7.21. 341 Гц; 268 Гц.

7.22. 336 Гц; 264 Гц.

7.23. 123 км/саат; 990 Гц.

7.24. 4,57 с; 5,44 с.

7.25. а) $\nu' = 666$ Гц; б) $\nu' = 542$ Гц.

7.26. 10%.

7.27. 4 эсе.

7.28. $u = 71$ км/саат.

7.29. $\nu_1 = 45$ кГц, $\nu_2 = 46,6$ кГц

4. Үн толкундарынын энергиясы

$$7.30. W_1 = \frac{\pi d^2 J}{4\nu} = 0,857 \text{ мкДж}; \langle \omega \rangle = \frac{J}{\vartheta} = \frac{J}{\sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}} = 34,6 \text{ мкВ т/м}^3$$

7.31. 3 мДж/м³.

$$7.32. \langle w \rangle = \frac{N}{4\pi r^2 \vartheta} = \frac{N}{4\pi r^2 \sqrt{\gamma \frac{RT}{\mu}}} = 25,6 \text{ мкВ/м}^3.$$

7.33. 15,6 Вт; 6,03 мДж/м³.

5. Үндүн басымы. Акустикалык каршылык

7.34. $r_a = \rho \sqrt{\frac{\nu \mu}{RT}} = 428 \text{ Па с/м}$, мында ρ – абанын басымы, T – абанын абсолюттук температурасы, R – универсалдык газ турактуулугу, μ – бир киломолдун массасы, $\gamma = C_p / C_v$.

7.35. $r_a = \rho \vartheta = 1,39 \text{ МПа}$.

$$7.36. u_o = p_o / \rho \sqrt{\frac{RT}{\gamma \mu}} = 0,422 \text{ мм/с.}$$

$$7.37. R_a = \Gamma_a / S = 4\rho / \pi d^2 \sqrt{\frac{\gamma \mu}{RT}} = 25,7 \text{ кПа} \cdot \text{с/м}^3.$$

$$7.38. A = \frac{p_o}{2\pi \nu \rho} \sqrt{\frac{RT}{\gamma \mu}} = 475 \text{ нм.}$$

$$7.39. p_o = 2\pi \nu A \rho \vartheta = 1,61 \text{ Па.}$$

$$7.40. N = 2\pi \Gamma^2 \rho^2 / \Gamma_a = 6 \text{ Вт.}$$

$$7.41. p_o = \sqrt{\frac{N \rho \vartheta}{2\pi \Gamma^2}} = 82,5 \text{ мПа.}$$

$$7.42. 430 \text{ Па} \cdot \text{с/м}; 93 \text{ мкПа.}$$

$$7.43. I = \frac{p_o^2}{2\rho \vartheta}; I = 27,2 \text{ пВт/м}^2, J_2 = 1,87 \text{ пВт/м}^2.$$

6. Үндүн интенсивдүүлүгүнүн жана катуулугунун денгээли

$$7.44. 20 \text{ дБ}; 100 \text{ дБ.}$$

$$7.45. 35,5 \text{ дБ.}$$

$$7.46. 1000 \text{ эсе.}$$

$$7.47. 63 \text{ дБ}; 70 \text{ дБ.}$$

7.48. Бирдей катуулуктардын ийрилиги боюнча биринчи тон угулбастыгын, экинчи тондун катуулугунун денгээли 20 фонго, үчүнчүнүкү 40 фонго барабар экендигин табабыз.

$$7.49. 64 \text{ дБ}; 50 \text{ дБ}; 50 \text{ дБ}; 56 \text{ дБ}; 77 \text{ дБ.}$$

$$7.50. 100 \text{ эсе.}$$

$$7.51. 50 \text{ фон.}$$

$$7.52. 40 \text{ мкВт.}$$

ТИРКЕМЕ

Тамырлар жана натуралдык логарифмалар

N	\sqrt{N}	$\sqrt[3]{N}$	\ln	N	\sqrt{N}	$\sqrt[3]{N}$	\ln
1	1,000	1,000	0,000	6	2,449	1,817	1,792
2	1,414	1,260	0,693	7	2,646	1,913	1,946
3	1,732	1,442	1,099	8	2,828	2,000	2,079
4	2,000	1,587	1,386	9	3,000	2,080	2,197
5	2,236	1,710	1,609	10	3,162	2,154	2,303

Кээ бир сандар жана алардын ондук логарифмалары

Сандардын белгилениши	N	$\lg N$	Сандардын белгилениши	N	$\lg N$
π	3,14	0,497	π^2	9,870	0,994
2π	6,28	0,798	g	9,81	2,992
4π	12,57	1,099	\sqrt{g}	3,13	0,496
$\frac{4\pi}{3}$	4,19	0,622	ℓ	2,718	0,434

Мейкиндик жана убакыт бирдиги. Механикалык чоңдуктардын бирдиги

Чоңдук	Өлчөө бирдиги						Системадан тышкаркы бирдиктер	
	Белгилениши жана аныктоочу теңдемелер	СИ		СГС		Кыскартылган белгилениши	Аталышы	Кыскартылган белгилениши
1	3	4	5	6	7	8	9	
Аталышы	Өлчөмү	Аталышы	Кыскартылган белгилениши	Аталышы	Кыскартылган белгилениши	Аталышы	Кыскартылган белгилениши	
Узундук	L	метр (негизги бирдик)	м	сантиметр	см	ангстрем	Å	
Масса	M	килограмм (негизги бирдик)	кг	грамм	г	Массанын атомдук бирдиги	м.а.б.	
Убакыт	T	секунда (негизги бирдик)	с	Секунда	с	минута саат жыл сутка	мин с жыл сут.	
Жалпак бурч	-	Радиян (кошумча бирдик)	рад	Радиян	рад	Тик бурч Градус Минута Секунда	... ∠ ... ° ... ' ... ''	
Нерселик бурч	-	Стерadian (кошумча бирдик)	Ср	Стерadian	ср	Толук нерселик бурч		
Аянт	L ²	Метр квадрат	м ²	Сантиметр квадрат	см ²	барн гектар	δ га	

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Көлем, сыйым- дуулук	L^3	$V=a^3$	Метр куб	m^3	сантиметр куб	cm^3	Литр	л
Ылдамдык	LT^{-1}	$v = \frac{s}{t}$	Метрдин секундага болгон катышы	m/c	Сант- метрдин секундага болгон катышы	cm/c	Километрдин саатка болгон катышы	км/саат
Ылдам- дануу	LT^{-2}	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	Метрдин секунда- нын квадра- тына болгон катышы	m/c^2	Сант- метрдин секунда- нын квадраты- на болгон катышы	cm/c^2		
Тыгыздык	L^3M	$\rho = \frac{m}{V}$	Кило- грамм бөлүнгөн метр куб	kg/m^3	Грамм бөлүнгөн сантиметр куб	g/cm^3		
Күч	LMT^{-2}	$F=ma$	Ньютон	Н	Дина	дин	Килограмм- күч Грамм-күч Тонна-күч	Кгс гс тс

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Басым	$L^{-1}MT^{-2}$	$P = \frac{F}{S}$	Паскаль	Па	Дина бөлүнгөн сантиметр квадрат	дин/см ²	Килограмм-күч бөлүнгөн сантиметр квадрат суу столбасынын миллиметри Миллиметр сымап мамычасы бар	кгс/см ²
Чыңалуу (механикалык)	$L^{-1}MT^{-2}$	$\sigma = \frac{F}{S}$	Паскаль	Па	Дина бөлүнгөн сантиметр квадрат	дин/см ²	Килограмм-күч бөлүнгөн миллиметр квадрат	кгс/мм ²
Узатасынан кеткен серпилгич модулу (Юнгдун модулу) жылышуу модулу	$L^{-1}MT^{-2}$	$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$	Паскаль	Па	Дина бөлүнгөн сантиметр квадрат	дин/см ²		
Импульс (кыймыл саны)	LMT^{-1}	$p = m \vartheta$	Килограмм м. метр бөлүнгөн секунда	кг м/с	Грамм-сантиметр бөлүнгөн секунда	г см/с		
Күчтүн импульсу	LMT^{-1}	Ft	Ньютон-секунда	Н с	Дина-секунда	дин с		

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Жумуш, энергия	L^2MT^{-2}	$A=Fs$	Джоуль	Дж	эрг	эрг	Килограмм· күч метр	Кгсм
Кубат-туулук	L^3MT^{-3}	$N = \frac{A}{t}$	Ватт	Вт	эрг бөлүнгөн секунда	эрг/с	Ватт·Саат Киловатт·саат Килограмм- күч-метр бөлүнгөн секунда	Вт-саат КВт-саат кгсм/с л.с.
Бурчтук ылдамдык	T^{-1}	$\omega = \frac{\varphi}{t}$	радиан бөлүнгөн секунда	рад/с	радиан бөлүнгөн секунда	рад/с		
Айлануу жыштыгы	T^{-1}	$n = \frac{1}{T}$	Секундан ын минус биринчи даражасы	с ⁻¹	Секун- данын минус биринчи даражасы	с ⁻¹	айлануу бөлүнгөн секунда	айл/с
Бурчтук ылдам- дануу	T^{-2}	$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$	Радиан бөлүнгөн секунда квадрат	рад/с ²	Радиан бөлүнгөн секунда квадрат	рад/с ²		
Күчтүн моменти	L^2MT^{-2}	$M=Fr$	Ньютон- метр	Нм	Дина- сантиметр	динсм	килограмм- күч-метр	кгсм
Инерция- нын моменти	L^2M	$J=mg^2$	Кило- грамм көбөйтүл- гөн метр квадрат	кгм ²	Грамм- көбөйтүл- гөн сантиметр квадрат	гсм ²		
Импульс- тун моменти (кыймыл санынын моменти)	L^2MT^{-1}	$L=J\omega$	Килограмм м-метр квадрат бөлүнгөн секунда	кгм ² /с	Грамм- сантиметр квадрат бөлүнгөн секунда	гсм ² /с		

10. Термелүүнү жана толкундарды мүнөздөөчү чоңдуктардын бирдиктери

Термелүү мезгили	T		секунда	c	секунда	c	-	-
Термелүү жыштыгы	T ⁻¹	$\nu = \frac{1}{T}$	Герц	Гц	герц	Гц	-	-
Термелүү фазасы		$\varphi = \omega t + \varphi_0$	радиан	рад	радиан	рад	Градус Минута Секунда	...° ...' ...''
Айлануу же циклдик жыштык	T ⁻¹	$\omega = 2\pi\nu$	Радиян бөлүнгөн секунда	рад/с	Радиян бөлүнгөн секунда	рад/с		
Каршылык коэффициенти	MT ⁻¹	$r = \frac{F}{g}$	Ньютон-секунда бөлүнгөн метр	Нс/м	Дина-секунда бөлүнгөн сантиметр	дин с/см		
Өчүүнүн коэффициенти	T ⁻¹	$\delta = \frac{\Delta A}{A \Delta t}$	Секунданын минус биринчи даражасы	с ⁻¹	Секунданын минус биринчи даражасы	с ⁻¹		

		Өлчөмсүз чоңдук			
Логариф- малык декремент	-	$\theta = \delta T$	метр	м	сантиметр см
Толкун узундугу	L	$\lambda = \vartheta T$	метр метрдин минус биринчи даражасы	м ⁻¹	сантиметр дин минус биринчи даражасы см ⁻¹
Толкун- дук сан	L ⁻¹	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $\tilde{\nu} = \frac{1}{\lambda}$	метр метрдин бөлүнгөн секунда	м/с	сантиметр бөлүнгөн секунда см/с
Фазалык ылдам- дык; Группа- лык ылдамдык	L T ⁻¹	$\vartheta = \frac{\omega}{R}$ $u = \frac{d\omega}{dR}$	метр метрдин бөлүнгөн секунда	м/с	сантиметр бөлүнгөн секунда см/с

**Бирдиктердин эселик жана үлүштүк
аталыштарынын жалгамасы**

Эселик жана алыстык	Жалгама*	
	Аталышы	Белгиле- ниши
$1\ 000\ 000\ 000\ 000=10^{12}$	Тера	Т
$1\ 000\ 000\ 000=10^9$	Гига	Г
$1\ 000\ 000=10^6$	Мега	М
$1\ 000=10^3$	Кило	к
$100=10^2$	Гекто	г
$10=10^1$	Дека	да
$0,1=10^{-1}$	деци	д
$0,01=10^{-2}$	сант	с
$0,001=10^{-3}$	милли	м
$0,000\ 001=10^{-6}$	микро	мк
$0,000\ 000\ 001=10^{-9}$	нано	н
$0,000\ 000\ 000\ 001=10^{-12}$	пико	п
$0,000\ 000\ 000\ 000\ 001=10^{-15}$	фемто	ф
$0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001=10^{-18}$	атто	а

*Жалгамаларды чоңдуктардын сан маанилери 0,1 ден 1000 ге чейинки чекте жаткандай кылып тандап алуу сунуш кылынат. Мисалы үчүн, $7,5 \cdot 10^{-5}$ м санын туюнтуу үчүн милли же нано деген жалгамадан көрө микро жалгамасын тандап алуу талапка ылайык. Микро жалгамасы менен $7,5 \cdot 10^{-5} = 75$ мкм деп жазылат, б.а., 0,1 ден 1000 ге чейинки чекте жаткан сан менен туюнтулуп калат.

Ушул эле санга милли жалгамасын колдонсок $7,5 \cdot 10^{-5}$ м = 0,075 мм, б.а. 0,1 ден кичине сан, ал эми нано жалгамасы менен $7,5 \cdot 10^{-5}$ м = 75000 нм, б.а. 1000 ден чоң сан алынып калат.

Ондук эселик жана үлүштүк бирдиктер баштапкы бирдиктердин аталыштарына жалгамаларды кошуу менен алынат. Эки

же андан көп жалгаманы катары менен кошууга болбойт. Мисалы, “миллимиллифарада” бирдиги колдонулбайт, анын ордуна “микрофарада” бирдигин колдонуу керек.

Жалгаманын аталышы кошулган бирдиктин аталышы менен чогуу жазылышы керек.

Системадан тышкаркы чоңдуктар

1 жыл = $3,11 \cdot 10^7$ с	1 Е = 10^{-8} см
1 атм = { 101,3 кПа	1 б = 10^{-24} см ²
760 мм. сым. мам	1 эВ = { $1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж
1 бар = 100 кПа (точно)	
1 мм. сым. мам.	1 м.а.б. = { $1,66 \cdot 10^{24}$ г
1 кал = 4,18 Дж	
	1 Ки (кюри) = $3,70 \cdot 10^{10}$ Бк

Физикалык чоңдуктар

Кээ бир чоңдуктардын жазылышы жана аталышы

А – ампер	Гц – герц	Мкс – максвелл
А ⁰ – ангстрем	дин – дина	Н – ньютон
м.а.б – массанын атомдук бирдиги	Дж – джоуль	П – пуаз
Б – бел	дптр – диоптрия	Па – паскаль
б – барн	К – кельвин	рад – радиан
Бк – беккерель	кал – калория	с – секунда
В – вольт	кд – кандела	См – сименс
Вб-вебер	Кл – кулон	ср – стерadian
Вт – ватт	л – литр	Тл – тесла
Гн – генри	лк – люкс	Ф – фарад
г – грамм	лм – люмен	саат – саат
	м – метр	Э – эрстед
	мин – минута	эВ – электрон- вольт
Гс – гаусс		

СИ жана СГС системасындагы чоңдуктар

Чоңдуктар	СИ	СГС	$\frac{\text{СИБир.}}{\text{СГСбир.}}$ катышы
1	2	3	4
Узундук	м	см	10^2
Убакыт	с	с	1
Ылдамдык	м/с	см/с	10^2
Ылдамдануу	м/с ²	см/с ²	10^2
Термелүүнүн жыштыгы	Гц	Гц	1
Айлануу жыштыгы	с ⁻¹	с ⁻¹	1
Бурчтук ылдамдык	рад/с	рад/с	1
Бурчтук ылдамдануу	рад/с ²	рад/с ²	1
Масса	кг	г	10^3
Тыгыздык	кг/м ³	г/см ³	10^{-3}
Күч	Н	дин	10^5
Басым, чыңалуу	Па	дин/см ²	10
Импульс	кгм/с	гсм/с	10^5
Күчтүн моменти	Нм	динсм	10^7
Энергия, жумуш	Дж	эрг	10^7
Кубаттуулук	Вт	эрг/с	10^7
Энергиянын агымынын тыгыздыгы	Вт/м ²	эрг(с см ²)	10^3
Импульстун моменти	кг м ² /с	г см ² /с	10^7
Инерция моменти	кг м ²	г см ²	10^7
Илээшкектик	Па·с	П	10
Температура	К	К	1
Жылуулук сыйымдуулук, энтропия	Дж/К	эрг/К	10^7
Электр саны	Кл	СГСЭ-бир.	$3 \cdot 10^9$
Потенциал	В	СГСЭ-бир.	1/300

1	2	3	4
Электр талаасынын чыңалуусу	В/м	СГСЭ-бир.	$1/(3 \cdot 10^4)$
Электрдик жылышуу	Кл/м ²	СГСЭ-бир.	$12 \pi \cdot 10^5$
Диполдун электрдик моменти	Клм	СГСЭ-бир.	$3 \cdot 10^{11}$
Уюлданыш	Кл/м ²	СГСЭ-бир.	$3 \cdot 10^5$
Сыйымдуулук	Ф	см	$9 \cdot 10^{11}$
Токтун күчү	А	СГСЭ-бир.	$3 \cdot 10^9$
Токтун тыгыздыгы	А/м ²	СГСЭ-бир.	$3 \cdot 10^5$
Каршылык	Ом	СГСЭ-бир.	$1/(9 \cdot 10^{11})$
Салыштырма каршылык	Ом м	СГСЭ-бир.	$1/(9 \cdot 10^9)$
Өткөрүмдүүлүк	См	СГСЭ-бир.	$9 \cdot 10^{11}$
Магниттик индукция	Тл	Гс	10^4
Магниттик агым	Вб	Мкс	10^8
Магнит талаасынын чыңалуусу	А/м	Э	$4 \pi \cdot 10^{-3}$
Магниттик момент	А м ²	СГСМ-бир.	10^3
Магниттелиш	А/м	СГСМ-бир.	10^{-3}
Индуктивдүүлүк	Гн	см	10^9
Жарык күчү	кд	кд	1
Жарык агымы	лм	лм	1
Жарыктаныш	лк		
Жарыктануу	лм/м ²		
Жаркырактык	кд/м ²		
Эскертүү: Бул жерде электрдик жана магниттик бирдиктер СГС системасында берилген.			

Астрономиялык турактуулар

Жердин радиусу	$6,378164 \cdot 10^6$ м
Жердин орточо тыгыздыгы	$5,518 \cdot 10^3$ кг/м ³
Жердин массасы	$5,976 \cdot 10^{24}$ кг
Күндүн радиусу	$6,9599 \cdot 10^8$ м
Күндүн массасы	$1,989 \cdot 10^{30}$ кг
Айдын радиусу	$1,737 \cdot 10^6$ м
Айдын массасы	$7,35 \cdot 10^{22}$ кг
Айга чейинки орточо аралык	$3,844 \cdot 10^8$ м
Күнгө чейинки орточо аралык (астрономиялык бирдик)	$1,49598 \cdot 10^{11}$ м
Айдын Жерди айлануу мезгили	27сут. 7ч. 43мин.
Күндүн орточо тыгыздыгы	$1,41 \cdot 10^3$ кг/м ³

Астрономиялык чоңдуктар

Космостук нерселер	Орточо радиусу, м	Массасы, кг	Орточо тыгыздыгы, 10^3 кг/м ³	Октун айланасында айлануу мезгили, (сутка менен)
Күн	$6,95 \cdot 10^8$	$1,99 \cdot 10^{30}$	1,41	25,4
Жер	$6,37 \cdot 10^6$	$5,98 \cdot 10^{24}$	5,52	1,00
Ай	$1,74 \cdot 10^6$	$7,35 \cdot 10^{22}$	3,30	27,3

Күн системасындагы планеталар	Күндөн орточо аралык, 10^6 км.	Күндүн айланасында айлануунун мезгили (жыл менен)	Жердин бирдигиндеги масса (Жердин массасы боюнча)
Меркурий	57,87	0,241	0,056
Венера	108,14	0,615	0,817
Жер	149,50	1,000	1,000
Марс	227,79	1,881	0,108
Юпитер	777,8	11,862	318,35
Сатурн	1426,1	29,458	95,22
Уран	2867,7	84,013	14,58
Нептун	4494	164,79	17,26

Күн системасындагы планеталар жөнүндөгү кээ бир маалыматтар

	Мер- курий	Венера	Жер	Марс	Юпи- тер	Сатурн	Уран	Нептун	Плу- тон
Күнгө чейинки орточо аралык, млн.км	57,91	108,21	149,59	227,94	778,3	1429,3	2875,03	4504,4	5900
Күндү айлануу мезгили, жердик жыл	0,24	0,62	1,0	1,88	11,86	29,46	84,02	164,8	249,7
Экватордук диаметр, км	4840	12400	12742	6780	139760	115100	51000	50000	-
Жердин көлөмүнө салыштырмалуу көлөм	0,055	0,92	1,0	0,150	1345	767	73,5	59,5	-
Жердин массасына салыштырмалуу масса	0,054	0,81	1,0	0,107	318,4	95,2	14,58	17,26	-
Жердин бетиндеги ылдамданууга салыштырмалуу эркин түшүү ылдамдануусу ($g=9,80665 \text{ м/с}^2$)	0,38	0,85	1,0	0,38	2,64	1,17	0,92	1,14	-

Нерселердин тыгыздыктары

Катуу заттар	$\rho, \text{ г/см}^3$	Суюктуктар	$\rho, \text{ г/см}^3$
Алмаз	3,5	Бензол	0,88
Алюминий	2,7	Суу	1,00
Вольфрам	19,1	Глицерин	1,26
Графит	1,6	Касторлук май	0,90
Темир (болот)	7,8	Керосин	0,80
Алтын	19,3	Сымап	13,6
Кадмий	8,65	Спирт	0,79
Кобальт	8,9	Оор суу	1,1
Муз	0,916	Эфир	0,72
Жез	8,9		
Молибден	10,2	Газдар (нормалдуу шартта)	$\rho, \text{ кг/м}^3$
Платина	21,5	Азот	1,25
Пробка	0,20	Аммиак	0,77
Коргошун	11,3	Суутек	0,09
Күмүш	10,5	Аба	1,293
Титан	4,5	Кычкылтек	1,43
Уран	19,0	Метан	0,72
Фарфор	2,3	Көмүр кычкыл газы	1,98
Цинк	7,0	Хлор	3,21
Натрий	0,97		
Никель	8,9		
Калай	7,4		

Катуу заттардын кээ бир касиеттери

Заттар	Тыгыздык, 10^3 кг/м^3	Эрүү температурасы, $^{\circ}\text{C}$	Салыштырма жылуулук сыйымдуулук, Дж/(кг·К)	Эрүүнүн салыштырма жылуулугу, кДж/кг	Сызыктуу кеңейүүнүн температуралык коэффициенти, 10^{-6} К^{-1}
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Темир	7,9	1530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	–	1,9
Муз	0,9	0	2100	335	–
Жез	8,6	1100	395	176	2,6
Калай	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1770	117	113	0,89
Пробка	0,2	–	2050	–	–
Коргошун	11,3	327	126	22,6	3,9
Күмүш	10,5	960	234	88	1,9
Болот	7,7	1300	460	–	1,06
Цинк	7,0	420	391	117	2,9

Серпилгичтүүлүк турактуулары. Бышыктыктын чеги

Материал	Юнгдун модулу E, ГПа	Жылышуу модулу G, ГПа	Пуассондун коэффициенти, μ	Үзүлүүдөгү бышыктыктын чеги σ_m , ГПа	Кысылуу жөндөмдүүлүгү β , Гпа ⁻¹
Алюминий	70	26	0,34	0,10	0,014
Жез	130	40	0,34	0,30	0,007
Коргошун	16	5,6	0,44	0,015	0,022
Болот (темир)	200	81	0,29	0,60	0,006
Айнек	60	30	0,25	0,05	0,025
Суу	—	—	—	—	0,49

Эскертүү. Кысылуу жөндөмдүүлүгү $\beta = \frac{1}{V} \frac{\partial V}{\partial p}$

Газ турактуулары

Газ (сальштыр- малуу молярдык масса)	$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$	Жылуулук өткөрүмдүүлүк χ , мВт/мК	Илээшкектик η , мкПа с	Молеку- ланын диаметри d , нм	Ван-дер-Ваальстын турактуулары	
					A, Па м ⁶ /моль ²	b, 10 ⁻⁶ м ³ /моль
He (4)	1,67	141,5	18,9	0,20	-	-
Ar (40)	1,67	16,2	22,1	0,35	0,132	32
H ₂ (2)	1,41	168,4	8,4	0,27	0,024	27
N ₂ (28)	1,40	24,3	16,7	0,37	0,137	39
O ₂ (32)	1,40	24,4	19,2	0,35	0,137	32
CO ₂ (44)	1,30	23,2	14,0	0,40	0,367	43
H ₂ O (18)	1,32	15,8	9,0	0,30	0,554	30
Aba (29)	1,40	24,1	17,2	0,35	-	-

Эскертүү. γ , χ жана η нун – нормалдуу шарттагы мааниси.

Суяктуктардын кээ бир касиеттери (20⁰С кезинде)

Заттар	Тыгыздык, 10³ кг/м³	Салыштырма жылуулук сыйымдуулук, Дж/(кг·К)	Беттик тартылуу, Н/м
Бензол	0,88	1720	0,03
Суу	1,00	4190	0,073
Глицерин	1,20	2430	0,064
Кастор майы	0,90	1800	0,035
Керосин	0,80	2140	0,03
Сымап	13,60	138	0,5
Спирт	0,79	2510	0,02

**Химиялык элементтердин аталышы,
белгилениши жана атомдук массасы**

1	Суутек	H	1,0079	21	Скандий	Sc	44,9559
2	Гелий	He	4,00260	22	Титан	Ti	47,90
3	Литий	Li	6,941	23	Ванадий	V	50,9415
4	Бериллий	Be	9,01218	24	Хром	Cr	51,996
5	Бор	B	10,81	25	Марганец	Mn	54,9380
6	Көмүртек	C	12,011	26	Темир	Fe	55,847
7	Азот	N	14,0067	27	Кобальт	Co	58,9332
8	Кычкылтек	O	15,9994	28	Никель	Ni	58,71
9	Фтор	F	18,998403	29	Жез	Cu	63,546
10	Неон	Nt	20,178	30	Цинк	Zn	65,38
11	Натрий	Na	22,98977	31	Галлий	Ga	69,735
12	Магний	Mg	24,305	32	Германий	Ge	72,59
13	Алюминий	Al	26,98154	33	Мышьяк	As	74,9216
14	Кремний	Si	28,0855	34	Селен	Se	78,96
15	Фосфор	P	30,97376	35	Бром	Br	79,904
16	Күкүрт	S	32,06	36	Криптон	Kr	83,80
17	Хлор	Cl	35,453	37	Рубидий	Rb	85,467
18	Аргон	Ar	39,948	38	Стронций	Sr	87,62
19	Калий	R	39,0983	39	Иттрий	Y	88,9059
20	Кальций	Ca	40,08	40	Цирконий	Zr	91,22

41	Необий	Nb	92,9064	76	Осмий	Os	190,2
42	Молибден	Mo	95,94	77	Иридий	Ir	192,22
43	Технеций	Tc	98,9062	78	Платина	Pt	195,09
44	Рутений	Ru	101,07	79	Алтын	Au	196,9665
45	Родий	Rh	102,9055	80	Сымап	Hg	200,59
46	Палладий	Pd	106,4	81	Таллий	Tl	204,37
47	Күмүш	Ag	107,868	82	Коргошун	Pb	207,2
48	Кадмий	Cd	112,41	83	Висмут	Bi	208,9804
49	Индий	In	114,82	84	Полоний	Po	[209]
50	Калай	Sn	118,69	85	Астат	At	[210]
51	Сурьма	Sb	121,75	86	Радон	Rn	[222]
52	Теллур	Tt	127,60	87	Франций	Fr	[223]
53	Иод	I	126,9045	88	Радий	Ra	226,0254
54	Ксенон	Xe	131,30	89	Актиний	Ac	[227]
55	Цезий	Cs	132,9054	90	Торий	Th	231,0381
56	Барий	Ba	137,33	91	Протактиний	Pf	231,0359
57	Лантан	La	138,9055	92	Уран	U	238,029
58	Церий	Ce	140,12	93	Нептуний	Np	237,0482
59	Празеодим	Pr	140,9077	94	Плутоний	Pu	[244]
60	Неодим	Nd	144,24	95	Америций	Am	[243]
61	Прометий	Pm	[145]	96	Кюрий	Cm	[247]
62	Самарий	Sm	150,4	97	Берклий	Bk	[247]
63	Европий	Eu	151,96	98	Калифорний	Cf	[251]
64	Гадолиний	Gd	157,25	99	Эйнштейний	Es	[254]
65	Тербий	Tb	158,9254	100	Фермий	Fe	[257]
66	Диспрозий	Dy	162,50	101	Менделеевий	Md	[258]
67	Гольмий	Ho	164,9304	102	(Нобелий)	(No)	[259]
68	Эрбий	Er	167,26	103	(Лоуренский)	(Lr)	[260]
69	Тулий	Tm	168,9342	104	Курчатовий	Ku	[260]
70	Иттербий	Yb	173,04	105	Дубний	Db	[260]
71	Лютеций	Lu	174,967	106	Сиборгий	Sg	[263]
72	Гафний	Hf	178,49	107	Борий	Bh	[264]
73	Тантал	Ta	180,947	108	Хассий	Hs	[269]
74	Вольфрам	W	183,85	109	Мейтнерий	Mt	[268]
75	Рений	Re	186,207				

КОЛДОНУЛГАН АДАБИЯТТАР

1. *Хайкин С.Э.* Физические основы механики. – М.: Наука, 1977.
2. *Стрелков С.П.* Механика. – М.: Наука, 1975.
3. *Савельев И.В.* Курс общей физики. Т.1. – М.: Наука, 1982, 1986.
4. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. – Т.1. Механика. – М.: Высшая школа, 1979.
5. *Матвеев А.Н.* Механика и теория относительности. – М.: Высшая школа, 1986.
6. *Гершензон Е.М., Малов Н.Н.* Курс общей физики. Механика. – М.: Просвещение, 1979, 1987.
7. *Иродов И.Е.* Задачи по общей физике. – М.: Наука, 1988.
8. *Воробьев И.И., Зубков П.И., Кутузова Г.А., Савченко О.Я., Трубачев А.М., Харитонов В.Г.* Задачи по физике. – М.: Наука, 1988.
9. *Сахаров Д.И.* Сборник задач по физике. – М.: Просвещение, 1967.

МАЗМУНУ

АВТОРЛОРДОН	3
КИРИШҮҮ	5
I БӨЛҮМ. КЛАССИКАЛЫК МЕХАНИКА	13
1-БАП. МАТЕРИАЛДЫК ЧЕКИТТИН КИНЕМАТИКАСЫ	13
§ 1. Механикалык кыймыл	13
§ 2. Түз сызыктуу кыймыл	19
2.1. Бир калыптагы түз сызыктуу кыймыл	19
2.2. Бир калыпта эмес кыймыл.....	22
2.3. Бир калыпта өзгөрмөлүү түз сызыктуу кыймыл.....	23
§ 3. Ийри сызыктуу кыймыл. Ийри сызыктуу кыймыл кезиндеги ылдамдык жана ылдамдануу	28
3.1. Издин түрлөрү. Издин ийрилиги	28
3.2. Ийри сызыктуу кыймыл кезиндеги ылдамдык	29
3.3. Ийри сызыктуу кыймыл кезиндеги ылдамдануу.....	33
3.4. Ийри сызыктуу кыймылдын мисалдары.....	37
§ 4. Айлана боюнча кыймыл	41
4.1. Айлана боюнча кыймылдаган чекиттин бурчтук мүнөздөмөлөрү	41
4.2. Бурчтук ылдамдык жана ылдамдануу вектордук чондуктар.....	47
4.3. Кыймылды вектордук жана координаттык ыкма менен жазуудагы ылдамдык, ылдамдануу жана из.....	50
2-БАП. МАТЕРИАЛДЫК ЧЕКИТТИН ДИНАМИКАСЫ	56
§ 1. Ньютондун биринчи закону	57
§ 2. Ньютондун экинчи закону. Күч жана масса	60
§ 3. Ньютондун үчүнчү закону	70
§ 4. Механикадагы күчтөр	72
§ 5. Оордук күчү жана салмак	73
§ 6. Серпилгич күчтөрү	76
6.1. Бир багыттагы чоюлуу деформациясы кезиндеги серпилгич күчтөрү жана Гуктун закону.....	78
6.2. Серпилгич күчтөрү жана жылышуу деформациясындагы Гуктун закону.....	82
6.3. Баардык тараптан кысылуу кезиндеги серпилгич күчү жана Гуктун закону	85
6.4. Толгонуу кезиндеги серпилгич күчтөрү жана Гуктун закону.....	87
6.5. Серпилгичтүүлүктүн жана бышыктыктын чеги.....	89
§ 7. Сүрүлүү күчтөрү	92
7.1. Кургак сүрүлүү	93

3-БАП. МАТЕРИАЛДЫК ЧЕКИТТИН ДИНАМИКАСЫ ЖАНА СТАТИКАСЫ.....	100
§ 1. Ньютондун экинчи закону жана динамиканын эки маселеси	100
1.1. Материалдык чекиттин кыймыл законунан аракет эткен күчтөрдү аныктоо	100
1.2. Чекиттин кыймылынын законун берилген күчтөр боюнча аныктоо	103
1.3. Эркин эмес кыймыл.....	107
§ 2. Жалпы түрдөгү Ньютондун экинчи закону. Импульс. Материалдык чекиттин импульсунун сакталуу закону	111
2.1. Ньютондун экинчи законунун жалпы түрдө айтылышы. Нерсенин импульсу	111
2.2. Материалдык чекиттин импульсунун сакталуу закону	114
2.3. Материалдык чекиттин импульсунун өзгөрүшү жөнүндөгү теорема	115
4-БАП. САКТАЛУУ ЗАКОНДОРУ	120
§ 1. Импульстун сакталуу закону.....	121
§ 2. Өзгөрмөлүү массадагы чекиттин кыймылы. Реактивдик кыймыл.....	126
2.1. Реактивдик кыймылдын принциби	126
2.2. Реактивдүү күчтүн формуласын чыгаруу. Өзгөрмөлүү массадагы чекиттин кыймыл теңдемеси	127
2.3. Ракеталардын кыймылы. Циолковскийдин формуласы	131
2.4. Реактивдик кыймылдаткычтар	135
✓ § 3. Жумуш жана энергия	138
3.1. Векторлордун скалярдык көбөйтүндүсү	139
3.2. Кинетикалык энергия жана жумуш	140
3.3. Жумуш	143
3.4. Консервативдик күчтөр	145
3.5. Тышкы күчтүк талаадагы материалдык чекиттин потенциалдык энергиясы	148
3.6. Аракет этишүүнүн потенциалдык энергиясы.....	153
3.7. Энергиянын сакталуу закону	158
§ 4. Материалдык чекиттин статикасы	161
§ 5. Нерселердин кагылышы	163
§ 6. Күчтүн моменти.....	166
§ 7. Импульсун моментинин сакталуу закону	171

5-БАП. ИНЕРЦИЯЛЫК ЭСЕПТӨӨ СИСТЕМАСЫ ЖАНА САЛЫШТЫРМАЛУУЛУК ПРИНЦИБИ. РЕЛЯТИВИСТИК МЕХАНИКАНЫН ЭЛЕМЕНТТЕРИ	177
§ 1. Инерциялык эсептөө системасы жана Галилейдин салыштырмалуулук принциби. Галилейдин өзгөртүп түзүүсү.....	177
1.1. Салыштырмалуулук принциби	177
1.2. Галилейдин салыштырмалуулук принциби.....	178
1.3. Галилейдин өзгөртүп түзүүсү.....	179
1.4. Галилейдин өзгөртүп түзүүсүнүн натыйжалары.....	181
§ 2. Лоренцтин өзгөртүп түзүүсү. Атайын салыштырмалуулук теориясынын элементтери.....	184
2.1. Лоренцтин өзгөртүп түзүүсү	184
2.2. Атайын салыштырмалуулук теориясындагы мейкиндик жана убакыт	187
§ 3. Релятивистик динамиканын элементтери	191
3.1. Релятивистик формадагы Ньютондун закону.....	191
3.2. Релятивистик импульс жана масса	194
3.3. Релятивистик энергия. Масса менен энергиянын байланышы	195
3.4. Энергия менен импульстун байланышы	199
6-БАП. ИНЕРЦИЯЛЫК ЭМЕС ЭСЕПТӨӨ СИСТЕМАСЫ	201
§ 1. Инерция күчү.....	201
§ 2. Борбордон четтөөчү инерция күчү	204
§ 3. Кориолис күчү.....	207
7-БАП. КАТУУ НЕРСЕНИН МЕХАНИКАСЫ	213
§ 1. Катуу нерсенин кинематикасы.....	213
1.1. Алга умтулуучу кыймыл.....	213
1.2. Айлануу кыймылы.....	214
§ 2. Катуу нерсенин кыймылын кошуу.....	215
§ 3. Катуу нерсенин массасынын борборунун кыймылы	220
§ 4. Катуу нерсенин кыймылсыз октун айланасында айланышы	223
§ 5. Нерсенин инерция моменти жана аны эсептөө	226
5.1. Инерция моменти	226
5.2. Жарыш октор жөнүндөгү Штейнердин теоремасы.....	227
§ 6. Жалпак нерселердин инерция моменти жөнүндөгү теорема	230
§ 7. Айланган нерсенин кинетикалык энергиясы	232
§ 8. Кыймылдаган нерсенин толук энергиясы	234
§ 9. Штейнердин теоремасын далилдөө.....	236
§ 10. Гироскоптор	238
§ 11. Гироскоптун түрлөрү	242

8-БАП. СУЮКТУКТАРДЫН ЖАНА ГАЗДАРДЫН МЕХАНИКАСЫ	245
§ 1. Суюктуктардын жана газдардын статикасы	246
1.1. Суюктуктардын тең салмактуулугу.....	246
1.2. Паскалдын жана Архимеддин закону	248
§ 2. Суюктуктардын кинематикасы.	
Идеалдуу суюктуктун динамикасы	249
2.1. Суюктуктун кинематикасы	249
2.2. Идеалдык суюктуктун динамикасы.....	252
2.3. Суюктуктун оюктан агышы	260
2.4. Суюктуктун тешиктен агып чыгышы.....	261
§ 3. Реалдык суюктуктун жана газдын динамикасы	263
3.1. Илээшкектүүлүк күчү. Илээшкектүүлүк коэффиценти.....	264
3.2. Суюктуктун түтүктөр боюнча агышы	267
§ 4. Суюктуктардагы жана газдардагы нерселердин кыймылы.....	272
9-БАП. МЕХАНИКАЛЫК ТЕРМЕЛҮҮЛӨР	277
§ 1. Гармоникалык термелүүнүн кинематикасы	278
1.1. Гармоникалык термелүүнү мүнөздөөчү физикалык чоңдуктар.....	278
1.2. Термелүүнүн түрлөрү.....	280
1.3. Гармоникалык термелүүдөгү ылдамдык жана ылдамдануу.....	281
1.4. Гармоникалык термелүүнүн радиус-вектордун айланышы менен байланышы	282
1.5. Термелүүлөрдү кошуу.....	283
§ 2. Гармоникалык термелүүлөрдүн динамикасы.....	289
2.1. Гармоникалык термелүү кыймылында чекитке аракет эткен күчтөр	289
2.2. Математикалык жана физикалык маятниктер.....	290
2.3. Термелген системалардын энергиясы	293
2.4. Системанын өздүк термелүүлөрү	294
2.5. Аргасыз термелүү.....	300
2.6. Автотермелүүчү системалар	304
10-БАП. МЕХАНИКАЛЫК ТОЛКУНДАР. АКУСТИКА	306
§ 1. Механикалык толкундар	306
1.1. Бир тектүү серпилгичтүү чөйрөдө термелүүнүн таралышы.....	307
1.2. Толкундун таралуу ылдамдыгы.....	309
1.3. Жалпак (же бир тектүү) толкундун теңдемеси	311
1.4. Фазалык жана топтук ылдамдык.....	315
1.5. Серпилгичтүү толкундун энергиясы	318

1.6. Суперпозиция принциби. Толкундардын интерференциясы	322
1.7. Туруучу толкундар	324
1.8. Чектелген туташ чөйрөнүн өздүк термелүүсү	330
1.9. Гюйгенстин жана Гюйгенс-Френелдин принциптери. Толкундардын чагылуу жана сынуу закондору. Дифракция	334
§ 2. Акустика	338
2.1. Үн толкунунун ылдамдыгы	338
2.2. Ашыкча үн басымы	341
2.3. Үн мүнөздөмөлөрү	343
2.4. Үндүн өчүшү	346
2.5. Доплердин эффектиси	348
2.6. Үн булактары	351
2.7. Акустикалык резонанс	352
2.8. Ультраүн	352
2.9. Инфраүн	355
II БӨЛҮМ. МАСЕЛЕЛЕР ЖЫЙНАГЫ	359
КИРИШ СӨЗ	359
I. Чыгармачылыктын өзгөчөлүктөрүнөн кыскача маалымат	359
II. Маселени чыгарууга методикалык көргөзмө	361
III. Жакындаштырылган сандар менен эсептөөлөрдү жүргүзүү жөнүндө кээ бир маалыматтар	362
1-БАП. КИНЕМАТИКА	366
Жалпы кеңештер	366
§ 1. Негизги формулалар	367
1.1 Түз сызыктуу кыймыл	367
1.2. Ийри сызыктуу кыймыл	369
1.3. Нерсенин кыймылсыз октун айланасында айланышы	371
§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары	373
§ 3. Маселелер	379
3.1. Түз сызыктуу кыймыл	379
3.2. Ийри сызыктуу кыймыл	383
3.3. Нерсенин кыймылсыз октун айланасында айланышы	384
2-БАП. ДИНАМИКА	386
Жалпы кеңештер	386
§ 1. Негизги формулалар	387
§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары	390
§ 3. Маселелер	399
3.1. Ньютондун закондору. Механикалык күчтөр	399

3.2. Механикалык чыңалуу. Бышыктык	403
3.3. Серпилгичтик модулу. Катуулук	404
3-БАП. Механикадагы сакталуу закондору	405
Жалпы кеңештер	405
§ 1. Негизги закондор жана формулалар	407
§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары	409
§ 3. Маселелер	425
3.1. Импульстун сакталуу закону. Массалардын борбору	425
3.2. Реактивдүү кыймыл	426
3.3. Жумуш, кубатуулук, энергия, энергиянын сакталуу закону	427
3.4. Серпилгич күчтүн жумушу. Деформацияланган нерсенин энергиясы	432
4-БАП. АЙЛАНУУ КЫЙМЫЛЫНЫН ДИНАМИКАСЫ	433
§ 1. Негизги формулалар	433
§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары	436
§ 3. Маселелер	445
3.1. Инерция моментин эсептеп чыгаруу	445
3.2. Айлануу кыймылынын динамикасынын негизги теңдемеси	446
3.3. Импульстун моментинин сакталуу закону	447
3.4. Айлануу кыймылындагы жумуш	449
5-БАП. МЕХАНИКАЛЫК ТЕРМЕЛҮҮЛӨР ЖАНА ТОЛКУНДАР	452
Жалпы кеңештер	452
§ 1. Негизги формулалар	453
§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары	457
§ 3. Маселелер	466
3.1. Гармоникалык термелүүнүн кинематикасы	466
3.2. Гармоникалык термелүүнүн динамикасы	468
3.3. Серпилгич жана квазисерпилгич термелүүлөр. Маятниктер	468
3.4. Өчүүчү термелүүлөр. Күчөнүү	470
3.5. Термелүүлөрдү кошуу	471
3.6. Серпилгич чөйрөдөгү толкундар	472
6-БАП. СУЮКТУКТАРДАГЫ ЖАНА ГАЗДАРДЫН МЕХАНИКАСЫ	474
Жалпы кеңештер	474
§ 1. Негизги формулалар. Ток түтүгүндөгү суюктуктун сарп болушу	475
§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары	477
§ 3. Маселелер	485

3.1. Суюктуктун басымы.....	485
3.2. Калкуу. Архимеддин закону.....	487
3.3. Идеалдуу суюктуктун кыймылы.....	489
3.4. Илээшкек суюктуктун агымы.....	490
7-БАП. АКУСТИКА.....	492
§ 1. Негизги формулалар.....	492
§ 2. Маселелерди чыгаруунун мисалдары.....	495
§ 3. Маселелер.....	499
3.1. Үндүн ылдамдыгы.....	499
3.2. Туруучу толкундар.....	500
3.3. Доплердин эффектиси.....	501
3.4. Үн толкундарынын энергиясы.....	502
3.5. Үндүн басымы. Акустикалык каршылык.....	503
3.6. Үн интенсивдүүлүгүнүн жана катуулугунун деңгээли.....	504
ЖООПТОР.....	506
1-БАП. КИНЕМАТИКА.....	506
1. Түз сызыктуу кыймыл.....	506
2. Ийри сызыктуу кыймыл.....	507
3. Нерсенин кыймылсыз октун айланасында айланышы.....	507
2-БАП. ДИНАМИКА.....	508
1. Ньютондун закондору. Механикалык күчтөр.....	508
2. Механикалык чыңалуу. Бышыктык.....	511
3. Серпилгичтик модулу. Катуулук.....	511
3-БАП. МЕХАНИКАДАГЫ САКТАЛУУ ЗАКОНДОРУ.....	512
1. Импульстун сакталуу закону. Массалардын борбору.....	512
2. Реактивдүү кыймыл.....	513
3. Жумуш, кубаттуулук. Энергиянын сакталуу закону.....	513
4. Серпилгич күчтүн жумушу. Деформацияланган нерсенин энергиясы.....	517
4-БАП. АЙЛАНУУ КЫЙМЫЛЫНЫН ТЕҢДЕМЕСИ.....	518
1. Инерция моментин эсептөө.....	518
2. Айлануу кыймылынын негизги теңдемеси.....	519
3. Импульстун моментинин сакталуу закону.....	519
4. Айлануу кыймылындагы жумуш.....	520
5-БАП. МЕХАНИКАЛЫК ТЕРМЕЛҮҮЛӨР ЖАНА ТОЛКУНДАР.....	522
1. Гармоникалык термелүүлөрдүн кинематикасы.....	522
2. Гармоникалык термелүүнүн динамикасы.....	523
3. Серпилгич жана квазисерпилгич термелүүлөр. Маятниктер.....	523

4. Өчүүчү термелүүлөр. Күчөнүү.....	525
5. Термелүүлөрдү кошуу	525
6-БАП. СУЮКТУКТАРДЫН ЖАНА ГАЗДАРДЫН МЕХАНИКАСЫ	526
1. Суюктуктун басымы	526
2. Калкуу. Архимеддин закону	527
3. Идеалдуу суюктуктун кыймылы	527
4. Илээшкек суюктуктун агымы	528
7-БАП. АКУСТИКА	529
1. Үн ылдамдыгы	529
2. Туруучу үн толкундары.....	529
3. Доплердин эффектиси	530
4. Үн толкундарынын энергиясы	530
5. Үндүн басымы. Акустикалык каршылык.....	530
6. Үндүн интенсивдүүлүгүнүн жана катуулугунун деңгээли.....	531
ТИРКЕМЕ	532
Тамырлар жана натуралдык логарифмалар	532
Кээ бир сандар жана алардын ондук логарифмалары	532
Мейкиндик жана убакыт бирдиги. Механикалык чоңдуктардын бирдиги	533
Термелүүнү жана толкундарды мүнөздөөчү чоңдуктардын бирдиктери	537
Бирдиктердин эселик жана үлүштүк аталыштарынын жалгамасы	539
Системадан тышкаркы чоңдуктар	540
Физикалык чоңдуктар. Кээ бир чоңдуктардын жазылышы жана аталышы.....	540
СИ жана СГС системасындагы чоңдуктар	541
Астрономиялык турактуулар	543
Астрономиялык чоңдуктар.....	543
Күн системасындагы планеталар жөнүндөгү кээ бир маалыматтар	544
Нерселердин тыгыздыктары.....	545
Катуу заттардын кээ бир касиеттери.....	546
Серпилгичтүүлүк турактуулары. Бышыктык чеги.....	547
Газ турактуулары.....	548
Суюктуктардын кээ бир касиеттери (20 ⁰ С кезинде	549
Химиялык элементтердин аталышы, белгилениши жана атомдук массасы	549
КОЛДОНУЛГАН АДАБИЯТТАР	551

ЖАЛПЫ ФИЗИКА КУРСУ

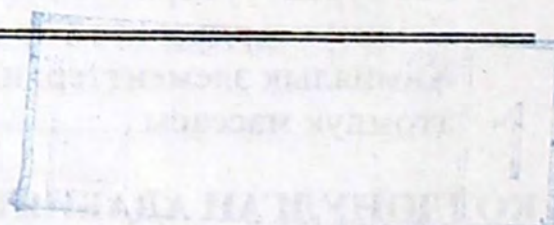
Жогорку окуу жайларынын студенттери
үчүн окуу куралы

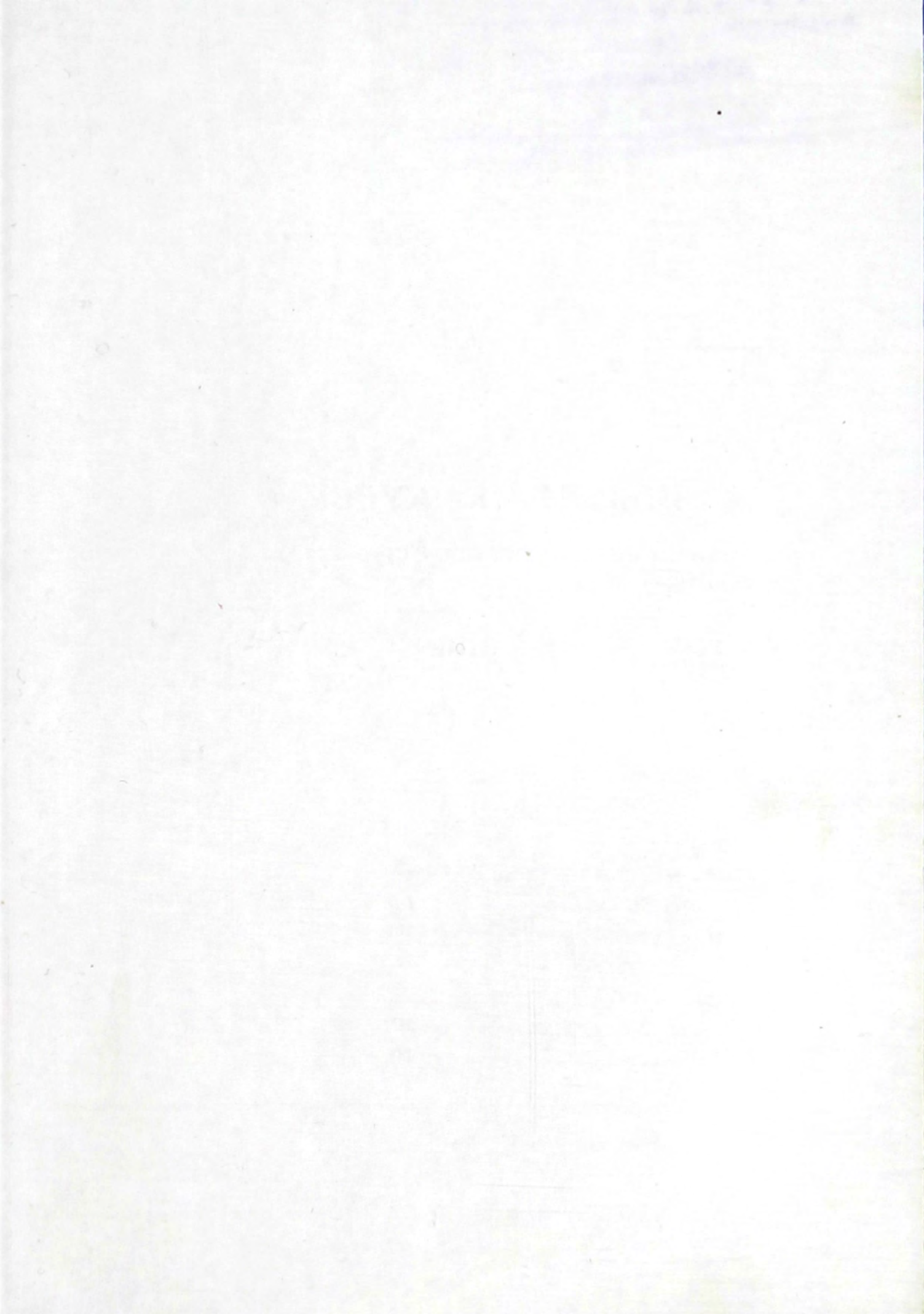
I ТОМ ◆ **МЕХАНИКА**

Басманын редактору *А.Б. Исабекова*
Техникалык редактору *О.А. Матвеева*
Компьютердик версткасы *А.С. Котикова*

Басууга 20.05.2003 кол коюлду.
Көлөмү 35 б. т. Форматы 60×84¹/₁₆.
Офсеттик басылыш. Тиражы 1000 экз.

“Илим” басмасы
720071, Бишкек, Чүй пр., 265 а





100 | Кб | 38

ЖАҢЫ ФИЗИКА КУРСУ

Жогорку мектеп үчүн физика курсунун
1-книга

1-ТОМ — МЕХАНИКА

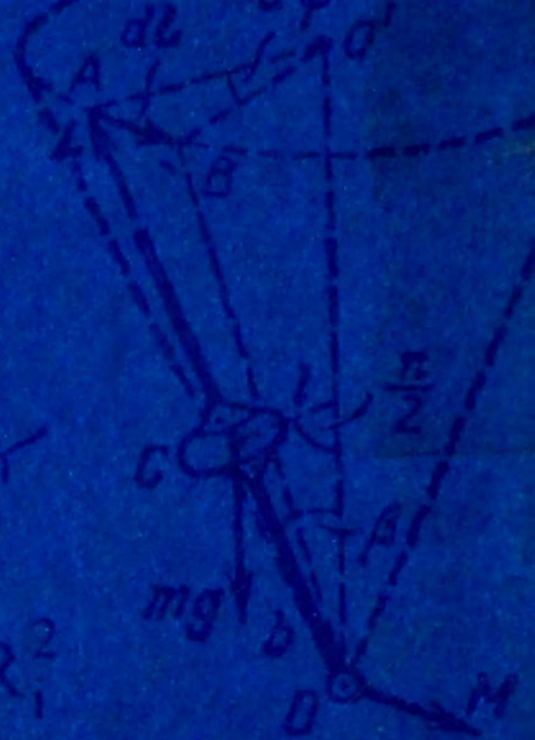
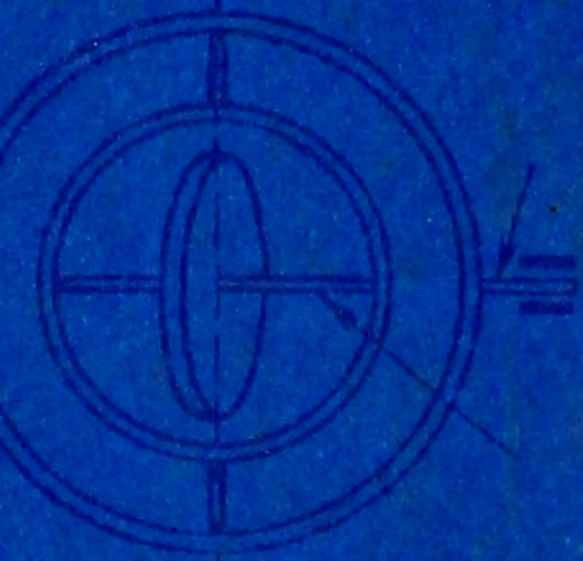
Авторы: К. С. Яворский, А. А. Писанский
Переводчик: С. А. Макаров
Редактор: Т. С. Макарова

М.: Наука, 1988 г.
Книга 1-я из 2-х
Объем 120 стр.

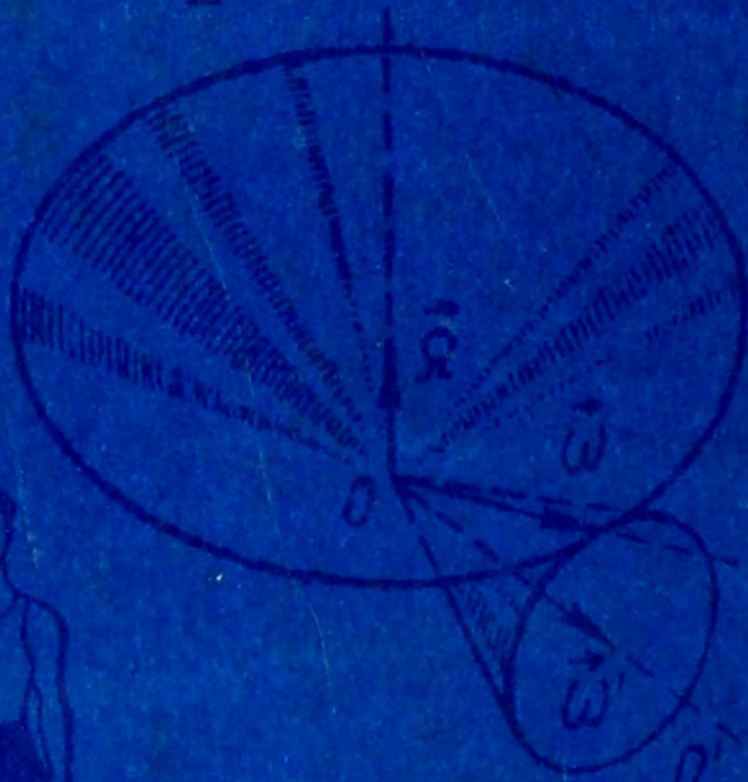
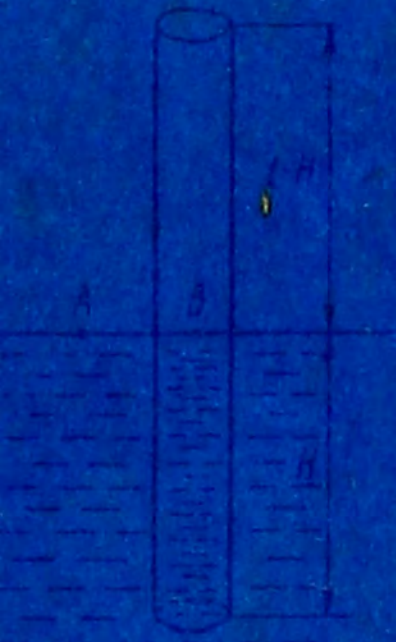
Издательство
1988 г.

БИБЛИОТЕКА
Одесского государственного
университета

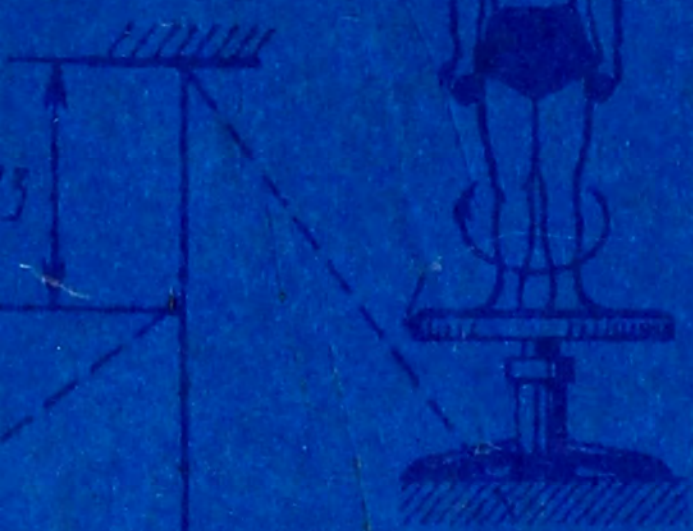
ИНВ № 300-00



$$(\Delta E_k)_i = \frac{1}{2} \Delta m_i v_i^2 = \frac{1}{2} \Delta m_i \omega^2 R_i^2$$



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} > T_0$$



$$E_k = \sum (\Delta E_k)_i = \frac{1}{2} \omega^2 \sum m_i R_i^2$$

